

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 6 от 31.05.2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дополнительные главы математической физики

---

Уровень высшего образования  
бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
03.03.02 - Физика

---

Направленность образовательной программы  
профиль «Физика конденсированного состояния»

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Дополнительные главы математической физики» относится к вариативной части Б1.В блока Б1 «Дисциплины (модули)», является элективной дисциплиной, преподается на третьем году обучения, в шестом семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплин (модулей) «Математический анализ», «Методы математической физики».

Целями освоения дисциплины «Дополнительные главы математической физики» являются:

1. овладение методами исследования математических моделей задач физики и математики, допускающих формулировку в рамках изучаемых данной дисциплиной разделов математики;
2. освоение студентами методов применения асимптотических методов анализа, преобразования Лапласа, а также решения некоторых классов интегральных уравнений, встречающихся в исследовательской работе;
3. выработка у студентов практических навыков стандартизации профессионально обусловленных задач различной природы с целью их аналитического исследования методами, составляющими предмет данной дисциплины.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-1: Способен использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин	<i>Демонстрация способности использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин</i>	(ПК-1) Знать принципы применения аппарата математической физики в приложении к практическим задачам в рамках профессиональной деятельности;  (ПК-1) Уметь формулировать практические задачи в рамках профессиональной деятельности, требующие применения аппарата математической физики;  (ПК-1) Владеть навыками постановки и решения основных типов задач математической физики, требующимися для решения практических задач в рамках профессиональной деятельности.	Индивидуальные собеседования, тест	Вопросы к экзамену

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>5</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>50</b>
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>130</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b>
	<b>экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>1. Асимптотические методы.</b> Примеры задач, допускающие применение асимптотических методов. Асимптотические ряды. Формула суммирования Пуассона. Оценка сумм через интегралы. Метод Лапласа оценки интегралов в одномерном случае. Метод стационарной фазы. Метод перевала для интегралов типа интеграла Лапласа.	45	5	10	–	15	30
<b>2. Преобразование Лапласа.</b> Определение преобразования Лапласа. Основные свойства и теоремы. Изображения элементарных функций. Формула Меллина для обращения преобразования Лапласа. Применение преобразования Лапласа для решения некоторых классов дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.	45	5	10	–	15	30
<b>3. Интегральные уравнения.</b> Основные типы линейных интегральных уравнений. Решение методом дискретизации на	52	6	12	–	18	34

сетке с переходом к алгебраической задаче. Уравнения с вырожденным ядром. Теория Фредгольма и методы решения фредгольмовских уравнений. Применение преобразования Лапласа для решения некоторых классов интегральных уравнений, в том числе уравнений Фредгольма и Вольтерра.						
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2	2				—
Промежуточная аттестация – экзамен						

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента – неотъемлемая часть подготовки высококвалифицированного специалиста в соответствующей области. Ее цель – формирование у студентов способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

Самостоятельная работа студентов подразумевает проработку лекционного и дополнительного материала, решение домашних контрольных работ с последующей проверкой навыков решения задач.

Проработка лекционного материала осуществляется еженедельно после проведения аудиторных занятий в рамках часов, отведенных студентам на самостоятельную работу. Кроме того, работа с лекционным и дополнительным материалом (рекомендованной литературой, приведенной в конце данной программы) проводится в период сессии при подготовке к экзамену по дисциплине.

Выполнение домашних работ осуществляется еженедельно или раз в две недели в соответствии с графиком изучения соответствующего лекционного материала и проведения практических занятий по соответствующей тематике.

Задачи для выполнения самостоятельных контрольных работ по каждому разделу дисциплины составляются преподавателем самостоятельно при ежегодном обновлении банка тестовых заданий. Количество вариантов зависит от числа обучающихся.

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Экзамен	
Превосходно	Превосходная подготовка с очень незначительными погрешностями. Исчерпывающее и логически строгое изложение всех разделов дисциплины. Владение материалом позволяет быстро справиться с видоизмененным заданием. Успешное решение любых типов практических заданий.
Отлично	Подготовка, уровень которой существенно выше среднего с некоторыми ошибками. Твердое знание всех разделов дисциплины. Допускаются неточности, нарушения в последовательности изложения материала. Владение необходимыми приемами и способами решения практических заданий.
Очень хорошо	Хорошая подготовка с рядом заметных недочетов. Твердое знание основных разделов дисциплины. Владение необходимыми приемами и способами решения основных типов практических заданий.

Хорошо	В целом, хорошая подготовка, но со значительными ошибками. Твердое знание основных разделов дисциплины. Владение необходимыми приемами и способами решения практических заданий.
Удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям. Знания основного содержания разделов дисциплины, допускаются грубые неточности, неправильные формулировки, нарушения в последовательности изложения материала. Имеющихся знаний достаточно для освоения дисциплин последующих курсов. Допускаются значительные ошибки при выполнении практических заданий.
Неудовлетворительно	Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания. Незнание значительной части основного содержания разделов дисциплины. Имеющихся знаний недостаточно для освоения дисциплин последующих курсов.
Плохо	Подготовка совершенно недостаточная. Отсутствуют знания большей части основного содержания разделов дисциплины. Имеющихся знаний совершенно недостаточно для освоения дисциплин последующих курсов.

## 6.2. Процедуры и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

**Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:**

– индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

**Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:** практические контрольные задания. Типы практических контрольных заданий:

– выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

### **Критерии ответа студента на экзамене**

**Оценка «отлично»** – Ответ полный и правильный, на основании изученной теории; материал изложен в определенной логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный и полностью выполнены индивидуальные практические задания.

**Оценка «хорошо»** – Ответ полный и правильный, на основании изученной теории; материал изложен в определенной логической последовательности при этом допущены две–три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя и правильно; полностью выполнены индивидуальные практические задания.

**Оценка «удовлетворительно»** – Ответ полный, но при этом допущена существенная ошибка или неполный, несвязный ответ и выполнены индивидуальные практические задания.

**Оценка «неудовлетворительно»** – Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя, не выполнены индивидуальные практические задания

## 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

6.3.1 Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

**Задача 1.**

Получить асимптотическое выражение при  $x \rightarrow +\infty$  для интеграла  $I(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt$

Ответ а):  $I(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln x + O(1)$

Ответ б):  $I(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2} \ln x + O(1)$

Ответ в):  $I(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln x + O(1).$

**Задача 2.**

Применяя метода Лапласа оценки интегралов, получить асимптотическое значение для функции  $F(n) = \int_{-1}^1 (1-t^2)^n dt$  при  $n \rightarrow +\infty$ .

Ответ а):  $F(n) \approx \sqrt{\frac{\pi}{n}}$

Ответ б):  $F(n) \approx \sqrt{\frac{3\pi}{n}}$

Ответ в):  $F(n) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2n}}$

**Задача 3.**

Пользуясь методом стационарной фазы, получить асимптотическое выражение для интегрального представления функции Бесселя  $J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin \varphi - n\varphi) d\varphi$  при  $x \rightarrow +\infty$ .

Ответ а):  $J_n(x) \approx \sqrt{\frac{3}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{3\pi n}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

Ответ б):  $J_n(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

Ответ в):  $J_n(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x + \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

**Задача 4.**

Пользуясь методом перевала, получить асимптотическое выражение для функции

$$F(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix}}{(x^3 + 3x - 2i)^n} dx \quad \text{при } n \rightarrow +\infty.$$

Ответ а):  $F(n) \approx 2e^{\left(\frac{i}{4}\right)^n} \sqrt{\frac{2\pi}{3n}}$

Ответ б):  $F(n) \approx 2e^{\left(\frac{i}{4}\right)^n} \sqrt{\frac{\pi}{3n}}$

Ответ в):  $F(n) \approx 2e^{\left(-\frac{i}{4}\right)^n} \sqrt{\frac{\pi}{3n}}$

### Задача 5.

Решить с помощью преобразования Лапласа дифференциальное уравнение

$$\frac{dy(x)}{dx} + a \cdot y(x) = b, \quad y(0) = 0, \quad \text{где } a \text{ и } b - \text{ постоянные если } f(x) = x^2 - x.$$

Ответ а):  $y(x) = \frac{b}{a} (1 - e^{-ax})$

Ответ б):  $y(x) = \frac{b}{a} (1 + e^{-ax})$

Ответ в):  $y(x) = -\frac{b}{a} (1 - e^{-ax})$

### Правильные ответы к задачам:

Задача 1. в

Задача 2. а

Задача 3. б

Задача 4. б

Задача 5. а

### Задача 1.

Решить интегральное уравнение первого рода типа Вольтерра с помощью преобразования

$$\text{Лапласа: } sh(x) = \int_0^x \cos(x-t) u(t) dt.$$

Ответ а):  $u(x) = 2Sh(x) - 1$

Ответ б):  $u(x) = 2Ch(x) + 1$

Ответ в):  $u(x) = 2Ch(x) - 1$

### Задача 2.

Решить интегральное уравнение, приведя его к виду уравнения с вырожденным ядром:

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{\pi} \sin(x-t) \cdot \varphi(t) dt = \cos(x).$$

Ответ а):  $\varphi(x) = 2 \frac{2 \sin x + \pi \lambda \cos x}{4 + \pi^2 \lambda^2}$

Ответ б):  $\varphi(x) = 2 \frac{2 \sin x - \pi \lambda \cos x}{4 + \pi^2 \lambda^2}$

Ответ в):  $\varphi(x) = 2 \frac{2 \sin x - \pi \lambda \cos x}{4 - \pi^2 \lambda^2}$

### Задача 3.

Пользуясь интегрированием по частям, получить асимптотическое разложение

интегрального синуса  $si(z) = -\int_z^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ , при  $z \rightarrow \infty$ .

Ответ а):  $si(z) \sim \frac{\cos z}{z} + \frac{\sin z}{z^2}$

Ответ б):  $si(z) \sim -\frac{\cos z}{z} + \frac{\sin z}{z^2}$

Ответ в):  $si(z) \sim -\frac{\cos z}{z} - \frac{\sin z}{z^2}$

### Задача 4.

Пользуясь интегрированием по частям, получить асимптотическое разложение для

интеграла  $I = \int_z^\infty t^{-n} e^{it} dt$ ,  $n > 1$  - целое, при  $z \rightarrow \infty$ .

Ответ а):  $I \sim \frac{i e^{iz}}{z^{n+1}}$

Ответ б):  $I \sim -\frac{i e^{iz}}{z^n}$

Ответ в):  $I \sim \frac{i e^{iz}}{z^n}$

### Задача 5.

С помощью преобразования Лапласа решить уравнение в частных производных

$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = x + y$  с начальными условиями  $u(x=0, y) = u(x, y=0) = 1$ .

Ответ а):  $u(x, y) = xy$

Ответ б):  $u(x, y) = -xy$

Ответ в):  $u(x, y) = x + y$

### Правильные ответы к задачам:

Задача 1. в

Задача 2. б

Задача 3. а



Задача 4. в  
Задача 5. а

#### 6.3.2. Вопросы для итогового контроля сформированности компетенции:

1. Асимптотические ряды.
2. Формула суммирования Пуассона. Оценка сумм через интегралы.
3. Метод Лапласа оценки интегралов в одномерном случае.
4. Метод стационарной фазы.
5. Метод перевала для интегралов типа интеграла Лапласа.
6. Преобразование Лапласа. Основные свойства и теоремы. Изображения элементарных функций.
7. Формула Меллина для обращения преобразования Лапласа.
8. Применение преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.
9. Основные типы линейных интегральных уравнений. Решение методом дискретизации на сетке с переходом к алгебраической задаче.
10. Уравнения с вырожденным ядром. Теория Фредгольма.
11. Применение преобразования Лапласа для решения интегральных уравнений.

#### 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 №55-ОД.

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Учебные аудитории могут быть при необходимости оснащены демонстрационным оборудованием для сопровождения учебных занятий презентациями.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Автор(ы):

доцент кафедры теоретической физики физического факультета, к. ф.-м. н., доцент Д.В. Хомицкий.

Рецензенты(ы):

зав. кафедрой ФПЭН физического факультета, д. ф.-м. н., профессор Д.А.Павлов.

Заведующий кафедрой:

зав. кафедрой теоретической физики физического факультета, д.ф.-м.н. В.А. Бурдов

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 20.05.2023, протокол № 6/н.