

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дискретная математика

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в области обработки данных

---

Форма обучения

очно-заочная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.09 Дискретная математика относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |   | Наименование оценочного средства   |                                       |
|--|---|---|------------------------------------|---------------------------------------|
|  | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине   | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации          |
| УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | <p>УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе</p> <p>УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности</p> <p>УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов</p> | <p>УК-1.1:</p> <p>Знать понятия и утверждения дисциплины «Дискретная математика»:</p> <p>1) основные операции над множествами, законы и тождества алгебры множеств;</p> <p>2) свойства бинарных отношений;</p> <p>3) теорему о факторизации для отношений эквивалентности;</p> <p>4) свойства конечных упорядоченных множеств;</p> <p>5) свойства отображений: инъекцию, сюръекцию, биекцию;</p> <p>6) основные правила комбинаторики: правила равенства, суммы, произведения, принцип последовательного выбора;</p> <p>7) основные понятия комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания с повторениями и без повторений, формулы для вычисления их числа;</p> <p>8) бином Ньютона и треугольник Паскаля.</p> <p>УК-1.2:</p> <p>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее</p> | Задачи<br>Контрольная работа       | Зачёт:<br>Контрольные вопросы<br>Тест |

|  |   |   |                           |  |
|--|---|---|---------------------------|--|
|  |   | <p>изученным:</p> <p>1) доказывать тождества в алгебре множеств;</p> <p>2) определять свойства бинарных отношений, строить классы эквивалентности для отношений эквивалентности, диаграммы Хассе для отношений порядка.</p> <p>УК-1.3:</p> <p>Владеть различными методами и алгоритмами теории графов.</p>  |                           |  |
| <p>ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;</p> | <p>ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования</p> <p>ОПК-1.2: Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>ОПК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности</p> | <p>ОПК-1.1:</p> <p>Знать понятия и утверждения дисциплины «Дискретная математика»:</p> <p>1) принцип включения-исключения;</p> <p>2) понятия упорядоченного и неупорядоченного разбиения, формулы для вычисления числа разбиений с заданной спецификацией;</p> <p>3) типы графов, способы задания графов в памяти ЭВМ;</p> <p>4) понятие изоморфизма графов и инварианты при изоморфизме;</p> <p>5) метрические характеристики графа;</p> <p>6) важнейшие классы графов: деревья, эйлеровы, гамильтоновы, двудольные и планарные графы; критерии эйлеровости, двудольности и планарности графов.</p> <p>ОПК-1.2:</p> <p>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным:</p> <p>1) применять основные правила комбинаторики для подсчета числа комбинаторных объектов,</p> | <p>Контрольная работа</p> | <p>Зачёт:</p> <p>Контрольные вопросы</p> |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  | <p>обладающих заданными свойствами;</p> <p>2) находить метрические характеристики графа, распознавать свойства эйлеровости, двудольности, планарности графа, используя соответствующие критерии, строить код Прюфера для дерева.</p> <p>ОПК-1.3:<br/>Владеть различными методами и алгоритмами теории графов: метод поиска в ширину для построения метрических характеристик графа, алгоритм построения кода Прюфера для деревьев, алгоритм построения эйлерова цикла.</p> |  |  |
|--|--|--|--|--|

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

|  | очно-заочная |
|--|--------------|
| Общая трудоемкость, з.е.   | 2            |
| Часов по учебному плану  | 72           |
| в том числе  |              |
| аудиторные занятия (контактная работа):                                  |              |
| - занятия лекционного типа   | 16           |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 16           |
| - КСР  | 1            |
| самостоятельная работа   | 39           |
| Промежуточная аттестация   | 0<br>Зачёт   |

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего<br>(часы) | в том числе  |                                 |       | Самостоятельная<br>работа<br>обучающегося,<br>часы |
|--|-----------------|--|---------------------------------|-------|--|
|  |                 | Контактная работа (работа во<br>взаимодействии с преподавателем), часы<br>из них |                                 |       |  |
|  |                 | Занятия<br>лекционного<br>типа   | Занятия<br>семинарского<br>типа | Всего |  |

|               |                  |                  | (практические занятия/лабораторные работы), часы |                  |                  |
|---------------|------------------|------------------|--|------------------|------------------|
|               | о<br>з<br>ф<br>о | о<br>з<br>ф<br>о | о<br>з<br>ф<br>о                                 | о<br>з<br>ф<br>о | о<br>з<br>ф<br>о |
| Множества     | 24               | 6                | 5  | 11               | 13               |
| Комбинаторика | 24               | 5                | 6  | 11               | 13               |
| Графы         | 23               | 5                | 5  | 10               | 13               |
| Аттестация    | 0                |                  |  |                  |                  |
| КСР           | 1                |                  |  | 1                |                  |
| Итого         | 72               | 16               | 16   | 33               | 39               |

### Содержание разделов и тем дисциплины

Множества: Операции над множествами, их свойства. Диаграммы Венна. Прямое (декартово) произведение множеств. Бинарное отношение. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности, теорема о факторизации. Отношение порядка. Диаграмма Хассе.

Комбинаторика: Правила равенства, суммы и произведения, принцип последовательного выбора. Перестановки. Размещения и сочетания с повторениями и без повторений. Бином Ньютона и треугольник Паскаля. Упорядоченные разбиения с заданной спецификацией. Полиномиальная теорема. Принцип включения-исключения.

Графы: Типы графов. Изоморфизм, инварианты. Связность, компоненты связности, шарниры, перешейки. Метрические характеристики графов, вычисление расстояний методом поиска в ширину. Эйлеровы и гамильтоновы циклы, критерий эйлера-ности графа. Деревья, их свойства. Код Прюфера. Двудольные графы. Планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Критерии планарности Понтрягина-Куратовского и Вагнера.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Дискретная математика" (<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=1683>).

Иные учебно-методические материалы: Гаврилов Гарий Петрович. Сборник задач по дискретной математике : [для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1977. - 368 с. <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=61733&idb=0>

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

##### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

##### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Постройте оптимальное двоичное кодирование для алфавита  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_8\}$  с набором частот  $P = (0.2, 0.12, 0.35, 0.05, 0.08, 0.1, 0.04, 0.06)$ .

2. Выясните, является ли код  $V = \{01, 12, 012, 0102, 020112\}$  взаимно-однозначным. Существует ли спектрально эквивалентный ему двоичный префиксный код?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Выполнена основная часть задания, возможно с незначительными недочетами. |
| не зачтено | Выполнено менее половины задания, есть существенные недочеты.            |

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Верно ли тождество  $(x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3) \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = \overline{x_1 x_2 x_3} \vee x_1 \vee x_2 \vee x_3$ ?

2. Найдите и удалите фиктивные переменные у функции, заданной вектором значений

$\tilde{f} = 0111100101111001$ . Для функции, полученной после удаления фиктивных

переменных, постройте СДНФ, полином Жегалкина.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Выясните, полна ли система функций  $\{(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3, \overline{x_1 \oplus x_2 \oplus x_3}\}$ .

2. Сколько функций от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  содержит множество  $S \cup (T_0 - T_1)$ ?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.   |
| не зачтено | Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю). |

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо   | неудовлетворительно  | удовлетворительно  | хорошо  | очень хорошо   | отлично   | превосходно  |
|--|---|--|--|---|--|---|--|
|  | не зачтено  |  | зачтено  |   |  |   |  |
| <u>Знания</u>  | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки                          | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                              | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.  | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.   |
| <u>Умения</u>  | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа              | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u>  | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа                | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами                                      | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов   | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов  | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач  |

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка     |                     | Уровень подготовки   |
|------------|---------------------|--|
| зачтено    | превосходно         | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
|            | отлично             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».  |
|            | очень хорошо        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»  |
|            | хорошо              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».   |
|            | удовлетворительно   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»                                     |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».   |
|            | плохо               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

Опишите понятие множества.

Чем отличается множество от подмножества?

Перечислите способы задания множеств.

Сформулируйте определения операций объединения, пересечения, разности, дополнения, симметрической разности.

В чем смысловая разница между записями  $x \in A$  и  $X \subseteq A$  ?

В чем смысловая разница между записями  $X \subset A$  и  $X \subseteq A$  ?

Какие операции над множествами обладают свойством коммутативности?

Какие операции над множествами обладают свойством ассоциативности?

Сформулируйте дистрибутивные законы для операций объединения и пересечения.

Сформулируйте законы де-Моргана.



Дайте определение прямого (декартова) произведения множеств.

Сформулируйте теорему о мощности прямого произведения множеств.

Что означает запись  $A^n$  для множества  $A$ ?

Что означает запись  $2^A$  для множества  $A$ ?

Какова мощность множества всех подмножеств  $n$ -элементного множества?

Дайте определение бинарного отношения.

Перечислите свойства бинарных отношений.

Какое отношение называется отношением эквивалентности? Приведите пример отношения эквивалентности.

Из каких элементов множества образуется класс эквивалентности?

Дайте определение разбиения множества.

Какое множество называется фактор-множеством по отношению эквивалентности?

Какое отношение называется отношением порядка? Приведите пример отношения порядка.

Какие характеристики отношения порядка можно определить с помощью диаграммы Хассе?

Дайте определения инъекции, сюръекции и биекции. Приведите примеры.

### **5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1**

Сформулируйте правила равенства, суммы и произведения комбинаторики.

Дайте определение перестановки из  $n$  различных элементов. Приведите формулу для числа перестановок из  $n$  элементов.

Дайте определение размещения из  $n$  элементов по  $k$ . Приведите формулу для числа размещений из  $n$  по  $k$ .

Дайте определение сочетания из  $n$  элементов по  $k$ . Приведите формулу для числа сочетаний из  $n$  по  $k$ .

Воспроизведите формулу бинома Ньютона. Что такое биномиальные коэффициенты? Перечислите свойства биномиальных коэффициентов.

Какой вид имеет треугольник Паскаля? Что он позволяет вычислять?

Чему равно число упорядоченных разбиений множества из  $n$  элементов на  $k$  частей, среди которых могут быть пустые? Приведите формулу.

Приведите формулу для числа упорядоченных разбиений множества из  $n$  элементов на  $k$  частей с заданными мощностями  $n_i$ ,  $i=1, \dots, k$ .

Сформулируйте полиномиальную теорему.

Дайте определение сочетания с повторениями. Чему равно число сочетаний с повторениями из  $n$  по  $k$ ?

Приведите формулу включений-исключений для двух и трех множеств.

Сформулируйте определение понятия графа.

Какие типы графов вам известны?

Какие способы задания графов вам известны? Какие из них могут использоваться для задания графов в памяти ЭВМ?

Какие графы называются изоморфными? Перечислите известные вам инварианты для изоморфных графов.

Как определяется расстояние между двумя вершинами графа?

Перечислите метрические характеристики графа и дайте определение каждой из них.

Какой граф называется эйлеровым? Что такое эйлеров путь в графе?

Сформулируйте необходимое и достаточное условие эйлеровости графа.

Какой граф называется деревом? Какое дерево называется корневым?

Какова длина кода Прюфера для дерева с  $n$  вершинами? Могут ли повторяться номера вершин в коде Прюфера?

Продemonстрируйте алгоритм построения кода Прюфера на примере произвольного дерева с 6 вершинами.

Продemonстрируйте алгоритм восстановления дерева по коду Прюфера на примере кода  $p(T) = (6354417)$ .

Дайте определения планарного и плоского графов. Что такое грань плоского графа?

Приведите формулу Эйлера, связывающую число вершин, число ребер и число граней плоского графа.

Сформулируйте следствие из теоремы Эйлера, устанавливающее связь между числом вершин и числом ребер в планарном графе.

Сформулируйте критерий Понтрягина-Куратовского планарности графа.

Сформулируйте критерий Вагнера планарности графа.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка     | Критерии оценивания   |
|------------|---|
| зачтено    | Студент дал развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок. |
| не зачтено | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале.      |

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Определить  $A \otimes B$ , если

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A - B = \{1, 6\}, B - A = \{3\}.$$

Укажите правильный ответ

1)  $\{1, 3, 6\}$     2)  $\{1, 2, 6\}$     3)  $\{2, 4, 5\}$

2. Упростить выражение:  $A\bar{B}C \cup \bar{B}$ .

Укажите правильный ответ

1)  $\bar{B}$  (+)    2)  $AC$     3)  $A\bar{B}C$

### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

| Оценка     | Критерии оценивания                        |
|------------|--|
| зачтено    | как минимум 80% правильных ответов в тесте |
| не зачтено | менее 80% правильных ответов в тесте       |

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Яблонский Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - Изд. 5-е, стер. - М. :

Высшая школа, 2008. - 384 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005943-4 : 574.00., 2 экз.

2. Гаврилов Гарий Петрович. Сборник задач по дискретной математике : [для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1977. - 368 с. : ил. - 0.84., 96 экз.

3. Андерсон Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика : пер. с англ. - М. : Вильямс, 2003. - 960 с. - ISBN 5-8459-0498-6 (рус.) : 342.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Копылов В. И. Курс дискретной математики / Копылов В. И. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 208 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-1218-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799733&idb=0>.

2. Мальцев И. А. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Мальцев И. А. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 292 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-45354-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=828290&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Смирнова Татьяна Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.