

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Прикладная математическая статистика

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Вычислительные методы и суперкомпьютерные технологии

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.03 Прикладная математическая статистика относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-11: Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач производственно-технологической деятельности	<p>ПК-11.1: Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач</p> <p>ПК-11.2: Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач</p> <p>ПК-11.3: Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач</p>	<p>ПК-11.1: ЗНАТЬ математические модели, лежащие в основе стандартных статистических процедур, реализованных в пакетах профессионального программного обеспечения</p> <p>ПК-11.2: УМЕТЬ формулировать и проверять статистические гипотезы сообразно с характером задачи</p> <p>ПК-11.3: Иметь навыки применения методов анализа алгоритмов решения статистических задач с помощью статистического моделирования</p>	Задачи Собеседование	Экзамен: Контрольные вопросы
ПК-4: Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	<p>ПК-4.1: Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.2: Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей</p>	<p>ПК-4.1: Знать следующие понятия математической статистики: 1)выборка 2)выборочное распределение и выборочные характеристики 3) точечная оценка параметра 4) простая и сложная</p>	Задачи Собеседование	Экзамен: Контрольные вопросы

	<p>решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.3: Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p>	<p>статистические гипотезы</p> <p>5) критерии согласия Колмогорова–Смирнова и Пирсона</p> <p>6) таблица сопряженности, критерии независимости</p> <p>7) кривая регрессии</p> <p>ПК-4.2: УМЕТЬ оценивать параметры распределений стандартными методами</p> <p>ПК-4.3: Иметь навыки применения методов анализа алгоритмов решения статистических задач с помощью статистического моделирования</p>		
--	---	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация	36
	Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические	Всего	

			занятия/лабораторные работы), часы		
	О Ф О	О Ф О	О Ф О	О Ф О	О Ф О
Введение в R	8	2	2	4	4
Выборочное распределение и выборочные статистики.	12	4	4	8	4
Статистические гипотезы	14	4	4	8	6
Доверительные интервалы. Методы получения точечных оценок.	18	6	6	12	6
Проверка гипотез о параметрах распределений	14	4	4	8	6
Непараметрические гипотезы однородности, независимости. Ранговые критерии	14	4	4	8	6
Регрессионный анализ	16	5	5	10	6
Однофакторный дисперсионный анализ	10	3	3	6	4
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

Содержание разделов и тем дисциплины

- 1) Введение в R. Виды данных. Генерация псевдослучайных чисел с различным законом распределения. Метод Монте-Карло.
- 2) Выборочное распределение и выборочные статистики. Ядерные оценки плотности.
- 3) Статистические гипотезы и виды ошибок. Критерии согласия. Проверка гипотез нормальности и экспоненциальности.
- 4) Доверительные интервалы. Методы получения точечных оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод минимума расстояния, байесовское оценивание
- 5) Проверка гипотез о параметрах распределений. Лемма Неймана-Пирсона. t-распределение и F-распределение
- 6) Непараметрические гипотезы однородности, независимости. Ранговые критерии.
- 7) Регрессионный анализ. Модель Гаусса-Маркова. Оценка параметров, проверка значимости, прогнозирование. Множественная регрессия.
- 8) Однофакторный дисперсионный анализ. Таблица однофакторного анализа. Суммы квадратов. F-критерий

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Прикладная математическая статистика, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=6164>.

Иные учебно-методические материалы:

Самостоятельная работа заключается в чтении литературы из списка основной литературы,

подготовке к выполнению контрольных работ, подготовке к зачету. По ходу выполнения самостоятельной работы возможны консультации с преподавателем посредством электронной почты и социальных сетей.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-11:

1. Что делают следующие функции в среде R: mean(x), var(x), sd(x), median(x), ecdf(x)? Приведите расчетные формулы.

2. Напишите код, который сгенерирует выборку из стандартного нормального распределения, постройте гистограмму распределения и наложите на нее график нормальной плотности с параметрами, найденными по выборке.

3. При вызове команды

```
ks.test(subset(iris, iris$Species=='setosa')$Sepal.Length, function(x) pnorm(x, 5, 0.4))
```

был получен следующий вывод:

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: subset(iris, iris$Species == "setosa")$Sepal.Length
```

```
D = 0.12129, p-value = 0.4537
```

```
alternative hypothesis: two-sided
```

Поясните, какая задача решалась и как следует интерпретировать полученный результат.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Напишите реализацию функции для проверки гипотезы о величине дисперсии стандартного закона на основании леммы Неймана–Пирсона.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

Оценка	Критерии оценивания
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-11:

1. Какие виды категориальных переменных вы знаете?
2. Что такое выборочное математическое ожидание, выборочная дисперсия?
3. Что такое ошибка первого рода?
4. Что такое сложная гипотеза?
5. Как получить выборку из показательного распределения методом обратной функции?
6. Что такое критерий согласия?

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Как представляются данные разных типов в статистических программах?
2. Какие требования разумно предъявлять к профессиональной среде статистической обработки данных?
3. Что такое кадр данных? Какие с ним операции желательно иметь?
4. Что такое группирующая переменная?

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

Оценка	Критерии оценивания
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в

	ответа		Выполнены все задания, но не в полном объеме	ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-11

1. Простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Критерий согласия Колмогорова –

Смирнова. Применение с критерия в пакете R.

2. Простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона. Применение критерия в пакете R.
3. Методы проверки нормальности данных при неизвестных параметрах распределения (вероятностная бумага, критерии Лилли – Фора).
4. Методы проверки нормальности данных при неизвестных параметрах распределения (критерий хи-квадрат Пирсона, критерий Шапиро – Уилкса).
5. Построение наиболее мощных критериев для проверки простых параметрических гипотез на основе леммы Неймана – Пирсона (лемма без доказательства). Примеры критериев с реализацией в пакете R.
6. Задача о сравнении средних в двух нормальных совокупностях. Критерий Стьюдента. Применение в пакете R.
7. Задача об обнаружении эффекта обработки в предположении о совместном нормальном распределении. Критерий Стьюдента для проверки соответствующей гипотезы. Проведение теста в пакете R.
8. Задача о сравнении центров распределения в двух выборках при неизвестных законах распределения. Непараметрические критерии. Критерий Манна – Уитни.
9. Задача о сравнении центров распределения в нескольких выборках при неизвестных законах распределения. Критерий Краскала – Уоллиса. Работа с критерием в пакете R.
10. Таблицы сопряженности признаков. Критерий независимости хи-квадрат для проверки независимости двух переменных. Оценки максимального правдоподобия при нулевой гипотезе. Работа с критерием в пакете R.
11. Непараметрические критерии независимости. Ранговый критерий независимости Спирмена. Работа с критерием в пакете R.
12. Модель Гаусса – Маркова простой линейной регрессии. Оценка параметров и анализ остатков. Решение данных задач в пакете R.
13. Модель Гаусса – Маркова простой линейной регрессии. Проверка значимости регрессии, изменение модели и прогноз новых значений в пакете R.
14. Модель линейной множественной регрессии. Ее применение для выявления нелинейных зависимостей для одной и нескольких переменных. Работа с этими моделями в пакете R.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Выборка, выборочное распределение одномерной случайной величины. Построение эмпирической плотности и эмпирической функции распределения в пакете R.
2. Выборочные числовые характеристики случайных величин. Оценка основных выборочных числовых

характеристик в пакете R.

3. Типы статистических данных (числовые, ординальные, номинальные). Частотные распределения (одномерные и многомерные). Маргинальные частотные распределения. Проблема нахождения выборочных числовых характеристик по группированным данным. Ее решение в пакете R.
4. Графические методы представления и анализа данных: гистограммы, графики «ящик с усами», диаграммы рассеяния, матрицы диаграмм рассеяния. Использование цвета для выявления группировок.
5. Метод получения выборки значений случайной величины с помощью генератора псевдослучайных чисел. Метод обратной функции, метод исключения.
6. Вычисление интегралов методом Монте – Карло в пакете R. Неоднозначность в разложении подынтегральной функции и ее влияние на эффективность метода.
7. Точечная оценка параметра. Метод максимального правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия для нормального и экспоненциального распределений в пакете R.
8. Точечная оценка параметра. Метод максимального правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия для геометрического и пуассоновского распределений в пакете R.
9. Точечная оценка параметра. Метод максимального правдоподобия. Оценки максимального правдоподобия для смесей распределений в пакете R.
10. Формула Байеса. Условное распределение. Байесовское оценивание вероятности успеха с дискретным и непрерывным априорным распределением.
11. Формула Байеса для плотностей. Условное распределение. Байесовское оценивание дисперсии нормального закона.
12. Односторонние и двухсторонние доверительные интервалы для случайной величины. Построение доверительных интервалов с помощью квантилей. Процедура построения в пакете R.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
2. Ивченко Григорий Иванович. Математическая статистика : [учеб. пособие для вузов]. - 2-е изд., доп. - М. : Высшая школа, 1992. - 303, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-002317-6 (в пер.) : 21.88., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Боровков Александр Алексеевич. Математическая статистика : Оценка параметров. Проверка гипотез : учеб. пособие. - М. : Наука, 1984. - 472 с. - 1.30., 3 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Язык программирования R сайт www.r-project.org
2. Среда разработки для языка R сайт <https://posit.co/products/open-source/rstudio/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: проектор

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.