

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.14 Дискретная математика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук ОПК-1.2: Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук ОПК-1.3: Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики	ОПК-1.1: Знать основные понятия и важнейшие факты из теории множеств, комбинаторики, теории графов, булевой алгебры. ОПК-1.2: Уметь решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи теории множеств. Уметь выполнять преобразования между различными формами представления дискретных объектов. ОПК-1.3: Владеть навыками построения доказательств и проверки корректности рассуждений.	Контрольная работа	Экзамен: Задачи Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16

- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	22
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Множества	11	2	5	7	4
Отношения	13	4	5	9	4
Комбинаторика	22	6	10	16	6
Графы	14	2	8	10	4
Логические функции	10	2	4	6	4
Аттестация	36				
КСР	2				2
Итого	108	16	32	50	22

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Множества. Понятие множества. Конечные и бесконечные множества. Мощность конечного множества. Подмножество. Число подмножеств конечного множества. Характеристический вектор. Объединение, пересечение, разность, дополнение, симметрическая разность множеств. Основные тождества в алгебре множеств. Диаграмма Венна. Декартово произведение множеств. Мультимножества.

2. Отношения между множествами. Бинарное отношение на множестве. Граф отношения. Свойства отношений. Отношение эквивалентности. Пример: сравнимость по модулю. Разбиение множества. Теорема о факторизации. Классы эквивалентности. Отношение порядка. Линейный и частичный порядок. Диаграмма Хассе. Функциональные отношения. Инъекции, сюръекции, биекции.

3. Комбинаторика. Правила равенства, суммы и произведения. Упорядоченные и неупорядоченные наборы с повторениями и без повторений. Слова. Лексикографический порядок. Перестановки. Правило последовательного выбора. Размещения. Сочетания. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Упорядоченные разбиения. Полиномиальная теорема. Сочетания с повторениями.

Формула включений-исключений. Неупорядоченные разбиения. Число функций различных типов. Линейные рекуррентные уравнения первого и второго порядка. Примеры: Ханойские башни и числа Фибоначчи.

4. Графы. Понятие графа, типы графов. Смежность, инцидентность, степени. Способы задания графов. Число графов. Специальные графы. Подграф. Изоморфизм. Инварианты. Пути, циклы, связность. Расстояния и метрические характеристики.

5. Логические функции. Алгебра логики. Табличное представление булевых функций, число функций. Существенные и фиктивные переменные. Эквивалентность функций. Элементарные функции. Формулы. Булевы формулы. Основные тождества. Нормальные формы: СДНФ.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Дискретная математика, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1683>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Контрольная работа 1

ЗАДАЧА 1. Задан универсум $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и в нём подмножества $A = \{x \in U : x \leq 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 6\}$, $D = \{1, 2, 6, 7\}$. Найдите множества: $A \otimes B\overline{C}D$, $C\overline{A} \times (D - B)$, $2^{AC} - 2^{\overline{D}}$.

ЗАДАЧА 2. Преобразуйте данную формулу в эквивалентную ей, содержащую только операции объединения, пересечения и дополнения и не содержащую скобок: $(B - (C - A)) \otimes \overline{C}$.

ЗАДАЧА 3. Выясните, равносильны ли системы условий:

$$\begin{cases} A \cup B \subseteq C; \\ C \cup B \subseteq A \cup D; \\ C \cup A \subseteq D \cup B; \\ AC \subseteq B \end{cases} \iff \begin{cases} A = B; \\ B \subseteq C \subseteq B \cup D. \end{cases}$$

Контрольная работа 2

ЗАДАЧА 1. Дано отношение R на множестве A . Определите, является ли оно рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным, отношением эквивалентности, отношением порядка. Для отношения эквивалентности найдите классы эквивалентности, для отношения порядка постройте диаграмму Хассе и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы.

$$xRy \iff (x-3) \cdot (y-3) \geq 0.$$

$$a) A = \{0, 1, 3, 5, 7, 9\}; \quad b) A = \{0, 1, 2, 5, 6\}.$$

ЗАДАЧА 2. Дано множество U из 7 элементов. Каким числом способов в нём можно выбрать три подмножества A, B, C так, чтобы выполнялись условия: $|A - B| = 1$, $|B - (A \cup C)| = 4$.

ЗАДАЧА 3. Рассматриваются слова в алфавите $\{a_1, a_2, a_3\}$. Через n_i обозначается число вхождений буквы a_i в слово. Найдите число слов длины 9, удовлетворяющих условию $n_1 \geq 6$.

ЗАДАЧА 4. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «ЗДАНИЕ», чтобы гласные шли в алфавитном порядке?

ЗАДАЧА 5. Решите рекуррентное уравнение $x_n = x_{n-1} + 2x_{n-2}$ с начальными условиями $x_0 = 1$, $x_1 = 1$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Приведены правильные решения большинства задач без существенных ошибок
не зачтено	Задачи не решены или в решении большинства задач допущены грубые ошибки

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	отказа обучающегося от ответа		ошибок	несколько негрубых ошибок	несколько несущественных ошибок	нет.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

ЗАДАЧА 1. Даны множества $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c, d\}$, $C = \{2, 3\}$, $D = \{c, d, e, f\}$. Сколько подмножеств в множестве $(A \times B) \otimes (C \times D)$?

ЗАДАЧА 2. Найти $|2^B - 2^{A \otimes B}|$, если известно, что $|A \cap B| = 3$, $|B - A| = 3$, $|A \cup B| = 11$.

ЗАДАЧА 3. $A = \{1, \{1\}, \emptyset\}$. Найти $2^A - A$.

ЗАДАЧА 4. Определить свойства бинарного отношения $R : xRy \iff (x - y) \vdots 4$, заданного на множестве целых чисел.

ЗАДАЧА 5. Найдите число слов длины k в алфавите $\{a, b, c, d\}$, в которых буква a встречается 5 раз.

ЗАДАЧА 6. Найдите число слов длины 8 в алфавите $\{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, в которые буква b_1 входит 3 раза.

ЗАДАЧА 7. Дан универс $U = \{1, 2, 3, 4\}$. Определить свойства бинарного отношения $R : ARB \iff A - B = \emptyset$, заданного на множестве 2^U .

ЗАДАЧА 8. Преобразуйте данную формулу в СДНФ: $\overline{(x_1 \vee x_2 x_3)} \vee x_2$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочётов.
отлично	Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочётами. Выполнены все задания в полном объеме.
очень хорошо	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочётами.
хорошо	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочётами
удовлетворительно	Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие минимальных умений решения задач. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Алгебра множеств. Декартово произведение множеств. Число подмножеств конечного множества.
2. Бинарные отношения. Типы бинарных отношений.
3. Отношение эквивалентности. Теорема о факторизации.
4. Отношение порядка. Теорема о конечных упорядоченных множествах. Диаграмма Хассе. Лексикографический порядок.
5. Функциональные отношения.
6. Перестановки, размещения, сочетания.
7. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Полиномиальная теорема.
8. Сочетания с повторениями (мультимножества).
9. Формула включений-исключений.
10. Упорядоченные разбиения конечного множества.
11. Линейные рекуррентные уравнения 1-го и 2-го порядков.
12. Логические функции. Число функций. Существенные и фиктивные переменные. Элементарные функции.
13. Нормальные формы логических функций: СДНФ.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Свободное владение основным и дополнительным материалом
отлично	Свободное владение основным материалом с незначительными погрешностями.
очень хорошо	Достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями.
хорошо	Владение основным материалом с заметными погрешностями.
удовлетворительно	Знание важнейших определений и формулировок.
неудовлетворительно	Владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка.
плохо	Отсутствие владения материалом.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Алексеев Владимир Евгеньевич. Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Алексеев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 139 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0>.
2. Алексеев Владимир Евгеньевич. Сборник задач по дискретной математике : задачник для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 010300 "Фундам. информатика и информ. технологии", 010400 "Приклад. математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : [б.

и.], 2012 (Тип. ННГУ). - 80 с. - 26.00., 50 экз.

Дополнительная литература:

1. Яблонский Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - Изд. 5-е, стер. - М. : Высшая школа, 2008. - 384 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005943-4 : 574.00., 2 экз.
2. Гаврилов Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. - 3-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 416 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0477-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665717&idb=0>.
3. Редькин Н. П. Дискретная математика / Редькин Н. П. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 264 с. - Рекомендовано УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки 010100 «Математика», 010200 «Математика. Прикладная математика», 011000 «Механика. Прикладная математика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-1093-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665776&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1683>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Сидоров Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.