

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Практикум по математическому анализу

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.01 - Математика

Направленность образовательной программы
Математика (общий профиль)

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.33 Практикум по математическому анализу относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает методы решения задач из области математических и естественных наук ОПК-1.2: Умеет применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности ОПК-1.3: Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности в области математических и естественных наук	ОПК-1.1: Знать правила дифференцирования, интегрирования, нахождения пределов функций; методы исследования дифференцирования функции многих переменных. ОПК-1.2: Уметь вычислять пределы последовательности и функции в точке; находить производные функции одной переменной и частные производные функции многих переменных; исследовать поведение функции одного переменного, интегрировать, исследовать несобственный интеграл на сходимость. ОПК-1.3: Владеть методами решения прикладных задач на основе классических задач математического анализа.	Контрольная работа	Зачёт: Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
--	-------

Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	0
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	1
самостоятельная работа	7
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
1. Вещественные числа	7	0	6	6	1
2. Числовые последовательности	12		10	10	2
3. Предел функции.	13		12	12	1
4. Непрерывные функции	17		16	16	1
5. Дифференцирование функции одного переменного	22		20	20	2
6. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:	0		10	0	1
7. Неопределенный интеграл	0		12	0	1
8. Определенный интеграл	0		10	0	1
9. Приложения определенного интеграла	0		8	0	1
10. Функции многих переменных и пределы	0		10	0	1
11. Непрерывные функции многих переменных	0		8	0	1
12. Дифференцирование функции многих переменных	0		10	0	1
13. неявно-заданные функции	0		8	0	1
14. Экстремумы функций многих переменных	0		8	0	1
Аттестация	0				
КСР	1			1	

Итого	72	0	64	65	7
-------	----	---	----	----	---

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение

Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения

2. Вещественные числа

Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки.

Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств.

3. Числовые последовательности.

Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности.

Примеры. Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число e . Принцип вложенных отрезков.

Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки числового множества.

Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела.

Полнота числовой прямой.

4. Предел функции.

Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Свойства пределов функций. Предел суперпозиции. Бесконечно малые функции и их сравнение. Замечательные. Раскрытие неопределенностей. Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.

5. Непрерывные функции.

Свойства непрерывных функций. Локальная устойчивость знака. Различия определения непрерывности функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней. Условия непрерывности монотонной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции.

6. Производная функции.

Задачи, приводящие к понятию производной функции. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса. Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции.

Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику функции в точке.

Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции.

Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций. Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Инвариантность формы первого дифференциала. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.

7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Математический анализ, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6875>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1 семестр

Билет 1.

- 1) Используя логические символы, записать утверждение: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$.
- 2) Докажите, что предел $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}$ не существует.
- 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+3e^{2x})}{\ln(2+5e^{6x})}$.
- 4) Определите порядок бесконечно большой функции $f(x) = \frac{5x^4-3x^2-1}{3x^4-x^2}$ при $x \rightarrow 0$. Запишите главную часть функции при $x \rightarrow 0$.
- 5) Найдите точки разрыва функции $y = x^2 \sin \frac{1}{x}$. Определите их род.
- 6) Исследуйте функцию $f(x) = \sqrt{x}$ на равномерную непрерывность на множестве $E = (0; +\infty)$.

ВАРИАНТ 1.

1. Найти $y''(x)$ для $y(x)$, заданной параметрически:

$$x = \ln \operatorname{tg}(t/2), y = \ln \operatorname{tg} t.$$

2. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin x}{\operatorname{ctg} x}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - e^{\operatorname{tg} x} + 6x^3 + x^2}{\ln(1+x) - \operatorname{arctg} x + \frac{x^2}{2}}.$

4. Найти $y''(x)$ для $y(x)$, заданной неявно уравнением:

$$e^{2y} - 2 \ln x - 1 = 0.$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Решено 50% и более задач.
не зачтено	Решено менее 50% задач.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено			зачтено		
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.	Уровень знаний ниже минимальных требований.	Минимально допустимый уровень	Уровень знаний в объеме, соответствующий	Уровень знаний в объеме, соответствующий	Уровень знаний в объеме, соответствующий	Уровень знаний в объеме, превышающий

	Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки	знаний. Допущено много негрубых ошибок	ющем программе подготовки . Допущено несколько негрубых ошибок	ющем программе подготовки . Допущено несколько несущественных ошибок	ующем программе подготовк и. Ошибок нет.	м программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1 семестр:

1. Найдите предел числовой последовательности $x_n = \left(\frac{n^2+1}{n^2-1}\right)^{n^2}$

2. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 5)(x - 1)}{1 + 4x^3}$$

3. Докажите, что последовательность $x_n = \frac{2^n+1}{4+(-2)^n}$ расходится.

4. Докажите, что последовательность $\{n^{(-1)^n}\}_{n \geq 1}$ является неограниченной.

5. Для последовательности $\left\{\frac{(-1)^n n}{n+2}\right\}_{n \geq 1}$ найдите множество частичных пределов.

6. Найдите $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n-4})$.

7. Найти точки разрыва функции и установить их род $f(x) = \frac{\sin 2x}{x}$.
8. Найдите $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$.
9. Определите порядок бесконечно малой функции $f(x) = x \sin x^3$ при $x \rightarrow 0$.
10. Найдите $y^{(10)}(x)$, если $y(x) = \ln(4x + 5)$.
11. Найдите $y'(x)$ для функции, заданной параметрически:
 $x(t) = \cos t, y(t) = \sin t$.
12. Найдите $y''(x)$ для функции, заданной параметрически:
 $x(t) = t^2 + 6t - 1, y(t) = 2t - 1$.
13. Найдите $y''(x)$ для функции, заданной неявно уравнением:
 $y^3 - 3y^2 + y + 6 = 0$.
14. Используя формулу Лейбница, найдите $y^{100}(1)$ для функции $y = x^2 \ln x$.
15. Исследуйте функцию $y = x|x|$ на дифференцируемость.
16. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x^2} + x^3 - 1}{\ln(\cos x)}$

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Обучающийся показывает знания основного материала и умеет использовать их при решении задач.
не зачтено	Знание основного материала фрагментарные, нет навыков и умений при решении базовых задач.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Сборник задач по математическому анализу : Функции нескольких переменных : учеб. пособие для студентов вузов / под ред. Л. Д. Кудрявцева. - СПб., 1994. - 496 с. - 10000.00., 91 экз.
2. Сборник задач по математическому анализу : [учеб. пособие] : в 3 т. / [под ред. Л. Д. Кудрявцева]. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2003-. Сборник задач по математическому анализу. Т. 2. Интегралы. Ряды. - 2003. - 2-е изд., перераб. и доп. - 504 с. : 41 ил., 1 табл. - ISBN 5-9221-0307-5 (т.2). - ISBN 5-9221-0305-9 : 232.22., 194 экз.

3. Сборник задач по математическому анализу : [учеб. пособие] : в 3 т. / [под ред. Л. Д. Кудрявцева]. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2003-. Сборник задач по математическому анализу. Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. - 2003. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - 496 с. : ил. - ISBN 5-9221-0306-7 (т.1) : 250.00., 144 экз.

Дополнительная литература:

1. Демидович Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : [для ун-тов и пед. ин-тов]. - Изд. 3-е. - М. : Гостехиздат, 1956. - 511 с. : черт. - 1.11., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

ы <http://www.unn.ru/books/resources.html>

<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.01 - Математика.

Автор(ы): Махрова Елена Николаевна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.