

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 11 от 25.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Метод конечных элементов

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы

Математика и компьютерные науки

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.01 Метод конечных элементов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-2: Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-2.1: Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач ПК-2.2: умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач ПК-2.3: Имеет навыки разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	ПК-2.1: Знать - основные понятия и определения курса «Метод конечных элементов» - структуру программного комплекса ANSYS ПК-2.2: Уметь Строить теоретические и расчетные модели исследуемых объектов в программном комплексе ANSYS ПК-2.3: Владеть Навыками численного моделирования и анализа полученных результатов исследования	Собеседование Сообщение на практических занятиях	Зачёт: Контрольные вопросы Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32

- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	59
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Введение	10	2		2	8
Задача теплопроводности	14	4	2	6	8
Теория МКЭ	20	8	4	12	8
Реализация МКЭ	25	8	6	14	11
Общая структура программного комплекса	14	4	2	6	8
Система ANSYS	14	4	2	6	8
Обзор курса	10	2		2	8
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	16	49	59

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение. Математическое моделирование, вычислительный эксперимент и метод конечных элементов.
2. Задача теплопроводности. Вывод полевого уравнения теплопроводности. Дифференциальная и вариационная постановки одно-, двух- и трёх-мерных задач теплопроводности. Стационарная и нестационарная задачи теплопроводности.
3. Теория МКЭ. Общие сведения о методе конечных элементов (исторические сведения, особенности, общая схема). Семейство методов взвешенных невязок. Семейство методов Релея-Ритца. Формулировка МКЭ на примере стационарной задачи теплопроводности. Типы и семейства конечных элементов для одно-, двух- и трёх-мерных задач. Численное интегрирование в МКЭ и построение разрешающей системы алгебраических уравнений. Условия полноты и непрерывности функций формы. Точность, сходимость, устойчивость конечно-элементного решения задачи.
4. Реализация МКЭ. Особенности реализации одно-, двух- и трёх-мерных стационарных задач

(теплопроводности). Применение МКЭ для решения нестационарных задач (теплопроводности).
5. Общая структура программного комплекса. Препроцессор. Геометрическое моделирование и дискретизация пространственных областей. Модель процесса, свойства, граничные и начальные условия. Процессор. Особенности решателей. Постпроцессор. Визуализация и анализ результатов.
6. Система ANSYS. Общее описание и возможности. Примеры решения задач теплопроводности.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Метод конечных элементов, <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5137>.

Иные учебно-методические материалы:

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа по списку вопросов, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-2:

1. Объёмная плотность источников тепла для уравнения теплопроводности.
2. Физический смысл начального условия для уравнения теплопроводности.
3. Физический смысл краевого условия первого рода для уравнения теплопроводности.
4. Физический смысл краевого условия второго рода для уравнения теплопроводности.
5. Физический смысл краевого условия третьего рода для уравнения теплопроводности.

6. Классическое решение уравнения теплопроводности.
7. Обобщённые решения уравнения теплопроводности.
8. Корректность граничной задачи для классического решения уравнения теплопроводности.
9. Корректность граничной задачи для обобщённого решения уравнения теплопроводности.
10. Решение граничной задачи методом разделения переменных (методом Фурье).
11. Общая схема метода конечных элементов.
12. Конечный элемент для одномерной задачи теплопроводности.
13. Локальная и глобальная система координат одномерного конечного элемента. Преобразование матриц и векторов при переходе к новой системе координат.
14. Семейства треугольных и четырёхугольных элементов.
15. Локальная и глобальная нумерация неизвестных.
16. Численное интегрирование для двумерных элементов.
17. Система уравнений для отдельно элемента.
18. Сборка глобальной системы уравнений.
19. Учёт граничных условий.
20. Вычисление производных характеристик физического явления.
21. Совместные элементы. Критерий полноты. Определения точности, сходимости, устойчивости.
22. Математическое моделирование.
23. Подходы к построению геометрической модели.
24. Дискретизация пространственных областей.
25. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
26. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
27. Визуализация результатов численного решения.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дал развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Сообщение на практических занятиях) для оценки сформированности компетенции ПК-2:

1. Принципы и алгоритмы построения геометрической модели на примере заданной двумерной области.
2. Подходы к построению геометрической модели.
3. Принципы и алгоритмы дискретизации пространственных областей.
4. Подходы к дискретизации пространственных областей.
5. Построения квазирегулярной четырёхугольной конечно-элементной сетки на примере заданной двумерной области.
6. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
7. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
8. Принципы визуализации результатов численного решения.
9. Подходы к визуализации результатов численного решения.

Критерии оценивания (оценочное средство - Сообщение на практических занятиях)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше

		предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-2

1. Дифференциальное уравнение стационарной и нестационарной теплопроводности (одномерное, двумерное, трёхмерное).
2. Дифференциальные постановки задач стационарной и нестационарной теплопроводности.
3. Интегральные уравнения стационарной и нестационарной теплопроводности.
4. Общая схема и алгоритм метода конечных элементов, сравнение с методами Рэлея-Ритца, Бубнова-Галёркина.
5. Проблемы геометрического моделирования и дискретизации пространственных областей.
6. Семейства и типы конечных элементов.
7. Глобальная и локальная системы координат конечного элемента.
8. Функции формы конечного элемента. Условия полноты и непрерывности функций формы.
9. Численное интегрирование в методе конечных элементов.
10. Формирование матриц "масс", "вязкости", "жёсткости" конечного элемента.
11. Формирование вектора "узловых сил".
12. Матричная форма системы уравнений отдельного элемента.

13. Сборка глобальной системы уравнений. Оптимизация ширины ленты матрицы.
14. Учёт начальных и граничных условий.
15. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
16. Явные и неявные схемы интегрирования по времени.
17. Проблемы визуализации результатов численного решения.
18. Точность, сходимость, устойчивость численного метода.
19. Структура программного обеспечения численного решения задачи методом конечных элементов.
20. Проблемы тестирования программного обеспечения численного решения задачи.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами.
не зачтено	При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-2

1. Постановка одномерной задачи теплопроводности.
2. Постановка двумерной задачи теплопроводности.
3. Постановка трёхмерной задачи теплопроводности.
4. Конечно-элементное моделирование стационарных задач теплопроводности.
5. Конечно-элементное моделирование нестационарных задач теплопроводности.
6. Пример математической модели объекта естествознания.
7. Схема применения метода конечных элементов на примере задачи естествознания.
8. Алгоритм сборки глобальной системы уравнений на примере задачи естествознания.
9. Алгоритм учета однородных граничных условий на примере задачи естествознания.
10. Алгоритм учета неоднородных граничных условий на примере задачи естествознания.

11. Сравнение методов Рэлея-Ритца, Бубнова-Галёркина, конечных элементов.
12. Принципы и алгоритмы построения геометрической модели на примере заданной дву-мерной области.
13. Принципы и алгоритмы дискретизации пространственных областей.
14. Построения квазирегулярной четырёхугольной конечно-элементной сетки на примере заданной двумерной области.
15. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
16. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Принципы визуализации результатов численного решения.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнена основная часть задания, возможно с незначительными недочетами
не зачтено	Выполнено менее половины задания, есть существенные недочеты

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Деклу Ж. Метод конечных элементов / пер. с фр. Б. И. Квасова ; под ред. Н. Н. Яненко. - М. : Мир, 1976. - 95 с. - 0.28., 18 экз.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике : пер. с англ. / под ред. Б. Е. Победри. - М. : Мир, 1975. - 541 с. : ил. - 2.70., 2 экз.
3. Капустин Сергей Аркадьевич. Метод конечных элементов в задачах механики деформируемых тел : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2002. - 180 с. - ISBN 5-85746-574-5 : 100.00., 40 экз.

Дополнительная литература:

1. Стренг Гилберт. Теория метода конечных элементов / пер. с англ. В. И. Агошкова [и др.] ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1977. - 349 с. : ил. - 1.73., 5 экз.
2. Галлагер Ричард. Метод конечных элементов : основы / пер. с англ. В. М. Картвелишвили ; под ред. Н. В. Баничука. - М. : Мир, 1984. - 428 с. : ил. - 2.40., 3 экз.
3. Применение системы ANSYS к решению задач механики сплошной среды : практ. рук. / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2006. - 227 с. - В надзаг.: Нац. проект "Образование". Инновац. образоват. программа Нижегород. ун-та : Образоват.-науч. центр "Информац.-

телекоммуникац. системы: физ. основы и мат. обеспечение". - Авт. указ. на обороте тит. л. - ISBN 5-85746-928-7 : 47-00., 52 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>

ANSYS

MatLab

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 02.04.01 - Математика и компьютерные науки.

Автор(ы): Жидков Александр Васильевич, кандидат технических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.