

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от  
« 30 » \_ноября\_ 2022 г. № \_13\_

**Рабочая программа дисциплины**

Управляемые цепи Маркова с доходами

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

магистратура

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Вероятностное моделирование и анализ данных

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений  
Б1.В.ДВ.01.01 Управляемые цепи Маркова с доходами

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.01.01 «Управляемые цепи Маркова с доходами» относится к части ООП направления подготовки 02.04.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», формируемой участниками образовательных отношений

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-11</b> <i>Способен определять сферы применения результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ</i>	<b>ПК-11.1</b> Знать методы определения сферы применения результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ	<i>Знать</i> а) основные приемы и методы управления марковскими случайными процессами и область их практического применения . б) основные этапы построения z-преобразования для анализа марковских процессов в) классификацию пространства состояний марковских цепей и основные классы состояний. г) рекуррентный метод исследования процессов последовательных решений для систем, описываемых управляемым марковским процессом.	<i>Собеседование</i>
	<b>ПК-11.2</b> Уметь определять сферы применения результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ	<i>Уметь</i> а) обосновать выбранный метод решения и доказать его эффективность. б) строить z-преобразование для вектора финальных вероятностей состояний в) применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально возможной прибыли управляемого процесса с доходами.	<i>Задачи</i>
<b>ПК-13</b> <i>Способен подготавливать аналитические отчеты, а также обзоры, доклады, рекомендации, проекты</i>	<b>ПК-13.1</b> Знать принципы подготовки аналитических отчетов, а также обзоров, докладов, рекомендаций,	<i>Знать</i> приемы анализа марковских процессов с доходами и нахождения полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы	<i>Доклады</i>

нормативных документов на основе статистических расчетов	проектов нормативных документов на основе статистических расчетов		
	<b>ПК-13.2</b> Уметь подготавливать аналитические отчеты, а также обзоры, доклады, рекомендации, проекты нормативных документов на основе статистических расчетов	Уметь пользоваться методами управления процессами разгрузки и загрузки систем массового обслуживания с помощью функционалов достижения с запретами.	Задачи

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>33</b>
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация –зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы) Очная	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы Очная
		Занятия лекционного типа Очная	Занятия семинарского типа Очная	Занятия лабораторного типа Очная	Всего Очная	
<b>Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний</b> Матрица вероятностей перехода за один шаг, рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Пример с игрушечных дел мастером. Классификация состояний	8	2	2		4	4

марковской цепи, основные классы состояний и их связь.						
<b>Анализ марковских процессов с помощью z-преобразований</b> Понятие z-преобразования, нахождение z-преобразований для некоторых функций. Метод построения z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы. Особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих невозвратные и периодические состояния, и цепей с несколькими эргодическими классами.	18	4	4		8	10
<b>Марковские процессы с доходами</b> Рекуррентное соотношение для доходов. Анализ марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования. Поведение полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.	16	4	4		8	8
<b>Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений</b> Этапы рекуррентного метода и его применение на примерах. Итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом, доказательство его эффективности. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами, примеры.	14	3	3		6	8
<b>Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки</b> Основные свойства функционалов Чжуна, метод нахождения их условных математических ожиданий. Применение функционалов Чжуна при решении задачи оптимизации в некоторой управляемой системе массового обслуживания.	15	3	3		6	9
Текущий контроль (КСР)	1	0	0		1	0
Промежуточная аттестация – зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>16</b>	<b>16</b>		<b>33</b>	<b>39</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа)

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен)

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в чтении литературы из списка основной литературы, решения домашних заданий и подготовке в промежуточной аттестации.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Статистика случайных процессов» (<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6163>), созданный в системе электронного обучения ННГУ – <https://e-learning.unn.ru/>.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

	я от ответа	ошибки.					
--	-------------	---------	--	--	--	--	--

### Шкала оценивания при собеседовании

Результат ответов	Оценка
Студент дает верные развернутые ответы на вопросы преподавателя	зачтено
Студент отвечает только на часть вопросов, или отвечает с ошибками, или не дает развернутого ответа на вопросы	не зачтено

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Описать свойства марковского случайного процесса с дискретным временем и конечным числом состояний.	ПК-11
2. Привести классификацию состояний марковского процесса и указать	ПК-11

основные классы состояний.	
3. Дать определение z-преобразования и найти его для указанных функций.	ПК-11
4. Описать метод z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы и привести пример.	ПК-11
5. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих невозвратные и периодические состояния.	ПК-11
6. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих несколько эргодических классов.	ПК-11
7. Привести рекуррентное соотношение для доходов.	ПК-11
8. Описать метод анализа марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования.	ПК-11
9. Указать особенности поведения полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.	ПК-11
10. Описать этапы рекуррентного метода и привести пример его применения.	ПК-11
11. Описать суть итерационного метода для марковских процессов с одним эргодическим классом и привести пример его применения.	ПК-11
12. Привести доказательство эффективности итерационного метода.	ПК-11
13. Указать особенности итерационного метода для марковских процессов с несколькими эргодическими классами и привести пример применения этого метода.	ПК-11
14. Привести основные свойства функционалов Чжуна и описать метод вычисления их условных математических ожиданий.	ПК-13
15. Показать возможность применения функционалов Чжуна при решении задач оптимизации управления в системах массового обслуживания.	ПК-13

#### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-11

1. Найти z-преобразование для функции  $f(n) = \alpha^n$  при  $|\alpha| < 1$ .
2. Найти z-преобразование для функции  $f(n+1)$ , зная z-преобразование для функции  $f(n)$ .
3. Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи
 

0.3	0.7
0.4	0.5

 С помощью z-преобразования найти вероятности состояний системы на любом шаге n, начиная с первого.

#### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-13

*Задача.* Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи

0.1	0.2	0.3	0.4
0.2	0.1	0.5	0.2
0.1	0.1	0.7	0.1
0.6	0.1	0.2	0.1

Состояние 1 является достижимым, состояния 2, 3 – критическими, состояние 4 – запрещенным. С помощью аппарата функционалов Чжуна найти табу-вероятности перехода из критических состояний в достижимое.

#### 5.2.4. Темы для докладов для оценки компетенции «ПК-13»

1. Конструктивное задание полумарковского процесса. Примеры. Основные характеристики полумарковского процесса.
2. Вложенная цепь Маркова. Предельные свойства полумарковских процессов.
3. Свойства аддитивных функционалов от полумарковских процессов.
4. Управление полумарковским процессом и задачи оптимального управления.
5. Марковские моменты. Мартингалы и полумартингалы.

6. Марковские процессы. Постановка задачи об оптимальной остановке. Оптимальные правила остановки в классе ограниченных марковских моментов.
7. Задача о выборе наилучшего объекта.
8. Эксцессивные функции и наименьшие эксцессивные мажоранты. Эксцессивная характеристика цены.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с. (186 экз. в библиотеке)
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. – М.: Физматлит, 2012. – 608 с. (196 экз. в библиотеке)
3. Ширяев А.Н. Вероятность — М.: Наука, 1989. (92 экз. в библиотеке).

б) дополнительная литература:

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. - М.: М.: Наука, 1986.- 472 с. (214 экз. в библиотеке).
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. (34 экз. в библиотеке).
3. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Учебник. - М.: Наука, 1988. -448 с. (527 экз. в библиотеке).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ <http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>
4. Вычислительная среда Octave (Free software) (сайт <http://www.gnu.org/software/octave/>)

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии..

Автор к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ Н.М.Голышева



Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ А.В. Зорин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики  
от 30.11.2022 года, протокол № 3.