

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совет ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

**Методы теории вероятностей в
задачах исследования систем с
неопределенными параметрами**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

магистратура

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.04.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование динамики систем и процессов управления

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

Очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина “Методы теории вероятностей в задачах исследования систем с неопределенными параметрами” относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Код дисциплины **Б1.В.ДВ.04.01**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.04.01 «Методы теории вероятностей в задачах исследования систем с неопределенными параметрами» относится к части ООП направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-4. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-4.1. Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Знать:</u> -основы теории линейных матричных неравенств и теории стохастической устойчивости и стабилизации -стохастический аналог второго метода Ляпунова -постановку и решение задачи стохастического линейно-квадратичного регулятора	собеседование, тест
	ПК-4.2. Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Уметь:</u> -применять теорию линейных матричных неравенств для решения задач анализа и синтеза стохастических систем -решать задачи стохастической и робастной устойчивости и стабилизации на основе техники ЛМН	задача
	ПК-4.3. Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	<u>Владеть:</u> -современными программными средствами для исследования робастных и стохастических систем	задача (практическое задание)

ПК-5. Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной деятельности	ПК-5.1. Знает типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Знать:</u> -основные положения теории линейных матричных неравенств (ЛМН), теорему о дополнении Шура -основные определения стохастической устойчивости -современные программные средства решения задач полуопределенного программирования	собеседование, тест
	ПК-5.2. Умеет применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Уметь:</u> -строить модели линейных систем со случайными возмущениями параметров и структуры -решать линейные матричные неравенства с применением современных программных средств решения задач полуопределенного программирования	задача
	ПК-5.3. Имеет навыки разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<u>Владеть:</u> -навыками применения современных программных средств, в первую очередь пакета полуопределенного программирования SeDuMi и интерфейсного пакета YALMIP для решения задач анализа и синтеза робастных и стохастических систем.	задача (практическое задание)

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	34
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	-
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	38
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и	Всего	В том числе
--	-------	-------------

тем дисциплины	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Элементы выпуклой оптимизации и линейные матричные неравенства Непрерывность, компактность. Выпуклые множества, выпуклые комбинации, выпуклые оболочки. Выпуклые функции и их свойства. Оптимизация выпуклых функций. Теорема о неравенстве на выпуклой оболочке. Аффинные функции. Постановки задач исследования линейных матричных неравенств. Полуопределенное программирование. Матричные и скалярные переменные в линейных матричных неравенствах. Теорема Шура о дополнении. S – процедура. Примеры.	16	4	4		8	8
Стохастическая устойчивость, стабилизация и робастность Понятие стохастической устойчивости. Стохастическая функция Ляпунова (СФЛ). Производящий дифференциальный оператор СФЛ. СФЛ как супермартингал. Достаточные условия экспоненциальной p - устойчивости. Устойчивость в среднем квадратическом линейных диффузионных систем и систем с переключаемой диффузией. Задача стохастической линейно - квадратической стабилизации. Стабилизирующее и оптимальное стабилизирующее управление с обратной связью. Формулировка условий стохастической устойчивости и стабилизации в терминах ЛМН	18	4	4		8	10
Решение матричных уравнений и неравенств Сведение билинейных матричных неравенств в задачах линейно квадратической стабилизации к ЛМН. Решение нестандартных матричных уравнений в задачах линейно-квадратичной стабилизации на основе вспомогательной задачи выпуклой оптимизации при ограничениях в виде ЛМН.	18	4	4		8	10
Алгоритмы и программные средства полуопределенного программирования Полуопределенное программирование. Двойственность в задачах полуопределенного программирования. Решение ЛМН как задача полуопределенного программирования. Численные методы решения ЛМН. Метод внутренней точки. Решатели и интерфейсные пакеты для исследования ЛМН (LMI TOOL, SeDuMi, YALMIP и др.)	18	4	4		8	10
Текущий контроль (КСР)	2				2	

Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	108	16	16	-	34	38

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме собеседования по отчетам на практических занятиях, задач (практических заданий) и теста.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- знаний базовых структур данных и алгоритмов;
- знаний основных принципов, фактов, понятий, математических методов, изучаемых в дисциплине;
- основных приемов проведения математических доказательств. (компетенция -**ПК-4**).
- умения применять теоретические знания и практические навыки для решения типовых задач дисциплины (компетенция -**ПК-5**).

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

а. Виды самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа обучающихся реализуется в следующих формах: выполнение домашних заданий по дисциплине, составление компьютерных программ, реализующих алгоритмы решения задач анализа и синтеза стохастических систем по индивидуальным заданиям преподавателя. Самостоятельная работа контролируется преподавателем, как во время аудиторных занятий, так и во время внеаудиторной работы, в том числе с использованием консультаций по электронной почте.

Самостоятельная работа обучающихся заключается в ознакомлении с теоретическим материалом (по учебно-методическим пособиям, учебникам и научным работам, указанным в списке литературы); ответов на вопросы самоконтроля; в разработке компьютерных программ, реализующих алгоритмы решения задач анализа и синтеза стохастических систем. Самостоятельная работа может осуществляться, как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Практические работы выполняются в компьютерном классе ПЭВМ по всем разделам дисциплины и включает в себя следующие работы:

- Практическая работа «Решение простейших примеров и задач»;
- Практическая работа «Решение квадратных матричных уравнений на основе ЛМН»;
- Практическая работа «Синтез робастного стабилизирующего управления линейной системой на основе ЛМН».

б. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов

1. Материалы курса лекций «Методы теории вероятностей в задачах исследования систем с неопределенными параметрами».

2. Баландин Д.В., Коган М.М. Алгоритмы синтеза робастного управления динамическими системами Учеб. метод. пособие. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. — 90 с. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Контрольные вопросы для оценки компетенции **ПК-4**:

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Оптимизация выпуклых функций.	ПК-4
2. Теорема о неравенстве на выпуклой оболочке и её применение к задаче квадратичной устойчивости.	ПК-4
3. Постановка задач исследования линейных матричных неравенств (ЛМН). Понятие о полуопределенном программировании.	ПК-4
4. Теорема Шура о дополнении.	ПК-4
5. Численные методы решения ЛМН. Метод внутренней точки.	ПК-4
6. Решатели и интерфейсные пакеты для исследования ЛМН.	ПК-4
7. Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова.	ПК-4
8. Устойчивость линейных систем. Матричное неравенство Ляпунова.	ПК-4
9. Лемма о вещественной положительности.	ПК-4
10. Лемма о вещественной ограниченности.	ПК-4
11. Сведение билинейных матричных неравенств в задачах линейно-квадратической стабилизации к ЛМН.	ПК-4

Контрольные вопросы для оценки компетенции **ПК-5**:

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Теорема Шура о дополнении.	ПК-5

2.	Численные методы решения ЛМН. Метод внутренней точки.	ПК-5
3.	Решатели и интерфейсные пакеты для исследования ЛМН.	ПК-5
4.	Пакет YALMIP.	ПК-5
5.	Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова.	ПК-5
6.	Устойчивость линейных систем. Матричное неравенство Ляпунова.	ПК-5
7.	Сведение билинейных матричных неравенств в задачах линейно-квадратической стабилизации к ЛМН.	ПК-5
8.	Решение нестандартных матричных уравнений в задачах линейно-квадратичной стабилизации на основе вспомогательной задачи выпуклой оптимизации при ограничениях в виде ЛМН.	ПК-5

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций ПК-4

1. Работа, известная сейчас как теория Ляпунова была опубликована в:

- 1854 г.
- 1912 г.
- 1890 г.
- 1934 г.

2. Дифференциальное уравнение $\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t)$ устойчиво в теории Ляпунова если:

- существует положительно определенной матрицы P такой, что $A^T P + PA < 0$
- существует отрицательно определенной матрицы P такой, что $A^T P + PA < 0$
- существует матрицы P такой, что $A^T P + PA < 0$
- существует положительно определенной матрицы P такой, что $A^T P + PA > 0$

3. Неравенство Ляпунова выглядит:

- $A^T P + PA < 0$
- $A^T P + PA > 0$
- $AP + PA^T < 0$
- $AP + PA^T > 0$

4. Действительно ли существует решение неравенства Ляпунова:

- Да
- Нет
- Только аналитическое

5. Практическое применение методам Ляпунова было найдено:

- Лурье А.И.
- Виллемсом Ж.С.
- Якубовичем В.А.
- Постниковым В.Н.

Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций ПК-5

1. Практическое применение методам Ляпунова было найдено в области:

- Разработки систем управления
- Задачи оценки вероятности
- Задачи выпуклого программирования
- Разработки навигационных систем

2. Ученые, нашедшие применение методам Ляпунова столкнулись с трудностями:

- Решения систем большого порядка
- Построения алгоритма

- Нахождения мнимых корней

5.2.3. Типовые задачи (практические задания) для оценки сформированности компетенции ПК-4, ПК-5

Типовые задачи (практические задания) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Стабилизировать заданную систему по выходу

$$\dot{x} = Ax + Bu;$$

$$y = Cx;$$

$$z = C_1x + B_{12}u.$$
2. Решить задачу стабилизации по состоянию на основе ЛМН

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$z = Cx$$

Типовые задачи (практические задания) для оценки сформированности компетенции ПК-5:

Свести квадратные матричные неравенства к линейным:

1. $A^T X + XA - XBR^{-1}B^T X + \sum_{i=1}^N A_i^T XA_i + Q \leq 0, \quad X > 0,$
2. $A^T XA - X - A^T XB(B^T XB + R)^{-1}B^T XA + \sum_{i=1}^N A_i^T XA_i + Q \leq 0, \quad X > 0,$
3. $A_i^T X_i A_i - Y_i - A_i^T X_i B_i (B_i^T X_i B_i + R_i)^{-1} B_i^T X_i A_i + Q_i \leq 0, \quad X_i = \sum_{j=1}^N p_{ij} Y_j, \quad Y_j \geq 0,$
4. $A_i^T X_i + X_i A_i - X_i B_i R_i^{-1} B_i^T X_i + \sum_{j=1}^N \pi_{ij} X_j + Q_i \leq 0, \quad X_i \geq 0.$

5.2.4 Типовые вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенций ПК-4, ПК-5

Типовые вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Непрерывность, компактность.
2. Матричные и скалярные переменные в линейных матричных неравенствах.
3. Производящий дифференциальный оператор СФЛ.
4. Задача стохастической линейно - квадратической стабилизации.
5. Двойственность в задачах полуопределенного программирования.

Типовые вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенции ПК-5:

1. Теорема о неравенстве на выпуклой оболочке
2. Теорема Шура о дополнении. S – процедура. Примеры.
3. Достаточные условия экспоненциальной p - устойчивости.
4. Устойчивость в среднем квадратическом линейных диффузионных систем и систем с переключаемой диффузией.
5. Формулировка условий стохастической устойчивости и стабилизации в терминах ЛМН

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

Баландин Д.В., Коган М.М. Алгоритмы синтеза робастного управления динамическими системами Учеб. метод. пособие. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. — 90 с. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>

б) дополнительная литература:

Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. Допущено УМС по прикладной математике и информатике УМО – М.: Физматлит, 2007. – 280 с. 1 экз.

<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=330023&DB=1>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. YALMIP Wiki <http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/>
2. Scilab <http://www.scilab.org/>
3. SeDuMi – <https://yalmip.github.io/allsolvers/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения:

- операционные системы семейства Microsoft Windows;
- свободно распространяемое бесплатное программное обеспечение (пакет Scilab <http://www.scilab.org>, пакет YALMIP – <http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/>, решатель SeDuMi – <https://yalmip.github.io/allsolvers/>).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Автор (ы) ____ д.ф.-м.н., проф. П.В. Пакшин

Рецензент (ы) _____

Заведующий кафедрой ____ д.ф.-м.н., Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.