

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал

Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 6 от 31.05.2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Математическая логика и теория алгоритмов

(наименование дисциплины)

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математика и Физика

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Год начала подготовки 2022

Арзамас

2023 год

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП

Дисциплина Б1.В.02.03 «Математическая логика и теория алгоритмов» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, образовательной программы направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профили) Математика и Физика.

Дисциплина предназначена для освоения студентами очной формы обучения в 5 и 6 семестрах третьего курса.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине (дескрипторы компетенции)**	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач. ИУК 1.2 Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к профессиональной области. ИУК 1.3 Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач.	<i>Знать классические факты, утверждения и методы основных разделов математической логики и теории алгоритмов</i>	<i>Вопросы для опроса, коллоквиума</i>
		<i>Уметь формулировать и доказывать основные результаты математической логики и теории алгоритмов</i>	<i>Тест, контрольная работа</i>
		<i>Владеть навыками решения практических задач с использованием методов математической логики и теории алгоритмов</i>	<i>Тест, контрольная работа</i>
ПКР-4 Способен осваивать и анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	ИПКР 4.1 Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/ образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. ИПКР 4.2 Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний. ИПКР 4.3 Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.	<i>Знать основы математической логики и теории алгоритмов, их связь со школьным курсом математики</i>	<i>Вопросы для опроса, коллоквиума</i>
		<i>Уметь решать типовые задачи по математической логике и теории алгоритмов</i>	<i>Тест, контрольная работа</i>
		<i>Владеть базовыми идеями и методами математической логики и теории алгоритмов</i>	<i>Тест, контрольная работа</i>

ры высказываний к логикоматематической практике.													
Тема 7. Понятие формальной теории. Аксиомы, правила вывода, теоремы исчисления высказываний.	4		2		2								
Тема 8. Теорема дедукции в исчислении высказываний.	4		2		2								
Тема 9. Полнота исчисления высказываний в широком смысле.	2				2								
Тема 10. Непротиворечивость исчисления высказываний. Полнота исчисления высказываний в узком смысле	2				2								
Тема 11. Независимость аксиом исчисления высказываний.	2				2								
Тема 12. Предикаты. Кванторы. Формулы. Область истинности и ложности предиката.	4		2		2								
Тема 13. Формулы логики предикатов и их равносильность. Предваренная нормальная форма	2				2								
Тема 14. Проблема разрешимости в логике предикатов.	2				2								
Тема 15. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений.	4		2		2								
Тема 16. Теория первого порядка. Теоремы и формулы. Логические и специальные теоремы. Правила вывода. Теорема дедукции в исчислении предикатов.	4		2		2								
Тема 17. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов. Модели теории, их изоморфизмы. Теорема полноты Теоремы Гёделя о неполноте. Парадоксы.	4				2							2	
Экзамен	54										54		
II. Теория алгоритмов.													
Тема 18. Интуитивное понятие алгоритма. Основные требования к алгоритмам. Алгоритмы в математике.	6		2		2							2	
Тема 19. Вычислимые функции. Числовые функции и алгоритмы их вычисления.	4				2							2	
Тема 20. Машины Тьюринга. Конфигурации и машинные слова. Применение машин Тьюринга к словам.	6		2		2							2	
Тема 21. Конструирование машин Тьюринга. Диаграммы	6		2		2							2	

ма переходов машины Тьюринга.													
Тема 22. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость функций на машине Тьюринга.	4			2								2	
Тема 23. Нормальные алгоритмы. Их применение к словам. Конструирование нормальных алгоритмов.	6		2	2								2	
Тема 24. Операции над алгоритмами Маркова.	4			2								2	
Тема 25. Нормально-вычислимые функции. Принцип нормализации Маркова.	6			2								4	
Тема 26. Машина с неограниченными регистрами. Ее применение к конфигурациям.	6		2	2								2	
Тема 27. Конструирование МНР. МНР-вычислимые функции.	6			2								4	
Тема 28. Основные понятия теории рекурсивных функций. Операторы суперпозиции и примитивной рекурсии.	6		2	2								2	
Тема 29. Примитивно-рекурсивные функции.	4			2								2	
Тема 30. Примитивная рекурсивность предикатов. Логические операции.	6		2	2								2	
Тема 31. Ограниченные кванторы. Подстановка функций в предикат. Кусочное задание функции. Оператор минимизации.	4			2								2	
Тема 32. Частично-рекурсивные и общерекурсивные функции.	8		2	2								4	
Тема 33. Разрешимость и перечислимость множеств. Диагональный метод. Неразрешимые алгоритмические проблемы.	6			2								4	
В том числе текущий контроль	4							4					
Экзамен	54									54			
ИТОГО	252		32		66			4		108		42	

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, консультаций.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является важнейшей составной частью учебного процесса и обязанностью каждого студента.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс Математическая логика и теория алгоритмов, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=881>, созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» осуществляется в следующих видах: подготовка к опросам, коллоквиумам, контрольным работам и экзаменам.

Методические рекомендации к самостоятельной работе

Подготовка к опросам

Подготовка к опросу, проводимому в рамках практического занятия, требует уяснения вопросов, вынесенных на конкретное занятие, повторения основных терминов, запоминания формул и алгоритмов. Она включает в себя ознакомление с темой практического занятия, изучение теоретического материала в соответствии с темой по конспекту лекций, изучение соответствующих разделов учебников и учебных пособий, поиск дополнительного материала в сети Интернет.

Методические рекомендации:

- 1) выписать определения, формулы и запомнить их;
- 2) изучить алгоритмы решения и рекомендации по решению конкретных задач, представленные в конспекте лекций;
- 3) рассмотреть примеры, представленные в конспекте лекций, понять ход решения;
- 4) записать возникшие во время самостоятельной работы с конспектом и учебной литературой вопросы, чтобы затем на практическом занятии получить на них ответы;
- 5) обращаться за консультацией к преподавателю при возникновении затруднений в освоении материала.

Подготовка к контрольным работам

Контрольные работы являются традиционным оценочным средством, применяемым при обучении математическим дисциплинам. Целью контрольных работ является проверка умений и навыков использования формул и алгоритмов, как в стандартных, так и нестандартных задачных ситуациях.

Методические рекомендации

1. На практическом занятии, предшествующем контрольной работе, со слов преподавателя запишите виды заданий, которые войдут в работу и критерии их оценки, временной регламент работы. Задайте уточняющие вопросы преподавателю, если они есть.
2. Повторите формулы и алгоритмы решения по тетради для практических занятий.
3. Разберите решение основных типов заданий по указанным видам, используя тетрадь для практических работ.
4. Изучите конспекты лекций по указанному кругу вопросов.
5. Разберите непонятные Вам вопросы со студентами Вашей группы. Если остались вопросы, разберите их с преподавателем.
6. Решите примеры указанных видов, из рекомендованных учебных пособий.

Методические рекомендации по подготовке к коллоквиуму, экзамену

Для допуска к экзамену необходимо написать предусмотренные планом контрольные работы на положительные оценки, то есть «удовлетворительно» или выше.

Экзамен проводится в традиционной форме (ответ на вопросы экзаменационного билета) с учетом оценок за коллоквиум и контрольную(ые) работу(ы).

Подготовка к коллоквиуму или экзамену начинается с первого занятия по дисциплине. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь требованиями, обращаться к преподавателю за консультацией по неусвоенным вопросам.

Для подготовки к сдаче коллоквиума или экзамена необходимо первоначально прочитать весь лекционный материал, а также соответствующие разделы рекомендуемых изданий. Лучшим вариантом является тот, при котором при подготовке используется несколько источников информации. Это способствует разностороннему восприятию каждой конкретной темы дисциплины.

В обобщённом варианте подготовка к сдаче коллоквиума или экзамена включает в себя:

- просмотр программы учебной дисциплины, перечня вопросов к коллоквиуму или экзамену;
- подбор рекомендованных преподавателем источников (учебников, учебных пособий, дополнительной литературы и т.д.),
 - использование конспектов лекций, материалов занятий и их изучение;
 - консультирование у преподавателя.

Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу

адреса доступа к документам

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

В ходе промежуточной аттестации по дисциплине осуществляется оценка сформированности компонентов компетенций (полнота знаний/ наличие умений/ навыков), т.е. результатов обучения, указанных в таблице п.2 настоящей рабочей программы, на основе оценки усвоения содержания дисциплины.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенции в ходе промежуточной аттестации по дисциплине проводится на основе учета текущей успеваемости в ходе освоения дисциплины и учета результата сдачи промежуточной аттестации.

Выявленные признаки несформированности компонентов (индикаторов) хотя бы одной компетенции не позволяют выставить интегрированную положительную оценку сформированности компетенций и освоения дисциплины на данном этапе обучения.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации, которая вносится в зачетно-экзаменационную ведомость по дисциплине и зачетную книжку студента, осуществляется по следующей оценочной шкале.

Шкала оценки сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Отлично	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент готов самостоятельно решать стандартные и нестандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Хорошо	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном

		этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент готов самостоятельно решать только различные стандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Удовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
Не зачтено	Неудовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

Шкала оценивания сформированности компетенции

Уровень сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции)				
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем требованиям программы подготовки, без ошибок.
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

5.2 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Критерии оценки тестирования

Оценка «отлично» 80 – 100 % правильных ответов;

Оценка «хорошо» 60 – 79 % правильных ответов;

Оценка «удовлетворительно» 40 – 59% правильных ответов.

Оценка «неудовлетворительно» менее 40% правильных ответов

Критерии оценки контрольной работы

Оценка «отлично» в работе представлено полностью верное решение всех обязательных задач.

Оценка «хорошо» в работе представлено полностью верное решение $\frac{3}{4}$ обязательных задач.

Оценка «удовлетворительно» в работе представлено полностью верное решение половины обязательных задач.

Оценка «неудовлетворительно» решено меньше половины обязательных задач.

Критерии оценки устного ответа студента при опросе

Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

Критерии оценки устного ответа студента на коллоквиуме/ на экзамене

Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основные категории темы (определения, формулы, свойства, формулировки теорем), но допускает неточности, нарушает последовательность в изложении программного материала, испытывает существенные затруднения при доказательствах или совсем их не проводит.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружались существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины или грубые ошибки.

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения и для контроля формирования компетенции

Семестр 5

Вопросы для опроса

для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Законы булевы алгебры. Свойства булевых алгебр.
2. Операции над высказываниями.
3. Таблицы истинности. Равносильность формул.
4. Основные равносильности алгебры высказываний и их доказательство. Равносильные преобразования формул. ДНФ.
5. КНФ.
6. СДНФ.
7. СКНФ.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

8. Булевы функции.
9. Представление истинностных функций формулами. Правила нахождения СДНФ и СКНФ.
10. Тавтологии и их доказательство. Правила получения тавтологий.
11. Применение алгебры высказываний к формулировке математических теорем.
12. Понятие формальной аксиоматической теории. Исчисление высказываний как аксиоматическая теория. Примеры построения выводов. Линейный вывод и дерево вывода.

13. Теорема дедукции.
14. Теоремы исчисления высказываний.
15. Производные правила вывода. Правила введения логических связок. Правила удаления логических связок.

**Вопросы для коллоквиума
для оценки сформированности компетенций УК-1**

1. Предмет математической логики. Исторические этапы становления математической логики как науки.
2. Булевы алгебры. Примеры. Свойства булевых алгебр. Операции над высказываниями.
3. Формулы. Классификация формул. Таблицы истинности. Равносильность формул. Признак равносильности и следствие из него.
4. Основные равносильности алгебры высказываний и их доказательство. Равносильные преобразования формул. ДНФ.
5. КНФ. СДНФ.
6. Единственность СДНФ.
7. СКНФ.
8. Булевы функции. Представление истинностных функций формулами. Правила нахождения СДНФ и СКНФ.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

9. Полные системы булевых функций. Теорема об отсутствии полной системы функций для совокупности функций от одной переменной, определенных на множестве натуральных чисел.
10. Теорема о существовании полной системы функций во множестве всех булевых функций. Тавтологии и их доказательство. Правила получения тавтологий.
11. Применение алгебры высказываний к формулировке математических теорем. Принцип полной дизъюнкции.
12. Понятие формальной аксиоматической теории. Исчисление высказываний как аксиоматическая теория. Примеры построения выводов. Линейный вывод и дерево вывода.
13. Теорема дедукции.
14. Теоремы исчисления высказываний.
15. Производные правила вывода. Правила введения логических связок. Правила удаления логических связок.

**Типовые задания тестирования
для оценки сформированности компетенций УК-1**

I. Какие из перечисленных предложений являются высказываниями?

1. Некоторые фигуры – треугольники.
2. Рыжая собака, пробежавшая ко мне навстречу.
3. На земле сейчас существуют динозавры.
4. Марк Тулий Цицерон (106 – 43 гг. до н. э.).
5. Самая северная в мире атомная электростанция находится на Кольском полуострове.
6. Передача информации.
7. Все грибы – съедобные.
8. Роза – красивый цветок.
9. В романе А.С. Пушкина «Евгений Онегин» 136245 букв.

Ответ: _____.

II. Сформулируйте отрицания высказываний.

1. $10 > 3$.

Ответ: _____.

2. Африка – остров.

Ответ: _____.

3. Некоторые грибы несъедобны.

Ответ: _____.

III. Используя буквенные обозначения, выразите в виде формул алгебры высказываний следующие составные высказывания.

1. Удалось Ворону раздобыться куском сыру, взлетел он на дерево, уселся там и попался на глаза Лисице.

а) $B \rightarrow ((D \vee S) \rightarrow L)$; б) $B \rightarrow ((D \wedge S) \rightarrow L)$; в) $B \rightarrow ((D \vee S) \vee L)$; г) $B \wedge D \wedge S \wedge L$; д) $B \rightarrow (D \wedge S \wedge L)$.

Ответ: _____.

2. «Завистливый человек ни днем, ни ночью не знает покоя, всегда и всем недоволен, сетует на все с ропотом, частый гнев и постоянная злоба мучают его».

а) $D \wedge N \wedge K \wedge G \wedge Z$; б) $Z \rightarrow (D \wedge N \wedge K \wedge S \wedge G \wedge F)$; в) $Z \rightarrow (\bar{D} \wedge \bar{N} \wedge \bar{K} \wedge S \wedge G \wedge F)$; г) $\bar{D} \wedge \bar{N} \wedge \bar{K} \wedge S \wedge G \wedge Z$.

Ответ: _____.

3. Если требуется решить уравнение, то надо найти все его корни или доказать, что корней нет.

а) $U \rightarrow (K \vee \bar{K})$; б) $U \rightarrow (K \vee G)$; в) $(U \rightarrow K) \wedge \bar{K}$; г) $(U \rightarrow K) \vee \bar{K}$; д) $(U \rightarrow K) \wedge G$.

Ответ: _____.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

IV. Введите буквенные обозначения простых высказываний и выразите в виде формул алгебры высказываний следующие составные высказывания.

1. Идет дождь или кто-то не выключил душ.

Ответ: _____.

2. Если вечером будет туман, то Сергей или останется дома, или должен будет взять такси.

Ответ: _____.

3. Оля сядет на стул, и она или Света будут ждать прихода врача.

Ответ: _____.

4. Оля сядет на стул и будет ждать врача, или Света будет ждать врача.

Ответ: _____.

5. Ни красные, ни белые не победили в гражданской войне.

Ответ: _____.

6. Хлеба уцелеют тогда и только тогда, когда будут вырыты ирригационные каналы; если хлеба не уцелеют, то фермеры обанкротятся и оставят фермы.

Ответ: _____.

V. Запишите высказывание, реализующее данную формулу, если C – сегодня мы идем купаться, R – сегодня мы роем картошку, S – сегодня мы сидим дома, Y – вчера мы не купались.

1. $R \rightarrow \overline{C \vee S}$.

Ответ: _____.

2. $C \leftrightarrow Y$.

Ответ: _____.

3. $Y \wedge (C \vee R)$.

Ответ: _____.

4. $C \leftrightarrow (R \wedge \bar{S})$.

Ответ: _____.

Типовые варианты контрольных работ для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Привести формулу к виду СКНФ и СДНФ с помощью равносильных преобразований:

$$\overline{(X \rightarrow (Y \vee \overline{Z}) \wedge \overline{X})} \rightarrow \overline{(X \vee Y \rightarrow Z)}.$$

2. Равносильны ли формулы: $\Phi_1 = (X \wedge (\overline{Y} \rightarrow Z)) \vee ((\overline{X} \rightarrow Z) \wedge \overline{Y})$ и $\Phi_2 = (\overline{X} \rightarrow Y) \rightarrow (Z \wedge Y \vee \overline{X})$?

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

3. Постройте вывод: $X \rightarrow Y \quad (X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow (X \rightarrow Z)$.
4. Дан предикат $Q(x) = "x \text{ общая точка двух данных окружностей}"$, где x – произвольные точки плоскости. Сформулируйте следующее предложение: $\forall x \forall y \forall z [Q(x) \wedge Q(y) \wedge Q(z) \rightarrow (z = x) \vee (z = y)]$.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции
1	Предмет математической логики. Исторические этапы становления математической логики как науки.	УК-1
2	Булевы алгебры. Примеры. Свойства булевых алгебр. Операции над высказываниями.	УК-1
3	Формулы. Классификация формул. Таблицы истинности. Равносильность формул. Признак равносильности и следствие из него.	УК-1
4	Основные равносильности алгебры высказываний и их доказательство. Равносильные преобразования формул. ДНФ.	УК-1
5	КНФ. СДНФ.	ПКР-4
6	Единственность СДНФ.	ПКР-4
7	СКНФ.	ПКР-4
8	Полные системы булевых функций. Теорема об отсутствии полной системы функций для совокупности функций от одной переменной, определенных на множестве натуральных чисел.	УК-1
9	Полные системы булевых функций. Теорема об отсутствии полной системы функций для совокупности функций от одной переменной, определенных на множестве натуральных чисел.	УК-1
10	Теорема о существовании полной системы функций во множестве всех булевых функций. Тавтологии и их доказательство. Правила получения тавтологий.	ПКР-4
11	Применение алгебры высказываний к формулировке математических теорем. Принцип полной дизъюнкции.	ПКР-4
12	Понятие формальной аксиоматической теории. Исчисление высказываний как аксиоматическая теория. Примеры построения выводов. Линейный вывод и дерево вывода.	УК-1
13	Теорема дедукции.	ПКР-4
14	Теоремы исчисления высказываний.	ПКР-4
15	Производные правила вывода. Правила введения логических связок. Правила удаления логических связок.	ПКР-4
16	Полнота исчисления высказываний в широком смысле.	ПКР-4
17	Адекватность, разрешимость и непротиворечивость исчисления высказываний.	ПКР-4
18	Независимость аксиом исчисления высказываний.	ПКР-4
19	Полнота исчисления высказываний в узком смысле.	ПКР-4
20	Предикаты. Классификация предикатов. Области истинности и ложности предикатов. Логические операции над предикатами.	УК-1
21	Равносильность предикатов. Кванторные операции над предикатами.	ПКР-4
22	Предикатные формулы. Доказательство равносильностей логики предикатов. Тавтологии логики предикатов.	ПКР-4
23	Приведенная и предваренная нормальная форма для формул логики предикатов.	ПКР-4
24	Проблема разрешимости в логике предикатов.	ПКР-4
25	Логический квадрат. Методы доказательства математических теорем. Силлогизмы.	ПКР-4
26	Аксиоматическое построение исчисления предикатов. Полнота исчисления предикатов.	ПКР-4
27	Теории первого порядка. Теоремы Геделя о неполноте.	УК-1
28	Свойства аксиоматических теорий.	УК-1
29	Парадоксы.	УК-1
30	Метаматематика.	УК-1

Семестр 6

Вопросы для опроса

для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Понятие алгоритма. Примеры алгоритмов. Основные требования к алгоритмам.
2. Понятие конструктивного объекта. Применимость алгоритма к начальным данным. Область применимости алгоритма. Интуитивное определение алгоритма. Алгоритмически вычислимая функция.
3. Подходы к математическому уточнению понятия алгоритма.
4. Понятие машины Тьюринга. Ее устройство.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

5. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость функций на машине Тьюринга.
6. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов).
7. Марковские подстановки. Нормальные алгоритмы Маркова и их применение к словам.
8. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Нумерация машин Тьюринга.

Вопросы для коллоквиума

для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Понятие алгоритма. Примеры алгоритмов.
2. Основные требования к алгоритмам.
3. Понятие конструктивного объекта. Применимость алгоритма к начальным данным. Область применимости алгоритма. Интуитивное определение алгоритма. Алгоритмически вычислимая функция.
4. Блок-схемы алгоритмов.
5. Подходы к математическому уточнению понятия алгоритма.
6. Алгоритм как программа для компьютера. Следование, развилка.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

7. Алгоритм как программа для компьютера. Повторение (цикл – ПОКА, цикл – ДО).
8. Понятие машины Тьюринга. Ее устройство.
9. Вычислимые по Тьюрингу функции.
10. Правильная вычислимость функций на машине Тьюринга.
11. Операции над машинами Тьюринга: композиция, развилка, цикл.
12. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов).
13. Марковские подстановки. Нормальные алгоритмы Маркова и их применение к словам.

Типовые задания тестирования

для оценки сформированности компетенций УК-1

- 1. Выберите название описанного свойства алгоритма:**

Система величин, получаемых в какой-то (не начальный) момент времени, однозначно определяется системой величин, полученных в предшествующие моменты времени

1) дискретность; 2) детерминированность; 3) массовость; 4) результативность; 5) элементарность шагов.

- 2. Выберите название описанного свойства алгоритма:**

Начальная система величин может выбираться из некоторого потенциально бесконечного множества.

1) дискретность; 2) детерминированность; 3) массовость; 4) результативность; 5) элементарность шагов.

- 3. Выберите название описанного свойства алгоритма:**

Закон получения последующей системы величин из предшествующей должен быть простым и локальным.

1) дискретность; 2) детерминированность; 3) массовость; 4) результативность; 5) элементарность шагов.

- 4. Выберите название описанного свойства алгоритма:**

Процесс последовательного построения величин идет таким образом, что в начальный

момент задается исходная конечная система величин, а в каждый последующий момент система величин получается по определенному закону из системы величин, имевшихся в предыдущий момент времени.

1) дискретность; 2) детерминированность; 3) массовость; 4) результативность; 5) элементарность шагов.

5. Машина Тьюринга (МТ) с внешним алфавитом $A = \{a_0, 1\}$, задаваемая командами $q_1 1 \rightarrow q_1 1 \Pi$, $q_1 a_0 \rightarrow q_0 1$, осуществляет следующие действия:

- 1) читающая головка машины движется по ленте вправо;
- 2) начав работу со слова, состоящего из единиц, приписывает к нему слева по одной букве 1 на каждом шаге, при этом никогда не останавливаясь;
- 3) машина вычисляет функцию $f(x) = x + 1$ (прибавление единицы);
- 4) читающая головка машины движется по ленте влево, пока не встретит a_0 , после чего машина останавливается.

6. Пусть МТ, находясь во внутреннем состоянии q_2 и обозревая ячейку, в которой записана буква a_1 , переходит в состояние q_1 , в обозреваемой ячейке стирает букву a_1 и заносит туда букву a_2 , после чего сдвигается на одну ячейку влево. Команда, соответствующая описанному действию МТ имеет вид:

- 1) $q_2 a_1 \rightarrow q_1 a_2 \Pi$; 2) $q_2 a_1 \rightarrow q_1 a_2$; 3) $q_2 a_1 \rightarrow q_1 a_2 \Pi$; 4) $q_2 a_1 \rightarrow q_1 a_2 \Pi$.

7. МТ определяется следующей функциональной схемой:

A \ Q	q_1	q_2
	q_1	q_2
a_0	$q_2 a_0 \Pi$	$q_0 1$
1	$q_1 1 \Pi$	$q_2 1 \Pi$

Исходя из стандартного начального положения слово $1 a_0 1$ машина переработает в следующее слово:

- 1) $1 1 1 a_0 1$; 2) $1 a_0 1 a_0 1$; 3) $1 1 a_0 1 a_0 1$; 4) $1 a_0 a_0 1 a_0 1$.

8. Машиной Тьюринга (МТ) называется система вида:

1) $\langle A, Q, q_0, X, \tau \rangle$, где A – внешний алфавит МТ, a_0 – пустая буква алфавита A , Q – алфавит внутренних состояний МТ, q_0 – начальное состояние МТ, q_1 – состояние остановки МТ, X – множество сдвигов МТ, τ – программа МТ;

2) $\langle A, Q, q_0, X, \tau \rangle$, где A – внешний алфавит МТ, a_0 – пустая буква алфавита A , Q – алфавит внутренних состояний МТ, q_0 – состояние остановки МТ, q_1 – начальное состояние МТ, X – множество сдвигов МТ, τ – программа МТ;

3) $\langle A, Q, q_0, X, \tau \rangle$, где A – внешний алфавит МТ, a_0 – пустая буква алфавита A , Q – алфавит внутренних состояний МТ, q_0 – состояние остановки МТ, q_1 – начальное состояние МТ, τ – программа МТ;

4) $\langle A, Q, q_0, X, \tau \rangle$, где A – алфавит внутренних состояний МТ, a_0 – пустая буква алфавита A , Q – внешний алфавит МТ, q_0 – состояние остановки МТ, q_1 – начальное состояние МТ, X – множество сдвигов МТ, τ – программа МТ.

9. Машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, задаваемая командами: $q_0 0 \rightarrow q_0 0 \Pi$, $q_1 1 \rightarrow q_1 1 \Pi$, $q_2 2 \rightarrow q_2 2 \Pi$, $q_3 3 \rightarrow q_3 3 \Pi$, $q_4 4 \rightarrow q_4 4 \Pi$, $q_5 5 \rightarrow q_5 5 \Pi$, $q_6 6 \rightarrow q_6 6 \Pi$, $q_7 7 \rightarrow q_7 7 \Pi$, $q_8 8 \rightarrow q_8 8 \Pi$, $q_9 9 \rightarrow q_9 9 \Pi$, $q_0 a_0 \rightarrow q_0 1$, осуществляет следующие действия:

- 1) читающая головка машины движется по ленте вправо;
- 2) начав работу со слова, состоящего из цифр десятичной системы счисления, приписывает

вает к нему справа по одной букве 1 на каждом шаге, при этом никогда не останавливаясь;

3) машина вычисляет функцию $f(x) = x + 1$ (прибавление единицы);

4) читающая головка машины движется по ленте вправо, пока не встретит a_0 , после чего, заменив a_0 на 1, машина останавливается.

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

10. Стандартное начальное положение – это:

1) положение, при котором в состоянии q_1 обозревается крайняя правая ячейка записанного на ленте машины Тьюринга слова;

2) положение, при котором в состоянии q_0 обозревается крайняя правая ячейка записанного на ленте машины Тьюринга слова;

3) положение, при котором в состоянии q_1 обозревается крайняя левая ячейка записанного на ленте машины Тьюринга слова;

4) положение, при котором в состоянии q_0 обозревается крайняя правая ячейка записанного на ленте машины Тьюринга слова.

11. Машина Тьюринга Γ («удвоение») осуществляет перевод:

1) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 \mapsto a_0 1^x a_0 1^y q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0$; 2) $q_1 a_0 1^x a_0 \mapsto q_0 a_0 1^x a_0 1^x a_0$

3) $q_1 a_0 1^x a_0 \mapsto a_0 1^x q_0 a_0 1^x a_0$; 4) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 \mapsto q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0 1^x a_0 1^y a_0$

12. В результате применения к начальной конфигурации $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$ композиции машин Тьюринга $B^+ B^- B$ (B^+ – «правый сдвиг», B^- – «левый сдвиг», B – «транспозиция», O – «обнуление») получится следующая конфигурация:

1) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$; 2) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$; 3) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$;

4) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$

13. В результате применения к начальной конфигурации $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$ композиции машин Тьюринга $(B^+)(B^-)(B)$ (B^+ – «правый сдвиг», B^- – «левый сдвиг», B – «транспозиция», O – «обнуление») получится следующая конфигурация:

1) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$; 2) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$; 3) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$;

4) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$

14. В результате применения к начальной конфигурации $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$ композиции машин Тьюринга $(B^+)(B^-)(B)$ (B^+ – «правый сдвиг», B^- – «левый сдвиг», B – «транспозиция») получится следующая конфигурация:

1) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$; 2) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$; 3) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$;

4) $q_0^x q_0^y q_0^z q_0^w$

15. Машина Тьюринга Π_3 («циклический сдвиг») осуществляет перевод:

1) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 \mapsto a_0 1^x a_0 1^y q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0$;

2) $a_0 1^x a_0 1^y q_1 a_0 1^z a_0 \mapsto a_0 1^z q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0$;

3) $q_1 a_0 1^x a_0 \mapsto a_0 1^x q_0 a_0 1^x a_0$; 4) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 1^z a_0 \mapsto q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0 1^z a_0$

16. Машина Тьюринга K_2 («копирование») осуществляет перевод:

1) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 \mapsto a_0 1^x a_0 1^y q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0$; 2) $q_1 a_0 1^x a_0 \mapsto q_0 a_0 1^x a_0 1^x a_0$

3) $q_1 a_0 1^x a_0 \mapsto a_0 1^x q_0 a_0 1^x a_0$; 4) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 \mapsto q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0 1^x a_0 1^y a_0$

17. Машина Тьюринга B («транспозиция») осуществляет перевод:

1) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 \mapsto q_0 a_0 1^y q_1 a_0 1^x a_0$; 2) $a_0 1^x a_0 1^y q_1 a_0 1^z a_0 \mapsto a_0 1^z q_0 a_0 1^x a_0 1^y a_0$

3) $a_0 1^x q_1 a_0 1^y a_0 \mapsto a_0 1^y q_0 a_0 1^x a_0$; 4) $q_1 a_0 1^x a_0 1^y a_0 1^z a_0 \mapsto q_0 a_0 1^z a_0 1^x a_0 1^y a_0$

18. Даны последовательности букв алфавита $A \cup Q$: а) $a_2 a_1 q_1 a_1 a_4$; б) $a_2 a_1 q_1 a_1 a_4$; в) $a_2 a_1 a_4 q_3$; г) $a_2 a_1 q_3 a_3 a_4$. Машинными словами, описывающими некоторое состояние машины Тьюринга, являются следующие:

- 1) а), в), г);
- 2) а) и г);
- 3) б) и в);
- 4) каждое из приведенных слов.

Типовые варианты контрольной работы для оценки сформированности компетенций УК-1

1. Машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, 1\}$ определяется следующей программой:

$\begin{array}{c} Q \\ \backslash \\ A \end{array}$	q_1	q_2	q_3	q_4
a_0	$q_2 a_0 П$	$q_3 a_0 П$	$q_1 1 П$	$q_0 a_0$
1	$q_2 1 П$	$q_4 a_0 П$	$q_2 1 П$	$q_4 1 П$

Остановится ли когда-нибудь эта машина, если она начнет перерабатывать следующие слова:

- а) $q_1 1111 a_0 1$, б) $q_1 1 a_0 1 a_0 1$?

Если остановка происходит, то, какое слово получается в результате, какая ячейка и в каком (перед остановкой) состоянии обозревается?

для оценки сформированности компетенций ПКР-4

2. Найдите функции f и g в рекурсивных формулах для функции $\varphi(x, y) = 3^{x+y}$, если рекурсия проводится по y .
3. Какое из следующих слов является результатом применения нормального алгоритма $a11 \rightarrow 1a$
 $a \rightarrow \cdot \Lambda$
 $\Lambda \rightarrow a$ к слову 111111?
 1) 111; 2) 1; 3) Λ ; 4) 111a.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к экзамену)

№	Вопрос	Код формируемой компетенции
1	Понятие алгоритма. Примеры алгоритмов.	УК-1
2	Основные требования к алгоритмам.	УК-1
3	Понятие конструктивного объекта. Применимость алгоритма к начальным данным. Область применимости алгоритма. Интуитивное определение алгоритма. Алгоритмически вычислимая функция.	УК-1
4	Блок-схемы алгоритмов.	УК-1
5	Подходы к математическому уточнению понятия алгоритма.	УК-1
6	Алгоритм как программа для компьютера. Следование, развилка.	ПКР-4
7	Алгоритм как программа для компьютера. Повторение (цикл – ПОКА, цикл – ДО).	ПКР-4
8	Понятие машины Тьюринга. Ее устройство.	УК-1

9	Вычислимые по Тьюрингу функции.	<i>ПКР-4</i>
10	Правильная вычислимость функций на машине Тьюринга.	<i>ПКР-4</i>
11	Операции над машинами Тьюринга: композиция, развилка, цикл.	<i>ПКР-4</i>
12	Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов).	<i>ПКР-4</i>
13	Марковские подстановки. Нормальные алгоритмы Маркова и их применение к словам.	<i>ПКР-4</i>
14	Нормально вычислимые функции и принцип нормализации Маркова.	<i>УК-1</i>
15	Совпадение класса всех нормально вычислимых функций с классом функций, вычислимых по Тьюрингу. Эквивалентность различных теорий алгоритмов.	<i>ПКР-4</i>
16	Происхождение рекурсивных функций. Простейшие рекурсивные функции.	<i>ПКР-4</i>
17	Оператор суперпозиции. Теорема о правильной вычислимости сложной функции.	<i>ПКР-4</i>
18	Оператор примитивной рекурсии. Примитивно-рекурсивные функции. Примеры примитивно-рекурсивных функций.	<i>ПКР-4</i>
19	Оператор минимизации. Частично-рекурсивные и общерекурсивные функции. Тезис Черча.	<i>ПКР-4</i>
20	Примитивная рекурсивность предикатов. Оператор условного перехода. Кусочное задание функции.	<i>ПКР-4</i>
21	Вычислимость по Тьюрингу примитивно-рекурсивных функций.	<i>УК-1</i>
22	Оператор минимизации, применяемый к предикату.	<i>УК-1</i>
23	Вычислимость по Тьюрингу частично-рекурсивных функций.	<i>ПКР-4</i>
24	Разрешимость и перечислимость множеств.	<i>ПКР-4</i>
25	Неразрешимые алгоритмические проблемы. Нумерация машин Тьюринга.	<i>ПКР-4</i>
26	Неразрешимые алгоритмические проблемы. Проблема распознавания самоприменимости	<i>ПКР-4</i>

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Игошин, В.И. Математическая логика: учебное пособие/ В.И. Игошин. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 398 с. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/987006>
2. Игошин, В.И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов: учебное пособие/ В.И. Игошин. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 392 с. – URL: <http://znanium.com/catalog/product/986940>
3. Мирзоев, М.С. Теория алгоритмов: учебное пособие/ М.С. Мирзоев, В.Л. Матросов. – М.: Изд-во "Прометей", 2019. – 200 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/116154>

б) дополнительная литература:

1. Бабенко, М.А. Введение в теорию алгоритмов и структур данных/ М.А. Бабенко, М.В. Левин. – М.: МЦНМО, 2016. – 144 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/80136>
2. Павлова, Е.А. Элементы математической логики. Алгебра логики: учебно-методическое пособие/ Е.А. Павлова. – Тюмень: Изд-во ТГУ, 2018. – 24 с. – URL: <https://e.lanbook.com/book/117832>
3. Сангалова, М.Е. Курс лекций по математической логике/ М.Е. Сангалова. – Арзамас: АГПИ, 2012. – 102 с. 4 экз.
4. Сангалова, М.Е. Проектно-ориентированное обучение математической логике: учебно-методическое пособие/ М.Е. Сангалова. – 2013. // Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ – URL: <http://www.unn.ru/books/resources.html>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.
Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ www.lib.unn.ru/

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: lib.arz.unn.ru

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: ноутбук, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа дисциплины **Математическая логика и теория алгоритмов** составлена в соответствии с образовательным стандартом высшего образования (ОС ННГУ) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата) (приказ ННГУ от 17.05.2023 года № 06.49-04-0214/23)

Автор(ы):

к.п.н., доцент

Сангалова М.Е.

Рецензент (ы):

к.п.н., доцент

Атрощенко С.А.

Кафедра математики, физики и информатики

д.п.н., доцент

Фролов И.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 24.05.2023 года, протокол № 5

Председатель МК

к.п.н., доцент

факультета естественных и математических наук

Володин А.М.

П.6. а) СОГЛАСОВАНО:

Заведующий библиотекой

Федосеева Т.А.