

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Введение в теорию волновых процессов

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.11.06 Введение в теорию волновых процессов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4: Способен применять методы математического и компьютерного исследования при анализе задач на основе знаний фундаментальных математических и компьютерных наук	<p>ПК-4.1: Знает фундаментальные и теоретические основы, необходимые для исследования научных проблем</p> <p>ПК-4.2: Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определять цели и задачи исследования, а также выбирать корректный метод исследования научной проблемы</p> <p>ПК-4.3: Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой</p>	<p>ПК-4.1:</p> <p>Знать основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, изучаемые в дисциплине:</p> <p>1) понятия сосредоточенной и распределённой динамической системы, общие свойства непрерывных линейных динамических систем;</p> <p>2) понятие о волновых процессах и различных типах волн (кинематические и гиперболические, диспергирующие, реакционно-диффузионные волны);</p> <p>3) примеры основных уравнений, описывающих волновые движения;</p> <p>4) основные факты теории гиперболических систем, метод характеристик, понятие опрокидывания гиперболической волны и ударной волны;</p> <p>5) понятия дисперсии линейных волн, закона дисперсии (дисперсионного уравнения), фазовой и групповой скоростей, волнового пакета;</p> <p>6) универсальные факты и асимптотические методы теории диспергирующих и диффразирующих волн (расплывание волновых</p>	<p>Практическая задача</p> <p>Расчетно-графическое задание</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p>

		<p>пакетов и пучков, методы построения укороченных уравнений, метод стационарной фазы, параксиальное приближение);</p> <p>7) понятие лагранжевой системы, вариационный принцип Лагранжа, запись уравнений Эйлера — Лагранжа для распределённых систем и соответствующих законов сохранения энергии-импульса;</p> <p>8) понятия автомодельного решения и солитона (солитоноподобного решения);</p> <p>9) понятие о нелинейных интегрируемых распределённых системах, примеры таких систем.</p> <p>ПК-4.2: Уметь решать математические задачи и проблемы волновой теории, аналогичные ранее изученным:</p> <p>1) выполнять математическую постановку задач волновой теории;</p> <p>2) идентифицировать основные типы волновых явлений в распределённых системах</p> <p>3) определять закон дисперсии линейных волн для конкретных дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений и анализировать динамику линейных волн на основе известного закона дисперсии;</p> <p>4) использовать спектральные методы для численного решения линейных волновых задач;</p> <p>5) анализировать устойчивость однородных состояний равновесия в распределённых системах;</p> <p>6) находить автомодельные решения для конкретных дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений;</p>		
--	--	---	--	--

		7) применять универсальные математические пакеты для решения уравнений волновых процессов.  ПК-4.3: Иметь практический опыт решения научно-исследовательских задач. Владеть основными аналитическими и численными методами исследования распределённых систем.		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>24</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>12</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>35</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Введение: математическое описание волновых движений.	5	2	1	3	2
Нелинейные взаимодействия волн. Гиперболические системы без дисперсии.	22	8	4	12	10

Линейные диспергирующие волны.	22	8	4	12	10
Нелинейные волны в диспергирующих и диссипативных системах.	22	6	3	9	13
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	24	12	37	35

### Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение: математическое описание волновых движений.

1.1. Понятие о волновых процессах. Различные типы волн. Кинематические и гиперболические волны. Диспергирующие волны. Волны в системах «реакция — диффузия».

1.2. Уравнение Лиувилля для функции (плотности) распределения сохраняющейся величины в дифференциальной и интегральной формах. Уравнения с источниками и столкновительными слагаемыми. Примеры: уравнение переноса, волновое уравнение, уравнение Хопфа, кинетическое уравнение Больцмана, уравнение Фоккера — Планка.

2. Нелинейные взаимодействия волн. Гиперболические системы без дисперсии.

2.1. Кинематические волны в одномерном пространстве. Метод характеристик. Общее решение уравнения переноса, решение уравнения Хопфа.

2.2. Волны разрежения и сжатия. Опрокидывание волн. Время опрокидывания. Ударные волны. Формирование разрывов и слабые решения. Граничные условия на разрыве.

2.2. Пример кинематических волн: волны в потоке транспорта. Устойчивость однородного потока транспорта при учёте конечности времени реакции водителя и влияния градиента функции распределения на плотность потока. Автомодельные решения в виде стационарной волны. Структура ударной волны.

2.3. Уравнение Бюргерса. Замена Коула — Хопфа. Решение начальной задачи. Решение уравнения Бюргерса в виде стационарной волны. Слияние ударных волн. Число Рейнольдса. Связь между решением уравнения Бюргерса в пределе бесконечно малой диффузии и слабым решением уравнения Хопфа.

3. Линейные диспергирующие волны.

3.1. Дисперсионное соотношение для линейных уравнений и систем уравнений. Дисперсионное соотношение в континуальных и дискретных пространствах. Волновое число (волновой вектор) на решётке. Зона Бриллюэна. Волновые пакеты. Амплитудная и частотная модуляция. Фазовая и групповая скорости.

3.2. Дисперсия волновых пакетов. Уравнение Шрёдингера. Волновые пучки. Дифракция волн. Автомодельное решение линейного однородного уравнения Шрёдингера. Сжатие и фокусировка с помощью квадратичной коррекции фазы. Асимптотическое поведение волновых пакетов при больших временах. Метод стационарной фазы. Поверхности постоянной фазы на пространственно-временной диаграмме.

4. Нелинейные волны в диспергирующих и диссипативных системах.

4.1. Автомодельное решение нелинейного уравнения Шрёдингера. Солитоны.

4.2. Вариационный принцип наименьшего действия. Лагранжевы системы. Уравнения Эйлера — Лагранжа для распределённых систем. Энергия и импульс волн. Законы сохранения энергии и импульса. Тензор энергии-импульса.

4.3. Примеры волн в системах «реакция — диффузия». Уравнение Колмогорова — Петровского — Пискунова. Уравнение Зельдовича — Франк-Каменецкого. Волны горения и переключения.

Многомерные системы «реакция — диффузия». Неустойчивость Тьюринга. Образование структур. Спиральные волны.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Виды самостоятельной работы студентов:

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- решение домашних практических задач и выполнение расчётно-графических заданий;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачёта.

##### **1. Проработка теоретического материала лекционных занятий.**

Проработка теоретического материала лекционных занятий выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и материалов из списков основной и дополнительной литературы. Контроль выполняется в форме проведения устного опроса-собеседования в рамках лекционных и научно-практических занятий.

##### **2. Решение домашних практических задач и выполнение расчётно-графических заданий.**

В качестве домашних задач и расчётно-графических заданий выдаются задачи, присутствующие в ФОС, материалах из списков основной и дополнительной литературы, а также модификации таких задач. Учащиеся сдают выполненные домашние задания для проверки. При необходимости проводится коллективное обсуждение результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

##### **3. Подготовка к промежуточной аттестации в форме зачёта.**

В качестве методических материалов при подготовке к экзамену рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, а также источники, рекомендованные в списке основной литературы. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в соответствующем разделе.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

##### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

##### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции ПК-4:**

Типовая практическая задача 1.

Записать интегро-дифференциальные уравнения для скалярного поля  $u(\mathbf{r}, t)$  (или просто  $u(x, t)$  в одномерном случае), соответствующие следующим дисперсионным соотношениям (записанным для циклической частоты  $\omega$  при действительных волновых векторах  $\mathbf{k}$  или волновых числах  $h$ ): а)  $\omega = \Omega \operatorname{sign} h$ , б)  $\omega = ck$ , в)  $\omega = \alpha \sqrt{k}$ , где  $\Omega$ ,  $c$ ,  $\alpha$  — постоянные и  $k = |\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ ,  $\mathbf{k}$  — двумерный волновой вектор.

## Типовая практическая задача 2.

Записать дифференциальное уравнение для плотности распределения  $\rho(x, t)$  частиц, которые могут двигаться со скоростями 0 и  $\pm a$  вдоль оси  $x$ , а переключение между возможными скоростями происходит случайно с вероятностью  $p$  в единицу времени.

## Типовая практическая задача 3.

Записать решение уравнения  $u_t + u u_x - x u_y = 0$  с начальным условием  $u(x, y, t = 0) = \frac{1}{4\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8}\right)$ .

## Типовая практическая задача 4.

Координаты частиц на плоскости  $(x, y)$  подчиняются системе дифференциальных уравнений  $\dot{x} = -y + x(1 - x^2 - y^2)$ ,  $\dot{y} = x + y(1 - x^2 - y^2)$ . В начальный момент времени  $t = 0$  частицы распределены равномерно в единичном круге с центром в начале координат и их плотность распределения

$$\rho(x, y, t = 0) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & \text{при } x^2 + y^2 < 1, \\ 0 & \text{при } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

Найти функцию распределения  $\rho(x, y, t)$  в последующие моменты времени. Указание: удобно перейти к полярным координатам. Дополнительный вопрос: как меняется средний квадрат расстояния до начала координат  $\langle x(t)^2 + y(t)^2 \rangle$  во времени.

## Типовая практическая задача 5.

Найти условия, при которых за конечное время происходит опрокидывание фронта в решении уравнения  $u_t + \nu u + u u_x = 0$  для плотности  $u(x, t)$  распадающихся частиц с начальным условием  $u(x, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$ ,  $a > 0$ ,  $\nu \geq 0$ . Найти время опрокидывания и положение (координату  $x$ ) точки опрокидывания.

## Типовая практическая задача 6.

Пусть  $u(x, t)$  есть слабое решение уравнения  $u_t + u^k u_x = 0$  для плотности частиц с начальным условием  $u(x, 0) = f(x)$ ,  $k > 0$ . Доказать, что  $v(x, t) = e^{-\nu t} u\left(x, \frac{1 - e^{-k\nu t}}{k\nu}\right)$  есть слабое решение уравнения  $v_t + \nu v + v^k v_x = 0$  для плотности частиц, распадающихся с вероятностью  $\nu$  в единицу времени, с тем же начальным условием  $v(x, 0) = f(x)$ .

## Типовая практическая задача 7.

Найти время и координату первого опрокидывания фронта в решении уравнения  $u_t + u(1 - u) u_x = 0$  для плотности  $u(x, t)$  сохраняющейся величины с начальным условием

$$u(x, 0) = \begin{cases} a(1 - x^2) & \text{при } |x| < 1, \\ 0 & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$$

## Критерии оценивания (оценочное средство - Практическая задача)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Решение представлено в срок.
не зачтено	Не выполнена большая часть этапов решения задачи или решение не представлено в срок.

## 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Расчетно-графическое задание) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

### Типовое расчётно-графическое задание 1.

С помощью метода стационарной фазы определить главный член асимптотического разложения скалярного волнового поля  $u(x, t)$  при  $t \rightarrow +\infty$  с начальными условиями  $u(x, t=0) = Ae^{-x^2/2a^2}$ ,  $u_t(x, t=0) = 0$  и дисперсионным соотношением  $\omega^2 = \alpha^2 h^\gamma$ . Здесь  $A, a, \alpha$  — положительные константы,  $\omega$  — циклическая частота и  $h$  — волновое число, а)  $\gamma = 1$ , б)  $\gamma = 3$ . Построить пространственно-временные волновые диаграммы с линиями постоянной фазы и групповыми линиями, определить характерные скорости распространения переднего и заднего (если есть) волновых фронтов, оценить характерное количество волновых горбов в зависимости от времени  $t$ ; определить, как движутся волновые горбы относительно волновых фронтов.

### Типовое расчётно-графическое задание 2.

Записать слабое решение уравнение Хопфа  $u_t + uu_x = 0$  для плотности  $u(x, t)$  сохраняющейся величины при  $t > 0$  с начальным условием

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{при } x < -1, \\ 0 & \text{при } -1 < x < 0, \\ 2 & \text{при } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Построить пространственно-временную диаграмму с характеристиками и положениями разрывов слабого решения.

### Типовое расчётно-графическое задание 3.

Записать решение уравнения Бюргера  $c_t + cc_x = \nu c_{xx}$  для плотности волнового поля  $c(x, t)$  с начальным условием  $c(x, 0) = A \sin kx$ , где  $\nu, A$  и  $k$  — положительные константы. Записать главный член асимптотики решения при  $t \rightarrow \infty$ . Построить графики, качественно описывающие эволюцию поля  $c(x, t)$  во времени для различных начальных значений эффективного числа Рейнольдса  $Re = \frac{A}{2\nu k} = 0.1, 1$  и  $10$ .

### Типовое расчётно-графическое задание 4.

Записать слабое решение уравнения  $u_t + u + u^2 u_x = 0$  для плотности  $u(x, t)$  распадающихся частиц (с периодом полураспада  $\ln 2$ ) при  $t > 0$  с начальным условием  $u(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{|x|}}$ .

Построить пространственно-временную диаграмму с характеристиками и положениями разрывов слабого решения. Выразить зависимости положения разрыва и амплитуды волны от времени  $t$ .

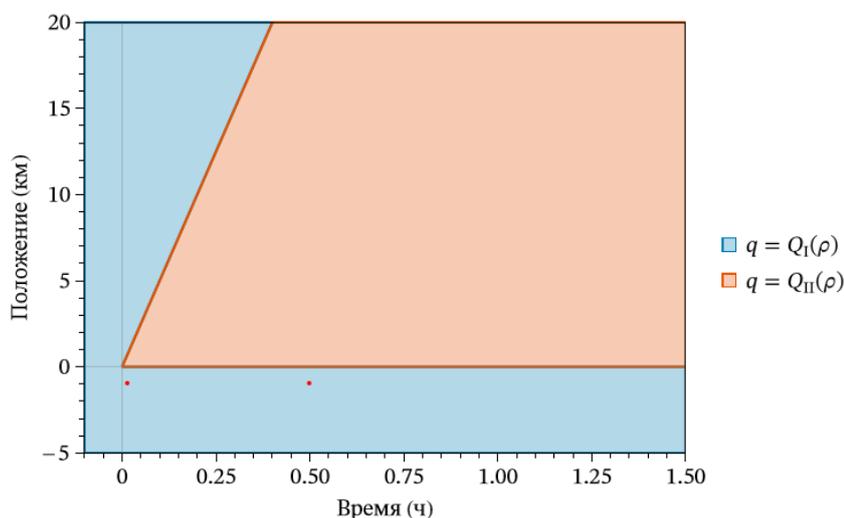
Указания: после получения решения методом характеристик удобно ввести новое время

$$\tilde{t} = \frac{1 - \exp(-2t)}{2};$$
 можно использовать системы компьютерной алгебры для упрощения

аналитических выражений при нахождении положения разрыва.

### Типовое расчётно-графическое задание 5.

Поток автомобилей на шоссе описывается уравнением неразрывности  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$ , где  $\rho$  — линейная плотность автомобилей на шоссе (среднее количество автомобилей на единицу длины),  $q$  — плотность потока в направлении увеличения  $x$ . Изначально, при  $t \rightarrow -\infty$ , поток стационарен со средней скоростью автомобилей а)  $v_0 = 50$  км/ч, б)  $v_0 = 75$  км/ч. Вне пространственно-временной области (клина)  $0 < x < v_0 t$  на шоссе открыты 4 полосы для движения и плотность потока связана с плотностью посредством функциональной зависимости  $q = Q_I(\rho)$ ,  $Q_I(\rho) = a\rho \ln \frac{\rho_j}{\rho}$ , где  $\rho_j$  — максимальная плотность данного шоссе (при которой поток перестаёт двигаться) и  $a = 25$  км/ч — некоторые постоянные параметры. В момент  $t = 0$  в точке  $x = 0$  половина — 2 из 4 — полос движения перекрываются для ремонта, так что в клине  $t > 0$  и  $x > v_0 t$  плотность потока связана с плотностью иной функциональной зависимостью  $q = Q_{II}(\rho)$ ,  $Q_{II}(\rho) = a\rho \ln \frac{\rho_j}{2\rho}$ . Построить пространственно-временные диаграммы с характеристиками и положениями разрывов слабых решений. На диаграммах отобразить движения двух автомобилей, находившихся в моменты времени  $t = 1$  мин, 30 мин в позиции  $x = -1$  км и рассчитать время, за которое эти автомобили проедут 15 км и достигнут позиции  $x = 14$  км.



### Критерии оценивания (оценочное средство - Расчетно-графическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнены все или большая часть этапов задания, построены требуемые графики и представлены ответы на все вопросы задания, допускаются незначительные недочеты. Решение и иллюстрации представлены в срок.
не зачтено	Не выполнена большая часть этапов задания или не построены требуемые графики или не представлены ответы на все вопросы задания или решение и иллюстрации не представлены в срок.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Понятие о волновых процессах. Различные типы волн. Кинематические и гиперболические волны. Диспергирующие волны. Волны в системах «реакция — диффузия».
2. Уравнение Лиувилля для функции (плотности) распределения сохраняющейся величины в дифференциальной и интегральной формах. Уравнения с источниками и столкновительными слагаемыми. Примеры: уравнение переноса, волновое уравнение, уравнение Хопфа, кинетическое уравнение Больцмана, уравнение Фоккера — Планка.
3. Кинематические волны в одномерном пространстве. Метод характеристик. Общее решение уравнения переноса, решение уравнения Хопфа.
4. Волны разрежения и сжатия. Опрокидывание волн. Время опрокидывания. Ударные волны. Формирование разрывов и слабые решения. Граничные условия на разрыве.
5. Пример кинематических волн: волны в потоке транспорта. Устойчивость однородного потока транспорта при учёте конечности времени реакции водителя и влияния градиента функции распределения на плотность потока.
6. Пример кинематических волн: волны в потоке транспорта. Автомодельные решения в виде стационарной волны. Структура ударной волны.
7. Уравнение Бюргерса. Замена Коула — Хопфа. Решение начальной задачи.
8. Решение уравнения Бюргерса в виде стационарной волны. Слияние ударных волн. Число Рейнольдса.
9. Связь между решением уравнения Бюргерса в пределе бесконечно малой диффузии и слабым решением уравнения Хопфа.
10. Дисперсионное соотношение для линейных уравнений и систем уравнений. Дисперсионное соотношение в континуальных и дискретных пространствах. Волновое число (волновой вектор) на решётке. Зона Бриллюэна.
11. Волновые пакеты. Амплитудная и частотная модуляция. Фазовая и групповая скорости.
12. Дисперсия волновых пакетов. Уравнение Шрёдингера.
13. Волновые пучки. Дифракция волн. Автомодельное решение линейного однородного уравнения Шрёдингера. Сжатие и фокусировка с помощью квадратичной коррекции фазы.
14. Асимптотическое поведение волновых пакетов при больших временах. Метод стационарной фазы. Поверхности постоянной фазы на пространственно-временной диаграмме.
15. Автомодельное решение нелинейного уравнения Шрёдингера. Солитоны.
16. Вариационный принцип наименьшего действия. Лагранжевы системы. Уравнения Эйлера — Лагранжа для распределённых систем. Энергия и импульс волн. Законы сохранения энергии и импульса. Тензор энергии-импульса.
17. Примеры волн в системах «реакция — диффузия». Уравнение Колмогорова — Петровского — Пискунова. Уравнение Зельдовича — Франк-Каменецкого. Волны горения и переключения.
18. Многомерные системы «реакция — диффузия». Неустойчивость Тьюринга.
19. Образование структур в системах «реакция — диффузия». Спиральные волны.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Дан развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок.

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Допущены существенные ошибки в основном материале или не дано ответов на часть вопросов.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Трубецков Дмитрий Иванович. Линейные колебания и волны : учеб. пособие для студентов вузов. - М. : Физматлит, 2001. - 416 с. : ил. - (Современная теория колебаний и волн). - Федер. целевая программа "Гос. поддержка интеграции высш. образования и фундам. науки на 1997 - 2000 г.". - ISBN 5-94052-028-6 : 41.00., 47 экз.
2. Кузнецов Александр Петрович. Линейные колебания и волны : сб. задач : учеб. пособие для вузов. - М. : Физматлит, 2001. - 128 с. - (Современная теория колебаний и волн). - Федеральная целевая программа "Государственная поддержка интеграции высшего образования и фундаментальной науки на 1997-2000 гг.". - ISBN 5-94052-023-5 : 15.00., 49 экз.
3. Уизем Д. Линейные и нелинейные волны / пер. с англ. В. В. Жаринова ; под ред. А. Б. Шабата. - М. : Мир, 1977. - 622 с. : ил. - 3.38., 3 экз.
4. Карлов Николай Васильевич. Колебания, волны, структуры. - М. : Физматлит, 2001. - 496 с. - ISBN 5-9221-0205-2 : 117.04., 1 экз.
5. Карлов Николай Васильевич. Колебания, волны, структуры. - М. : Физматлит, 2003. - 496 с. : ил. - ISBN 5-9221-0205-2 : 163.40., 1 экз.
6. Рабинович Михаил Израилевич. Колебания и волны в нелинейных системах : учеб. пособие / Горьк. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - Горький : ГГУ, 1978. - 122 с. : ил. - 0.30., 2 экз.
7. Рабинович Михаил Израилевич. Колебания и волны в нелинейных системах : учеб. пособие / Горьк. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - Горький : ГГУ, 1981. - 127 с. : ил. - 0.25., 1 экз.
8. Заславский Георгий Моисеевич. Введение в нелинейную физику : От маятника до турбулентности и хаоса. - М. : Наука, 1988. - 368 с., [2] л. ил. : ил. - ISBN 5-02-013822-3 : 3.20., 1 экз.
9. Кузнецов Александр Петрович. Нелинейные колебания : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по физическим специальностям. - М. : Физматлит, 2002. - 292 с. - (Современная теория колебаний и волн). - В надзаг.: Федеральная целевая программа "Гос. поддержка интеграции высш. образования и фундам. науки". - ISBN 5-94052-058-8 : 35.00., 9 экз.
10. Виноградова Марианна Брониславовна. Теория волн : [учеб. пособие для физ. специальностей ун-тов] . - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. - 383 с. : ил. - 1.10., 145 экз.
11. Теория волн : [учеб. пособие для физ. специальностей вузов]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1990. - 432 с. : граф. - ISBN 5-02-014050-3 (в пер.) : 3.10., 4 экз.

Дополнительная литература:

1. Карпман Владимир Иосифович. Нелинейные волны в диспергирующих средах. - М. : Наука, 1973. - 175 с. : граф. - 0.75., 4 экз.
2. Бхатнагар П. Л. Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах / пер. с англ. П. Е. Краснушкина, Н. Р. Сибгатуллина. - М. : Мир, 1983. - 136 с. : ил. - 1.00., 2 экз.

3. Гурбатов Сергей Николаевич. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии : приложения к нелинейной акустике : [монография]. - М. : Физматлит, 2008. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-1042-6 : 150.00., 4 экз.
4. Ланда Полина Соломоновна. Нелинейные колебания и волны. - М. : Наука : Физматлит, 1997. - 496 с. - 39.20., 2 экз.
5. Нелинейная теория распространения волн : [сб. ст.] : пер. с англ. / под ред. Г. И. Баренблатта. - М. : Мир, 1970. - 231 с. : ил. - 1.45., 3 экз.
6. Компанеец Александр Соломонович. Ударные волны. - М. : Физматгиз, 1963. - 92 с. : ил. - 0.15., 1 экз.
7. Жаботинский Анатолий Маркович. Концентрационные автоколебания / АН СССР, Ин-т биол. физики. - М. : Наука, 1974. - 178 с. : ил. - 0.76., 2 экз.
8. Колебания и бегущие волны в химических системах / ред. [и авт. предисл.] Р. Филд, М. Бургер ; пер. с англ. А. Б. Ровинского, В. Р. Федыкиной ; под ред. [и с предисл.] А. М. Жаботинского. - М. : Мир, 1988. - 720 с. : ил. - 7.10., 2 экз.
9. Вайнштейн Лев Альбертович. Электромагнитные волны. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Радио и связь, 1988. - 440 с. : ил. - ISBN 5-256-00064-0 (в пер.) : 2.90., 225 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Литература в открытом доступе по волновым явлениям:

<https://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm>

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Костин Василий Александрович, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.