

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет  
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол № 6 от «31» мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория функций комплексного переменного**

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Направление подготовки: 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника

Направленность (профиль): "Материалы микро- и наносистемной техники"

Форма обучения: очная

Нижний Новгород, 2023

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к дисциплинам по выбору формируемой участниками образовательных отношений части основной образовательной программы по направлению 28.03.01 Материалы микро- и наносистемной техники. Преподается на втором году обучения, в четвертом семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплин (модулей) «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения». Объем дисциплины «Теория функций комплексного переменного» составляет 4 зачетных единицы, всего 144 часа.

### Цели и задачи освоения дисциплины:

Целями освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» являются:

- знакомство студентов с теорией функций комплексного переменного и вариационным исчислением – разделами высшей математики, являющимися основой всех базовых курсов теоретической физики;
- обучение студентов основным типовым методам и приемам, необходимым при решении различных задач теории функций комплексного переменного.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

№ п/п	Код компетенции*	Содержание компетенции	Планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства
1	ПК-2	ПК-2. Способен проводить физико-математическое моделирование исследуемых процессов нанотехнологии и объектов нано- и микросистемной техники с использованием современных компьютерных технологий	<b>Знать</b> аппарат теории функций комплексного переменного, необходимый для решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней дисциплин.	1. Индивидуальное собеседование. 2. Выполнение практических заданий.
			<b>Уметь</b> решать типовые задачи, требующие использования аппарата теории функций комплексного переменного.	1. Индивидуальное собеседование. 2. Выполнение практических заданий.
			<b>Владеть</b> навыками применения аппарата теории функций комплексного переменного в профессиональной деятельности.	1. Индивидуальное собеседование. 2. Выполнение практических заданий.

## 3. Структура и содержание дисциплины «Теория функций комплексного переменного»

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия лабораторного типа	32
самостоятельная работа	42 (работа в семестре) 36 (на подготовку к экзамену)
Промежуточная аттестация	4 семестр – экзамен

### 3.2 Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В ТОМ ЧИСЛЕ				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>1. Вариационное исчисление.</b> Определение функционала. Вариация функции, вариация функционала. Понятие экстремали. Условие экстремальности функционала, зависящего от функции одной переменной и ее производной. Условие экстремальности функционала, зависящего от производных порядка выше первого. Условия экстремальности функционала, зависящего от нескольких функций одной переменной и от их первых производных. Вариация концов функционала. Теорема Нетер. Первые интегралы уравнений Эйлера – Лагранжа. Условный экстремум функционала. Изопериметрические задачи. Условие экстремальности функционала, зависящего от функции нескольких переменных и ее первых производных.	12	4	4	–	8	4

<b>2. Аналитические функции. Условия Коши-Римана.</b> Представление комплексного числа. Бесконечно удаленная точка. Действия с комплексными числами. Определение функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции. Однозначные и многозначные функции. Точка ветвления. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Теорема о существовании обратной функции для аналитической функции.	8	2	2	—	4	4
<b>3. Конформные отображения.</b> Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Дробно-линейная функция. Круговое свойство дробно-линейной функции. Теорема об отображении точек, симметричных относительно окружности, при дробно-линейном преобразовании.	12	4	4	—	8	4
<b>4. Интеграл функции комплексного переменного. Формула Коши.</b> Определение интеграла от функции комплексного переменного и его свойства. Теорема Коши для односвязной области. Теорема Коши для многосвязной области и ее следствия. Интеграл Коши. Формула Коши. Принцип максимума модуля аналитической функции. Теорема Лиувилля.	12	4	4	—	8	4
<b>5. Степенные ряды.</b> Ряды комплексных чисел и функциональные ряды. Сходимость и абсолютная сходимость ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема Тейлора. Изолированные особые точки аналитических функций. Ряд Лорана.	16	6	6	—	12	4
<b>6. Аналитическое продолжение.</b> Нули аналитической функции. Теорема о нулях. Теорема единственности и ее следствия. Аналитическое продолжение с действительной оси. Принципы аналитического продолжения.	8	2	2	—	4	4
<b>7. Теория вычетов.</b>	14	6	6	—	12	2

Определение вычета функции. Основная теорема теории вычетов. Вычет функции в полюсе первого порядка. Вычет функции в полюсе произвольного порядка. Применение теории вычетов к вычислению действительных определенных интегралов. Лемма Жордана. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Теорема о сумме вычетов аналитической функции.						
<b>8. Гамма-функция.</b> Определение $\Gamma$ -функции, ее значения при целых и полуцелых значениях аргумента, полюса, график. Вычеты $\Gamma$ -функции в полюсах. Вывод основных соотношений для $\Gamma$ -функции. Асимптотика $\Gamma$ -функции при больших значениях модуля аргумента – формула Стирлинга.	6	2	2	—	4	2
<b>9. Уравнения второго порядка в частных производных.</b> Уравнение колебаний струны. Постановка задачи Коши для струны. Метод разделения переменных в задаче о струне. Уравнения колебаний плоской мембраны и сплошной трехмерной среды. Уравнения диффузии и теплопроводности. Задача Коши для них. Метод разделения переменных для тела, имеющего форму параллелепипеда.	8	2	2	—	4	4
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2	2				—
<b>Промежуточная аттестация – зачет и экзамен</b>						

#### 4. Образовательные технологии

- 1) Чтение лекций;
- 2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;
- 3) методика «вопросы и ответы»;
- 4) выполнение практического задания у доски;
- 5) индивидуальная работа над практическим заданием;
- 6) работа в парах над практическим заданием;
- 7) работа в малых группах над практическим заданием;
- 8) методика «мозговой штурм».

#### 5. Учебно-методическое обеспечение, формы организации и контроля самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены настоящей Рабочей программы дисциплины.

## 6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

**6.1 Перечень компетенций выпускников образовательной программы, в формировании которых участвует дисциплина, с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений) приведён выше (раздел 2). Ниже приведена таблица образовательных дескрипторов (отличительных признаков уровней освоения компетенций)**

Индикаторы компетенции	ОЦЕНКА СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИИ						
	Плохо	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Очень хорошо	Отлично	Превосходно
<u><b>Знания</b></u>	Отсутствие знаний теоретического материала или невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок.	Уровень знаний в объеме, полностью соответствующем программе подготовки, допущены одна-две незначительных ошибки.	Уровень знаний в объеме, полностью соответствующем программе подготовки, либо, возможно, превышающем ее. Без ошибок.
<u><b>Умения</b></u>	Отсутствие минимальных умений или невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач и/или выполнении стандартных практических заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками и/или выполнены все практические задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками и/или выполнены все практические задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с некоторыми недочетами и/или выполнены все практические задания, в полном объеме, но некоторыми с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами и/или выполнены все практические задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи и/или выполнены все практические задания, в полном объеме без недочетов.

<u>Навыки</u> (владения)	Отсутствие владения материалом или невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач и/или выполнении стандартных практических заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач и/или выполнения стандартных практических заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач и/или выполнения практических заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач и/или выполнения практических заданий без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач и/или выполнении нестандартных практических заданий без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач и/или выполнению нестандартных практических заданий.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенция совершенно не сформирована. Отсутствуют знания, умения, навыки, необходимые для решения практических (профессиональных) задач.	Компетенция не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков явно недостаточно для решения практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям, но есть недочеты. Имеющихся знаний, умений и навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по некоторым профессиональным задачам.	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.	Сформированность компетенции превышает стандартные требования. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для творческого подхода к решению сложных практических (профессиональных) задач.

## 6.2 Описание шкал оценивания

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Теория функций комплексного переменного» является зачет и экзамен.

По итогам зачета выставляются оценки «Не зачтено» (означает отсутствие аттестации) или «Зачтено» (означает прохождение первого этапа промежуточной аттестации – зачета). В случае прохождения зачета обучающийся допускается ко второму этапу промежуточной аттестации – экзамену.

По итогам экзамена выставляется оценка по семибалльной шкале: оценки «Плохо» и «Неудовлетворительно» означают отсутствие аттестации, оценки «Удовлетворительно», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично» и «Превосходно» выставляются при успешном прохождении аттестации.

### **6.3 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций**

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания на зачете являются наличие умений и владений (навыков), перечисленных настоящей Рабочей программы дисциплины. Критериями оценивания на экзамене являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных настоящей Рабочей программы дисциплины.

**«Не зачтено»** – обучающийся не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

**«Зачтено»** – обучающийся успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

**«Плохо»** – обучающийся не продемонстрировал никаких знаний об основных теоретических разделах курса, не показал никаких умений и навыков выполнения практических заданий;

**«Неудовлетворительно»** – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

**«Удовлетворительно»** – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

**«Хорошо»** – обучающийся продемонстрировал связное изложение основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

**«Очень хорошо»** – обучающийся продемонстрировал связное изложение практически всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

**«Отлично»** – обучающийся продемонстрировал связное изложение всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий повышенного уровня сложности;



**«Превосходно»** – обучающийся продемонстрировал уровень знаний в объеме, превышающем стандартную программу подготовки, и продемонстрировал творческий подход к выполнению практических заданий повышенного уровня сложности.

#### **6.4 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или)**

6.4.1. При проведении экзамена обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Теория функций комплексного переменного»:

1. Первые интегралы уравнений Эйлера – Лагранжа.
2. Определение функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции.
3. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана.
4. Определение интеграла от функции комплексного переменного и его свойства.
5. Интеграл Коши. Формула Коши.
6. Степенные ряды. Теорема Абеля.
7. Теорема Тейлора.
8. Классификация изолированных особых точек по виду ряда Лорана.
9. Принципы аналитического продолжения.
10. Определение вычета функции. Основная теорема теории вычетов.
11. Вычеты  $\Gamma$ -функции в полюсах.

6.4.2. При проведении зачета обучающимся предлагаются следующие вопросы:

1. Определение функционала. Понятие экстремали.
2. Условие экстремальности функционала, зависящего от функций одной переменной и её производной.
3. Теорема Нетер.
4. Представление комплексного числа.
5. Условия Коши-Римана.
6. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции.
7. Формула Коши.
8. Ряд Лорана.
9. Определение  $\Gamma$ -функции, её значения при целых и полуцелых значениях аргумента, график.
10. Уравнение колебаний струны.
11. Уравнения диффузии и теплопроводности.

6.4.3. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. Является ли аналитической функция  $f(z) = \cos(2z^*)$ ?
2. Разложить функцию  $f(z) = z^2/(z+1)$  в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0 = \infty$ , указать область сходимости.
3. Вычислить интеграл  $\int_0^{\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 - 1} dx$ .

## **6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.**

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 №55-ОД.
2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М: Наука, 1969. 424 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 20 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=95113>
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М: Наука, 1969. Том 3, часть 2. 672 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 14 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=95122>

### **б) дополнительная литература:**

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М: Наука, 1967. 304 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 14 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=43796>
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М: Наука, 1987. 688 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 10 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=342143>

### **в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:**

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ <http://www.lib.unn.ru/>.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями установленного ННГУ образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 28.03.01 – «Нанотехнологии и микросистемная техника».

Автор,  
доцент кафедры  
теоретической физики  
к.ф.-м.н., доцент Д.В. Хомицкий

Рецензент:  
заведующий кафедрой  
физики полупроводников, электроники и наноэлектроники  
д.ф.-м.н., профессор Д.А. Павлов

Заведующий кафедрой  
теоретической физики  
д.ф.-м.н., доцент В.А. Бурдов

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии физического факультета ННГУ, протокол б/н от «20» мая 2023 г.

Председатель  
Учебно-методической комиссии  
физического факультета ННГУ    А.А. Перов