

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Многокритериальная оптимизация

---

Уровень высшего образования

Магистратура

---

Направление подготовки / специальность

09.04.03 - Прикладная информатика

---

Направленность образовательной программы

Проектирование и автоматизация производства изделий микроэлектроники

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.04 Многокритериальная оптимизация относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |   | Наименование оценочного средства              |                                 |
|--|---|---|---|---------------------------------|
|  | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине   | Для текущего контроля успеваемости            | Для промежуточной аттестации    |
| ОПК-3: Способен анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями; | ОПК-3.1: Демонстрирует знание принципов, методов и средств анализа и структурирования профессиональной информации<br>ОПК-3.2: Демонстрирует умение анализировать профессиональную информацию, выделять в ней главное, структурировать, оформлять и представлять в виде аналитических обзоров<br>ОПК-3.3: Имеет практический опыт решения конкретных проблем, связанных с подготовкой научных докладов, публикаций и аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями | ОПК-3.1:<br>Знать понятия и утверждения дисциплины «Многокритериальная оптимизация»<br><br>ОПК-3.2:<br>Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным в области многокритериальной оптимизации; доказывать ранее изученные математические утверждения; проводить доказательства математических утверждений не аналогичных ранее изученным, но тесно примыкающих к ним.<br><br>ОПК-3.3:<br>Владеть различными методами решения многокритериальных задач, методами решения матричных игр и задач, основанных на применении принципов оптимальности, когда цели задаются с помощью связанных с ними отношений предпочтений | Задачи<br>Собеседование<br>Контрольная работа | Экзамен:<br>Контрольные вопросы |

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

|  |                             |
|--|-----------------------------|
|  | <b>очная</b>                |
| <b>Общая трудоемкость, з.е.</b>  | <b>5</b>                    |
| <b>Часов по учебному плану</b>   | <b>180</b>                  |
| в том числе  |                             |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>                           |                             |
| - занятия лекционного типа   | <b>32</b>                   |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | <b>16</b>                   |
| - КСР  | <b>2</b>                    |
| <b>самостоятельная работа</b>  | <b>94</b>                   |
| <b>Промежуточная аттестация</b>  | <b>36</b><br><b>Экзамен</b> |

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины  | Всего<br>(часы) | в том числе  |  |             |   |
|---|-----------------|--|--|-------------|---|
|   |                 | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них |  |             | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|   |                 | Занятия лекционного типа   | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего       |   |
|   |                 |  |  |             |   |
|   | о<br>ф<br>о     | о<br>ф<br>о  | о<br>ф<br>о  | о<br>ф<br>о | о<br>ф<br>о                               |
| Задачи оптимизации со многими критериями оптимальности.   | 68              | 16   | 8  | 24          | 44  |
| Задача принятия решений при задании целей с помощью связанных с ними бинарных отношений предпочтений. | 30              | 6  | 4  | 10          | 20  |
| Игровые задачи принятия решений.  | 44              | 10   | 4  | 14          | 30  |
| Аттестация  | 36              |  |  |             |   |
| КСР   | 2               |  |  | 2           |   |
| Итого   | 180             | 32   | 16   | 50          | 94  |

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Задачи оптимизации со многими критериями оптимальности. Эффективные и слабо эффективные стратегии (точки). Теорема существования эффективных точек. Множество Парето. Способы отыскания эффективных точек. Обобщенная функция цели. Скаляризация векторного критерия оптимальности при наличии дополнительной информации о важности частных критериев. Методы отыскания эффективных точек в линейных многокритериальных задачах. Бикритериальная задача о ранце, бикритериальная задача на сети. Понятие приближенно эффективных стратегий в задаче многокритериальной

оптимизации и алгоритмы его отыскания. Вопросы сходимости множества приближенно эффективных точек к множеству эффективных точек.

Задача принятия решений при задании целей с помощью связанных с ними бинарных отношений предпочтений. Аппарат теории отношений. Содержательное описание отношений. Специальные свойства отношений. Структура «доминирование-безразличие». Выявление предпочтений. Принцип недоминируемости. Задача ранжирования при заданном транзитивном отношении предпочтения. Принцип Неймана-Моргенштерна. Понятие ядра отношения. Алгоритм выделения ядра. Принцип «грубого» ранжирования. Алгоритм выделения контуров графа бинарного отношения. Принцип «тонкого» ранжирования. Понятие предельного вектора, связь с числом Перрона-Фробениуса матрицы бинарного отношения.

Игровые задачи принятия решений. Определение бескоалиционной игры. Приемлемые ситуации и ситуации равновесия. Стратегическая эквивалентность игр. Антагонистические игры. Седловые точки. Равенство минимаксов. Смешанные стратегии. Смешанное расширение игры. Существование минимаксов в смешанных стратегиях. Лемма о двух альтернативах. Значение игры и оптимальные стратегии игроков. Три свойства значения игры. Достаточные признаки значения игры. Частные классы матричных игр. Матричные игры и линейное программирование.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Многокритериальная оптимизация (mat), <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=7033>.

Иные учебно-методические материалы:

Коротченко А.Г., Е.А. Кумагина В.М. Сморякова Введение в многокритериальную оптимизацию. Учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017, 55 с. ( Регистрационный номер 1429.17.09 фонда компьютерных изданий Нижегородского госуниверситета ) [http://www.unn.ru/books/met\\_files/VMO.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/VMO.pdf)

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

##### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

##### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:**

Задачи отыскания эффективных стратегий.

Задачи отыскания слабоэффективных стратегий.

Задачи на использование необходимых условий эффективности.

Задачи на использование необходимых условий эффективности в дифференциальной форме.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.   |
| не зачтено | Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю). |

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Построение области Парето для бикритериальной задачи о ранце.

Использование принципа недоминируемости при исследовании задач выбора.

Использование принципа Неймана-Моргенштерна.

Использование принципов ранжирования.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка     | Критерии оценивания   |
|------------|---|
| зачтено    | Студент дал развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок. |
| не зачтено | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале.      |

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

#### Вариант 1.

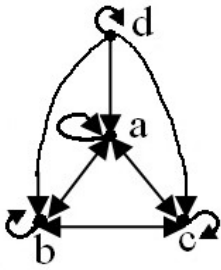
Задача 1. Найти множество эффективных стратегий  $P(D)$  в задаче:

$$Q_1(x_1, x_2) = 5 - x_1 - x_2 \Rightarrow \min,$$

$$Q_2(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2} \Rightarrow \min,$$

$$D = \{(x_1, x_2) \in R^2, 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2\}.$$

Задача 2. Пусть на множестве  $A = \{a, b, c, d\}$  отношение  $r$  задано графом



Решить задачу ранжирования.

## Вариант 2.

Задача 1. Найти множество слабоэффективных стратегий  $S(D)$  в задаче:

$$Q_1(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \Rightarrow \min,$$

$$Q_2(x) = x \Rightarrow \min,$$

$$x \in D = [-2, 2].$$

Задача 2. Пусть на множестве  $A = \{a, b, c, d, f\}$  линейное транзитивное отношение  $r$  задано матрицей доминирования-безразличия.

| $\rho$   | <b>a</b> | <b>b</b> | <b>c</b> | <b>d</b> | <b>f</b> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>a</b> | 1/2      | 1/2      | 1/2      | 0        | 0        |
| <b>b</b> | 1/2      | 1/2      | 1/2      | 0        | 0        |
| <b>c</b> | 1/2      | 1/2      | 1/2      | 0        | 0        |
| <b>d</b> | 1        | 1        | 1        | 1/2      | 1/2      |
| <b>f</b> | 1        | 1        | 1        | 1/2      | 1/2      |

Построить диаграмму квазиупорядочного множества  $(A, \rho)$ .

## Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.   |
| не зачтено | Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю). |

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

## Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций) | плохо   | неудовлетворительно  | удовлетворительно  | хорошо  | очень хорошо   | отлично   | превосходно  |
|---|---|--|--|---|--|---|--|
|   | не зачтено  |  | зачтено  |   |  |   |  |
| <u>Знания</u>   | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки                          | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                              | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.  | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.   |
| <u>Умения</u>   | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа              | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u>   | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа                | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами                                      | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами   | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов   | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов  | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач  |

## Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка  |             | Уровень подготовки   |
|---------|-------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше |

|                   |                            |  |
|-------------------|----------------------------|--|
|                   |                            | предусмотренного программой  |
|                   | <b>отлично</b>             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».  |
|                   | <b>очень хорошо</b>        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»  |
|                   | <b>хорошо</b>              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».   |
|                   | <b>удовлетворительно</b>   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| <b>не зачтено</b> | <b>неудовлетворительно</b> | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».   |
|                   | <b>плохо</b>               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

|  |
|--|
| 1.Эффективные и слабоэффективные стратегии. Теорема существования эффективных стратегий.   |
| 2.Структура множества эффективных и слабоэффективных векторов.   |
| 3.Метод скаляризации векторного критерия на примере аддитивной функции.  |
| 4.Метод скаляризации векторного критерия на примере функции максимума.   |
| 5.Бикритериальная задача о ранце и метод динамического программирования для ее решения.  |
| 6.Бикритериальная задача на сети.  |
| 7.Приближенно-эффективные точки, метод их отыскания. Теорема сходимости множества приближенно-эффективных точек к множеству эффективных точек. |
| 8.Структура доминирование-безразличия и ее задание одним отношением предпочтения.  |
| 9.Способы задания предпочтений.  |
| 10.Алгоритм выделения контуров графа.  |
| 11.Отношение порядка, диаграмма упорядоченного множества, максимальный и наибольший элементы. Связь с принципом недоминируемости.              |



|  |
|--|
| 12.Понятие ядра отношения. Решение по Нейману-Моргенштерну. Алгоритм выделения ядра.   |
| 13.Факторизация отношения квазипорядка по его симметричной части. Связь с задачей ранжирования.  |
| 14.Алгоритм выделения ядра графа.  |
| 15.Алгоритм выделения ядра графа при наличии контуров.   |
| 16.Задача ранжирования объектов при заданном линейном транзитивном отношении предпочтения.   |
| 17.Задача грубого ранжирования.  |
| 18.Понятие предельного вектора и способы его отыскания.  |
| 19.Задача тонкого ранжирования.  |
| 20.Определение бескоалиционной игры. Приемлемые ситуации и ситуации равновесия.  |
| 21.Седловые точки. Неравенство минимаксов. Критерий седловой точки.  |
| 22.Матричные игры. Смешанные стратегии. Смешанное расширение игры. Лемма о переходе к смешанным стратегиям. Критерий равновесности ситуации. |
| 23.Теоремы о существовании минимаксов.   |
| 24. Лемма о двух альтернативах.  |
| 25.Теорема о минимаксах.   |
| 26.Значение игры и оптимальные стратегии игроков. Три свойства значения игры.  |
| 27. 2х2 игры.  |
| 28. Метод решения 2хn и mх2 игр.   |

#### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

| Оценка       | Критерии оценивания   |
|--------------|---|
| превосходно  | Студент дал развернутый ответ на все вопросы и при этом продемонстрировал знание дополнительного материала. |
| отлично      | Студент дал развернутый ответ на все вопросы.   |
| очень хорошо | Студент дал ответ на все вопросы, возможно с незначительными недочетами.                                    |
| хорошо       | Студент ответил на большую часть вопросов с незначительными недочетами.                                     |

| Оценка              | Критерии оценивания  |
|---------------------|--|
| удовлетворительно   | Студент ответил на большую часть вопросов с существенными недочетами.                        |
| неудовлетворительно | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач. |
| плохо               | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.              |

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Коротченко Анатолий Григорьевич. Принципы оптимальности в задачах принятия решений : учебно-методическое пособие / А. Г. Коротченко, Н. Н. Чернышова, В. М. Сморякова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2015. - 44 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850078&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Батищев Дмитрий Иванович. Методы оптимального проектирования : [учеб. пособие для радиотехнических специальностей вузов]. - М. : Радио и связь, 1984. - 247 с. : граф. - 0.70., 31 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Операционные системы семейства MicrosoftWindows, лицензия по подписке MicrosoftImagine. Браузер Google Chrome, предоставляется бесплатно на условиях лицензионных соглашений на программное обеспечение с открытым исходным кодом. Среда разработки семейства MicrosoftVisualStudio, лицензия по подписке MicrosoftImagine.

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.04.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Коротченко Анатолий Григорьевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Прилуцкий Михаил Хаимович, доктор технических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.