

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Основные структуры алгебры

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.01 - Математика

Направленность образовательной программы
Математика (общий профиль)

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.01.01 Основные структуры алгебры относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-6: Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	<p>ПК-6.1: Знает специфику научных обзоров</p> <p>ПК-6.2: Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию</p> <p>ПК-6.3: Владеет способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований</p>	<p>ПК-6.1: Знать аксиоматику основных моделей алгебры из научной литературы.</p> <p>ПК-6.2: Уметь корректно формулировать алгебраические задачи и, на основе этого, планировать тематику научных исследований.</p> <p>ПК-6.3: Владеть опытом применения методов и принципов самостоятельной научно-исследовательской работы.</p>	Задачи	<p>Экзамен:</p> <p>Контрольные вопросы</p> <p>Задачи</p>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	2
самостоятельная работа	22

Промежуточная аттестация	36 Экзамен
---------------------------------	-----------------------------

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	
Тема 1. Элементы коммутативной алгебры	26	12	6	18	8
Тема 2. Расширения полей	22	8	4	12	10
Тема 3. Введение в теорию модулей	22	12	6	18	4
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	108	32	16	50	22

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Определение и общие свойства колец, идеалов кольца. Факторкольцо. Факторкольцо $R[x]/(f(x))$. Теоремы о гомоморфизмах. Простые и максимальные идеалы. Теорема о соответствии. Нильрадикал и радикал Джекобсона. Делители нуля. Целостные кольца. Примеры. Целостность Z/pZ , $R[x]/(f(x))$. Кольца главных идеалов. Делимость в целостных кольцах, неразложимые и простые элементы, нод в кольцах. Факториальные кольца, евклидовы кольца, примеры. Критерий факториальности.

Тема 2. Поле, подполе, характеристика поля. Расширения полей, степень расширения. Теорема о башне. Наименьшее подкольцо и поле, содержащие поле P и элемент α . Теорема о наименьшем подполе расширения поля, содержащем корень многочлена. Поле алгебраических чисел. Присоединение корня многочлена к полю. Поле разложения многочлена. Конечные поля. Теорема о конечной подгруппе мультипликативной группы поля.

Тема 3. Модули. Операции над подмодулями. Общие определения и теоремы. Простые модули. Лемма Шура. Конечнопорожденные модули. Лемма Накаямы.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Основные структуры алгебры, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4496>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

1. Образует ли кольцо множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатели являются степенями фиксированного простого числа p ?
2. Найти группу обратимых элементов кольца .
3. Найти все делители нуля в .
4. Является ли идеалом Z в $Z[i]$?
5. Найти все идеалы в кольце Z_8 .
6. Доказать, что коммутативное кольцо с 1, не имеющее идеалов, отличных от нуля и всего кольца, является полем.
7. Доказать, что .
8. Доказать, что разложимы в кольце .
9. Привести пример поля из 9 элементов.
10. Доказать, что 2 и взаимно просты в кольце .

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»

Оценка	Критерии оценивания
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
---------------	--	---	--	--	--	--	---

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Определение и общие свойства колец, идеалов кольца.
2. Факторкольцо. Факторкольцо $R[x]/(f(x))$.
3. Делители нуля. Целостные кольца. Примеры.

Целостность Z/pZ , $P[x]/(f(x))$. Кольца главных идеалов. Пример.

4. Делимость в целостных кольцах, неразложимые и простые элементы, нод в кольцах.

5. Факториальные кольца, евклидовы кольца, примеры.

6. Критерий факториальности.

7. Теоремы о гомоморфизмах. Теорема о соответствии.

8. Простые и максимальные идеалы.

9. Нильрадикал и радикал Джекобсона.

10. Модули. Операции над подмодулями. Общие определения и теоремы

11. Простые модули. Лемма Шура.

12. Конечнопорожденные модули. Лемма Накаямы.

13. Поле, подполе, характеристика поля. Теорема о конечной подгруппе мультипликативной группы поля.

14. Расширения полей, степень расширения. Теорема о башне.

15. Наименьшее подкольцо и поле, содержащие поле P и элемент α .

16. Теорема о наименьшем подполе расширения поля, содержащем корень многочлена. Поле алгебраических чисел.

17. Присоединение корня многочлена к полю. Поле разложения многочлена.

18. Конечные поля.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Образует ли кольцо множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатели являются степенями фиксированного простого числа p ?
2. Найти группу обратимых элементов кольца .
3. Найти все делители нуля в .
4. Является ли идеалом Z в $Z[i]$?
5. Найти все идеалы в кольце Z_8 .
6. Доказать, что коммутативное кольцо с 1, не имеющее идеалов, отличных от нуля и всего кольца, является полем.
7. Доказать, что .
8. Доказать, что разложимы в кольце .
9. Привести пример поля из 9 элементов.
10. Доказать, что 2 и взаимно просты в кольце .

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Продемонстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов.
отлично	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с

Оценка	Критерии оценивания
	отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
очень хорошо	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
хорошо	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
удовлетворительно	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Атья М. Ф. Введение в коммутативную алгебру / пер. с англ. Ю. И. Манина. - М. : Мир, 1972. - 160 с. - 0.65., 3 экз.
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Ч. 3. Основные структуры. - 2-е изд., испр. - 2001. - 272 с. - ISBN 5-9221-0166-8 : 117.32., 33 экз.

Дополнительная литература:

1. Винберг Эрнест Борисович. Курс алгебры. - Изд. 2-е, стер. - М. : Изд-во МЦНМО, 2013. - 593 с. : ил. - ISBN 978-5-4439-0209-8 : 500.00., 1 экз.
2. Джекобсон Натан. Строение колец / пер. с англ. В. А. Андрунакаевича ; под ред. и с предисл. А. Г. Куроша. - М. : Изд-во иностр. лит., 1961. - 392 с. - 1.80., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.lib.unn.ru/>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими

средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Любимцев Олег Владимирович, доктор физико-математических наук.

Рецензент(ы): Титова Елена Борисовна.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.