

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

---

Программа утверждена решением президиума  
Ученого совета ННГУ  
протокол от «14» декабря 2021г. № 4.

**Рабочая программа дисциплины**

Методы математической физики

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
03.03.02 - Физика

---

Направленность образовательной программы  
Фундаментальная физика

---

Форма обучения  
Очная

---

Нижний Новгород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.10 «Методы математической физики» относится к обязательной части ООП направления подготовки 03.03.02 Физика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	Знать способы решений вариационных задач, классификацию уравнений в частных производных, методы вывода волновых уравнений (с помощью принципа Гамильтона) и уравнений теплопроводности (с помощью учета теплового баланса), пути решения уравнений и гиперболических систем в частных производных с помощью разделения переменных с использованием Теоремы Стеклова, метода характеристик, метода интегральных преобразований (Лапласа, Фурье, Бесселя, синус- и косинус-преобразований), с помощью функции Грина, с помощью Ньютонова и поверхностных потенциалов. Иметь представление о корректности постановки задач для уравнений в частных производных и основных подходах к её проверке, знать подходы к точному и приближенному решению интегральных уравнений Фредгольма второго рода.	Собеседование и задачи (практические задания)

		<p>Уметь пользоваться методами математической физики для решения конкретных физических задач.</p> <p>Владеть навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения модуля знаниях.</p>	
--	--	---	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>8</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>288</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>64</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>64</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>112</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>45</b> экзамен, зачёт с оценкой

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
	Очная	очная	очная	очная	очная	очная
Тема 1. Вариационные задачи без условий связи и со связями.	18	4	6	0	10	8
Тема 2 Квадратичный функционал, оператор Штурма, теорема Стеклова.	20	4	6		10	10

Тема 3. Классификация уравнений в частных производных.	18	4	6		10	8
Тема 4. Уравнения колебаний струны и мембраны.	20	4	6		10	10
Тема 5. Уравнение теплопроводности.	18	4	6		10	8
Тема 6. Метод Фурье.	20	4	6		10	10
Тема 7. Метод характеристик.	18	4	6		10	8
Тема 8. Решение линейных гиперболических систем.	20	4	6		10	10
Тема 9. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики.	22	8	4		12	10
Тема 10. Теория потенциала, включая Ньютонов потенциал и потенциалы простого и двойного слоя.	22	8	4		12	10
Тема 11 Применение потенциалов для решения задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона	22	8	4		12	10
Тема 12 Интегральные уравнения Фредгольма второго рода и альтернатива Фредгольма.	22	8	4		12	10
Аттестация	45					
КСР	3				3	
Итого	288	64	64	0	131	112

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает:

Разбор решения задач различной степени сложности, проведение обсуждения рассматриваемых проблем в свете последних научных достижений в соответствующей области знаний. Студенты работают как индивидуально, так и коллективно.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 8 ч.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Применение знаний и умений при решении научно-исследовательских задач профессиональной деятельности

- компетенций:

ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках: занятий семинарского типа, групповых консультаций, индивидуальных консультаций.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены

	отказа обучающегося от ответа	место грубые ошибки.	Выполнены все задания но не в полном объеме.	Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	полном объеме, но некоторые с недочетами.	несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом . Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonstrированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonstrированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonstrированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonstrирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

(согласно оценочным средствам табл.2)

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код формируемой компетенции
1) Лемма Лагранжа и уравнение Эйлера.	ОПК-1
2) Вывод уравнений Эйлера – Лагранжа. Принцип Гамильтона.	ОПК-1
3) Вывод естественных граничных условий для функционалов различного типа.	ОПК-1
4) Изопериметрическая задача.	ОПК-1
5) Квадратичный функционал и оператор Штурма.	ОПК-1
6) Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма. Теорема сравнения.	ОПК-1
7) Теорема Стеклова.	ОПК-1
8) Обобщенная задача Штурма и её связь с уравнением Бесселя.	ОПК-1
9) Уравнения Шредингера и Лапласа как уравнения Остроградского для соответствующих функционалов; свойства их решений.	ОПК-1
10) Вывод уравнения малых колебаний струны и граничных условий для него на основе принципа Гамильтона.	ОПК-1
11) Корректность постановки задач для уравнений в частных производных в общем случае и применительно к уравнению колебаний струны.	ОПК-1
12) Решение методом Фурье задач о свободных и вынужденных колебаниях однородной струны с однородными и неоднородными граничными условиями.	ОПК-1
13) Решение задач о колебаниях прямоугольной и круглой мембран.	ОПК-1
14) Функции Бесселя и их свойства.	ОПК-1
15) Вывод уравнения теплопроводности, типы граничных условий.	ОПК-1
16) Принцип максимума для одномерного уравнения теплопроводности. Теорема единственности.	ОПК-1
17) Функция Грина в задачах теплопроводности: определение, построение, применение.	ОПК-1
18) Дельта-функция и её использование для нахождения функции Грина в задачах теплопроводности.	ОПК-1
19) Преобразование Лапласа (с выводом формулы обращения).	ОПК-1
20) Использование преобразования Фурье и синус- косинус-преобразований для решения задач теплопроводности.	ОПК-1
21) Применение двух интегральных преобразований для решения одного уравнения с частными производными.	ОПК-1
22) Классификация линейных уравнений 2-го порядка.	ОПК-1
23) Характеристики и их использование для решения гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными.	ОПК-1
24) Вывод формулы Даламбера для ограниченной и бесконечной струны.	ОПК-1
25) Приведение систем гиперболических уравнений к каноническому виду и возможности решения.	ОПК-1
26) Решение волнового уравнения в трехмерном пространстве и на плоскости с помощью формул Кирхгофа и Пуассона.	ОПК-1
27) Вывод первой и второй формул Грина и основной интегральной формулы.	ОПК-1
28) Гармонические функции и их свойства.	ОПК-1

29) Единственность и непрерывная зависимость от граничных условий решений внутренней и внешней задачи Дирихле.	ОПК-1
30) Внутренняя и внешняя задача Неймана для уравнений Лапласа.	ОПК-1
31) Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа: определение, использование для нахождения решения, построение методом электростатических изображений.	ОПК-1
32) Существование и непрерывность сингулярных объемных и поверхностных интегралов.	ОПК-1
33) Ньютонов потенциал и его свойства.	ОПК-1
34) Свойства поверхностных потенциалов простого и двойного слоя.	ОПК-1
35) Сведение с помощью поверхностных потенциалов задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям Фредгольма 2-го рода.	ОПК-1
36) Уравнение Фредгольма 2-го рода с малым или вырожденным ядром: точное решение для вырожденного ядра и приближенное для малого.	ОПК-1
37) Альтернатива Фредгольма для интегральных уравнений с ядрами специального вида.	ОПК-1
38) Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода в трехмерном пространстве в случае ядер с особенностями.	ОПК-1
39) Доказательство существования решений задач Дирихле и Неймана с помощью интегральных уравнений.	ОПК-1
40) Некорректность задачи решения уравнения Фредгольма 1-го рода и её причины.	ОПК-1

### 5.2.2 Теоретические вопросы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины:

**Типовые задания для оценки сформированности компетенций ОПК-1:**

Задача 1.1 Найти общее решение уравнения  $(x - y)u_{xy} - u_x + u_y = 0$

Задача 1.2 Найти методом изображений функцию Грина задачи Дирихле для оператора Лапласа в полукруге.

Задача 1.3 Найти распределение температуры в однородном стержне, если левый конец теплоизолирован, на правом происходит излучение тепла в среду с нулевой температурой, температура в начальный момент постоянна и равна  $T$ , в середине стержня имеется маленький источник тепла с постоянной во времени производительностью.

Задача 1.4 Вывести и решить уравнение малых колебаний тонкой тяжелой веревки, закрепленной в верхней точки и движущейся в вертикальной плоскости.

Задача 1.5 Струна с закрепленными концами начинает движение с нулевым начальным отклонением и постоянной вдоль струны начальной скоростью. Найти отклонение струны в любой момент времени. Имеет ли эта задача решение? Имеет ли это решение физический смысл?

Задача 1.6 Найти уравнение поверхности минимальной площади, натянутой на проволоочный контур в трехмерном пространстве. Выяснить геометрический смысл условия минимальности.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)



а) основная литература:

- 1) Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977, -736 с. -61 экз.
- 2) Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979 – 391 с. -61 экз.
- 3) Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: URSS, 2002.-320 с -84 экз.
- 4) Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. М.: Наука, 1980. -688 с. -134 экз.
- 5) Жислин Г.М. Интегральные преобразования для уравнений математической физики. Учебно-методическое пособие. Научно-исследовательский радиофизический институт (ФГБНУ НИРФИ) Н.Новгород 2013,84 с. (Деканат ВШОПФ) -30 экз.

б) дополнительная литература:

- 1) Романовский П.И. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа. М.: Наука, 1964, 1973, 1980 -336 с. -8 экз.
- 2) Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматгиз, 1961. -228 с. -21 экз.
- 3) Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1984. - 383 с. -38 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории.

Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Г.М. Жислин

Заведующий кафедрой:

Программа одобрена на заседании методической комиссии  
ВШОПФ от 30.06.2021, протокол № 3.