

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.02 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Знать: Различные методы и способы вычисления пределов, методы дифференциального и интегрального исчисления, методы разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье УК-1.2: Уметь: Решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным: 1. раскрывать неопределенности и вычислять пределы последовательностей и функций (с помощью замечательных пределов, эквивалентных бесконечно малых, правила Лопиталя); 2. исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость; 3. дифференцировать явно и неявно заданные функции; 4. дифференцировать параметрически заданные функции; 5. исследовать функцию с помощью производных и строить графики; 6. находить локальные	Тест	Экзамен: Практическая задача

		<p>экстремумы, наименьшее и наибольшее значения функций;</p> <p>7. находить условные экстремумы функции;</p> <p>8. раскладывать функции по формуле Тейлора;</p> <p>9. интегрировать функции;</p> <p>10. представить функцию в виде степенного ряда и ряда Фурье;</p> <p>11. находить длины кривых, площади плоских фигур, объемы и массы тел, площади поверхностей, координаты центра масс.</p> <p>12. Анализировать и осуществлять поиск современных технологий и методик для своего направления.</p> <p>УК-1.3: Владеть: Способностью уточнить, переспросить, задать вопрос на профессиональную тему.</p>		
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> <p>ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1: Знать основные понятия математического анализа, понятия предела и его свойства, понятия непрерывной функции и ее свойства, дифференцируемой функции и ее свойства, формулы и ряда Тейлора, неопределенного и определенного интеграла, функции многих переменных, числового и функционального рядов, ряда Фурье. Понимать взаимосвязи между изученными понятиями и их свойствами, теоремы о непрерывной функции, о дифференцируемой функции, теоремы об интегрируемости, формулировки критерия Коши сходимости последовательностей и рядов, равномерную сходимость.</p>	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

		<p>ОПК-1.2: Уметь применять приемы раскрытия неопределенностей, технику дифференцирования, методы интегрирования, исследование рядов на сходимость и равномерную сходимость, раскладывать функции в ряды Тейлора и Фурье, определять области сходимости рядов.</p> <p>ОПК-1.3: Владеть навыком взятия производных, исследовать на экстремум функции одной и многих переменных, применять определенный интеграл к решению геометрических и физических задач, выбирать наиболее подходящий прием или метод для решения практической задачи.</p>		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	15
Часов по учебному плану	540
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	192
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	6
самостоятельная работа	170
Промежуточная аттестация	108
	Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего	в том числе
--	-------	-------------

	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Введение	2	2		2	
Тема 2. Вещественные числа	16	8		8	8
Тема 3. Числовые последовательности	21	12		12	9
Тема 4 Предел функции	21	12		12	9
Тема 5 Непрерывные функции	18	10		10	8
Тема 6 Производная функции	18	10		10	8
Тема 7 Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения	18	10		10	8
Тема 1 Неопределенный интеграл	18	10		10	8
Тема 2 Определенный интеграл	18	10		10	8
Тема 3 Приложения определенного интеграла	15	6		6	9
Тема 4 Функции многих переменных и пределы	18	10		10	8
Тема 5 Непрерывные функции многих переменных	15	8		8	7
Тема 6 Дифференцирование функции многих переменных	18	10		10	8
Тема 7 неявно заданные функции	11	6		6	5
Тема 8 Экстремумы функций многих переменных	12	4		4	8
Тема 1 Числовые ряды	28	10	10	20	8
Тема 2 Функциональные последовательности и ряды	28	10	10	20	8
Тема 3 Степенные ряды	20	6	6	12	8
Тема 4 Несобственные интегралы	28	10	10	20	8
Тема 5 Кратный интеграл. Интегралы, зависящие от параметра	22	8	8	16	6
Тема 6 Несобственные интегралы зависящие от параметра	28	10	10	20	8
Тема 7 Унитарное пространство кусочно-непрерывных функций	19	6	6	12	7
Тема 8 Ряды Фурье	14	4	4	8	6
Аттестация	108				
КСР	6			6	
Итого	540	192	64	262	170

Содержание разделов и тем дисциплины

1 семестр

Промежутки.

Ограниченные и неограниченные числовые множества. Определения верхней и нижней граней. Определяющие свойства граней. Аксиома о существовании верхней грани. Неравенства для модулей чисел. Бином Ньютона (без доказательства). Основные элементарные функции, их графики. Выражение $\log_a x$ через натуральный логарифм. Соотношения между функциями: $\arcsin x$ и $\arccos x$; $\arctg x$ и $\operatorname{arccotg} x$. Определение элементарной функции. Определение предела числовой последовательности и его свойства. Бесконечно малые, их арифметические свойства. Арифметические свойства предела.

Сравнение бесконечно малых
Бесконечно большие
Соотношения между бесконечно малыми и бесконечно большими
Теорема о сходимости монотонной последовательности
Существование
Принцип вложенных промежутков
Подпоследовательность, ее свойства
Теорема Больцано-Вейерштрасса о подпоследовательности
Определение конечных верхнего и нижнего пределов числовой последовательности, их свойства (без док-ва)
Определение и свойства сходящейся в себе (фундаментальной) последовательности
Критерий (необходимый и достаточный признак) Коши сходимости числовой последовательности
Ограниченные и неограниченные, монотонные, четные и нечетные, периодические функции
Обратная функция: определение, теорема о существовании
Задание плоской кривой в полярных координатах и в параметрической форме. Простая кривая. Контур.
Определения конечных и бесконечных пределов функции в точке и на бесконечности
Односторонние пределы функции : определение, примеры
Неопределенности, их раскрытие (пакт.)
Теорема об эквивалентности определений Коши и Гейне конечного предела функции в точке
Бесконечно малые функции, их сравнение

Локальная ограниченность функции
Свойства конечного предела функции в точке (без док-ва)

(без док-ва)

Существование односторонних пределов монотонной функции
Асимптоты графика функции
Определения функции, непрерывной в точке, и ее свойства
Теорема о нуле непрерывной функции
Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции
Теорема о непрерывности обратной функции
Непрерывность основных элементарных функций (док-во для $x \neq 0$ только при
Непрерывность элементарных функций

Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции

Понятия глобальных экстремумов

Теорема Вейерштрасса о существовании глобальных экстремумов непрерывной функции

Равномерная непрерывность функции: определение и теорема Кантора

Условия непрерывности функции, заданной параметрически

Точки разрыва 1 и 2 рода (для точки разрыва 1 рода только случай, когда функция определена в этой точке)

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной

Связь между условиями непрерывности и дифференцируемости

Арифметические свойства производной

Производная композиции

Дифференцирование обратной функции

Производные основных элементарных функций

Таблица производных

Дифференцируемость элементарных функций

Дифференцирование степенно-показательной функции

Уравнения касательной и нормали к графику функции

Дифференцирование функции, заданной параметрически

Уравнения касательной и нормали к кривой, заданной параметрически

Первый дифференциал: определение, геометрический смысл, арифметические свойства, инвариантность формы

Приложение первого дифференциала к приближенному вычислению функции

Определение старшей производной

Старшие производные степенной, логарифмической функций, экспоненты, синуса, косинуса

Старшие производные функций, заданных параметрически (практ.)

Старшие дифференциалы

Теоремы Ферма и Ролля

Теорема Лагранжа о среднем

Формула конечных приращений, условия постоянства и монотонности функций

Теорема Коши о среднем

Правило Лопиталя (без доказательства 3 теоремы - о неопределенности вида в точке)

Сравнение бесконечно больших основных элементарных алгебраических функций

Раскрытие неопределенностей вида

Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа и Пеано

Формула Тейлора для функций e^x , $\sin x$, $\cos x$.

Формула Тейлора для бинома (без вывода остатка; практ.)

Таблица формул Тейлора (практ.)

Приближенное вычисление функций по формуле Тейлора

Применение формулы Тейлора к раскрытию неопределенности (практ.)

Необходимое условие локального экстремума

Достаточные условия локального экстремума (3 правила)

Поиск глобального экстремума (практ.)

Выпуклость графика функции. Точки перегиба

Схема исследования функции и построения графика

2 семестр

Понятие неопределенного интеграла, его свойства

Замена переменных

Интегрирование по частям
Таблица интегралов
Разложение правильной дробной рациональной функции в сумму простых дробей
Метод неопределенных коэффициентов
Интегрирование простых дробей 1-3 типов
Выделение кратных корней полинома. Схема Евклида (без док-ва)
Схема применения метода Остроградского (без док-ва)
Универсальная тригонометрическая подстановка
Тригонометрические подстановки в частных случаях
Рационализация дробно-линейной иррациональности
Подстановки Чебышева (с док-вом 1 подстановки)
Подстановки Эйлера
Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла
Понятие определенного интеграла
Необходимое условие интегрируемости
Суммы Дарбу, их свойства
Интегралы Дарбу (определение, лемма 1)
Леммы 2-4 (лемма 4 без док-ва)
Классы интегрируемых функций: достаточные условия интегрируемости (теоремы 1-4; теоремы 2, 4 - без док-ва)
Колебание функции на отрезке: определение и лемма 5 (без док-ва)
Свойства определенного интеграла
Ориентация участка интегрирования
Теоремы о среднем
Интеграл с переменным верхним пределом
Формула Ньютона-Лейбница
Определенные интегралы от четных и нечетных функций на симметричном участке (практ.)
Интегрирование по частям
Замена переменных
Определение длины дуги кривой
Вычисление длины дуги графика функции (лемма и теорема для гладкой функции)
Вычисление длины дуги плоской кривой, заданной параметрически и в полярных координатах
Длина дуги пространственной кривой
Дифференциал дуги
Площадь плоской фигуры: определение, свойства
Граница множества
Критерии квадратуемости плоской фигуры (без док-ва)
Площадь подграфика
Площадь криволинейного сектора в полярных координатах
Дифференциал площади плоской фигуры
Вычисление объема тела с известными параллельными сечениями, объема тела вращения и площади поверхности вращения
Статические моменты и центр масс плоской однородной линии и однородной пластины
Теоремы Гульдена
Конечномерное пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Евклидово расстояние, неравенство треугольника.
Линейный отрезок и прямая. Непрерывные и гладкие кривые. Связное множество.
Многомерные шар и куб. Ограниченное множество. Окрестности точки.
Внутренние точки. Открытое множество. Область.
Определения предела (по расстоянию и по координатам), их эквивалентность.

Критерий Коши.

Теорема Больцано-Вейерштрасса в конечномерном пространстве.

Точки прикосновения. Замкнутое множество.

Граница множества. Критерий замкнутости множества.

Компакт. Компактность сферы. Теорема Б-В на компакте.

График и подграфик функции 2 переменных. Линии и поверхности уровня функций 2 и 3 переменных.

Кратные и повторные пределы функции в точке. Теорема о двойном и повторных пределах.

Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным.

Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве.

Теоремы Вейерштрасса и Кантора на компакте (без док-ва).

Первые частные производные, их арифметические свойства.

Дифференцируемые функции, их свойства.

Дифференцирование композиции.

Первый дифференциал, его линейность.

Инвариантность формы первого дифференциала.

Уравнения касательной к пространственной кривой.

Уравнение касательной плоскости к графику функции 2 переменных.

Геометрический смысл первого дифференциала функции 2 переменных.

Уравнения нормали к графику функции 2 переменных.

Частные производные высших порядков. Равенство непрерывных смешанных производных.

Старшие дифференциалы, определение, формула.

Инвариантность формы старших дифференциалов при аффинной замене переменных.

Формулы Тейлора и Лагранжа.

Абсолютный экстремум, необходимое условие.

Достаточное условие абсолютного локального экстремума, критерий Сильвестра (без док-ва критерия).

Случай функции 2 переменных.

Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции одного переменного.

Неявное задание плоской гладкой кривой.

Уравнения касательной и нормали к плоской гладкой кривой, заданной неявно.

Неявная функция многих переменных (без док-ва).

Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной неявно.

Система неявных функций многих переменных. Якобианы (без док-ва).

Старшие производные неявных функций.

Необходимые условия локального условного экстремума.

Метод множителей Лагранжа установления необходимых условий локального условного экстремума.

Поиск глобального экстремума на компакте.

3 семестр

Числовой ряд, его свойства. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости. Критерий

Коши сходимости числового ряда. Критерий сходимости положительного ряда.

Признаки сравнения положительных рядов.

Признак Даламбера, достаточный признак Коши и признак Коши-Адамара для положительных рядов.

Понятие несобственного интеграла 1 рода, сходимость, вычисление.

Интегральный признак сходимости положительного ряда. Гармонический и обобщенный гармонический ряд.

Признак Раабе для положительного ряда.

Абсолютная сходимость ряда и сходимость. Признаки сравнения и достаточные признаки абсолютной сходимости.

Признак Лейбница.

Тождество Абеля. Достаточные признаки Абеля-Дирихле и Абеля.
 Перестановка положительных и абсолютно сходящихся рядов.
 Теорема Римана о перестановке неабсолютно сходящегося ряда (без доказательства).
 Умножение абсолютно сходящихся рядов (без док-ва).
 Определение и критерий равномерной сходимости.
 Равномерная сходимость в себе и критерий Коши.
 Достаточный признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
 Достаточные признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости.
 Переход к пределу под знаком функционального ряда.
 Непрерывность суммы функционального ряда.
 Почленное интегрирование и дифференцирование функционального ряда.
 Теорема об области сходимости степенного ряда.
 Вычисление радиуса сходимости степенного ряда.
 Равномерная сходимость степенного ряда на внутреннем отрезке и непрерывность его суммы на интервале сходимости.
 Почленное дифференцирование и интегрирование степенного ряда.
 Логарифмический ряд.
 Разложение $\arctg x$ в степенной ряд.
 Соотношение между понятиями степенного ряда и ряда Тейлора.
 Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора.
 Разложение функций e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$ в ряд Тейлора.
 Понятие комплексного степенного ряда.
 Определение функций e^z , $\cos z$, $\sin z$ комплексного переменного.
 Формулы Эйлера.
 Биномиальный ряд (без док-ва).
 Разложение $\arcsin x$ в степенной ряд.
 Таблица рядов Тейлора (практ.)
 Теоремы Вейерштрасса о равномерной аппроксимации непрерывной функции (без док-ва).
 Несобственный интеграл 1 рода, определение, основные свойства.
 Вычисление интеграла.
 Критерий Коши сходимости интеграла.
 Критерий сходимости интеграла от положительной функции.
 Признаки сравнения интегралов от положительных функций.
 Абсолютная сходимость и сходимость интеграла. Признаки сравнения абсолютно сходящихся интегралов.
 Достаточные признаки Абеля-Дирихле сходимости интегралов 1 рода.
 Главное значение несобственного интеграла 1 рода в смысле Коши.
 Несобственный интеграл 2 рода, определение, основные свойства.
 Критерий Коши сходимости интеграла 2 рода.
 Критерий сходимости интеграла 2 рода от положительной функции.
 Абсолютная сходимость и сходимость.
 Сравнение интегралов 2 рода с интегралами от степенных функций (практ.)
 Главное значение интеграла 2 рода в смысле Коши.
 Равномерная сходимость семейства функций по параметру: определение, леммы.
 Свойства определенных интегралов, зависящих от параметра (с постоянными пределами интегрирования): предельный переход, непрерывность, дифференцирование, интегрирование (интегрирование - без док-ва).
 Определение равномерной сходимости несобственного интеграла 1 рода, зависящего от параметра.
 Достаточные признаки Вейерштрасса и Абеля-Дирихле равномерной сходимости интеграла 1 рода (АД – без док-ва).

Свойства интегралов 1 рода и действия над ними (предельный переход по параметру, непрерывность, дифференцирование, интегрирование – без док-ва).
Интеграл 2 рода (практ.).
Гамма-функция: область определения, дифференцирование (док-во для пер-вой производной), рекуррентная формула (приведения), график.
Бета-функция, область определения.
Соотношение между гамма- и бета-функциями (без док-ва).
Формула дополнения (без док-ва).
Применение эйлеровых интегралов к вычислению определенных и несобственных интегралов (практ.).
Скалярное произведение функций: определение, свойства. Нулевая функция.
Понятие унитарного (предгильбертова) пространства. Неравенство Коши-Буняковского.
Норма функции в унитарном пространстве и ее свойства. Неравенство треугольника и следствие из него.
Ортогональность. Равенство Пифагора. Ортогональная и ортонормальная системы функций.
Ортогональная система функций: определение, лемма.
Среднеквадратичный предел: определение, свойства.
Соотношение между равномерной и среднеквадратичной сходимостью.
Полная система функций. Полная ортонормальная система.
Теорема о разложении в общий ряд Фурье.
Равенство Парсеваля.
Тригонометрическая система, ее ортогональность. Тригонометрическая ортонормальная система.
Полнота тригонометрической системы (без док-ва).
Теорема о разложении в тригонометрический ряд Фурье.
О поточечной сходимости тригонометрического ряда Фурье (без док-ва).
Достаточные условия абсолютной и равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье.
Тригонометрический ряд Фурье для четных и нечетных функций.
Тригонометрический ряд Фурье на отрезке

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Математический анализ ДО (1 семестр), Математический анализ ДО (2 семестр), <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=243> , <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=626>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Вопрос 2
Правильно
Балл: 1,00
[?] Ответить
[?] Ответить
[?] Ответить
[?] Ответить

Какая бесконечная десятичная дробь представляет бесконечная десятичная дробь 0,111111... (1 в периоде)?

Выберите один ответ:

- ☐ 9
- ☐ 10
- ☐ $\sqrt{2}$
- ☐ 10
- ☐ Некоторое иррациональное число
- ☐ $\frac{e}{3}$
- ☐ Никакое
- ☐ $\frac{1}{9}$
- ☐ $\frac{1}{10}$

Вопрос 3
Правильно
Балл: 1,00
[?] Ответить
[?] Ответить
[?] Ответить
[?] Ответить

Какая бесконечная десятичная дробь соответствует действительному числу $\frac{1}{3}$?

Выберите один ответ:

- ☐ 0,100000... (0 в периоде)
- ☐ 0,300000... (0 в периоде)
- ☐ 0,33333... (3 в периоде)
- ☐ Никакая

Вопрос 4
Правильно
Балл: 1,00
[?] Ответить
[?] Ответить
[?] Ответить
[?] Ответить

Какая из конструкций, используемых в построении действительного числа на основе рациональных, была открыта раньше всех?

Выберите один ответ:

- ☐ Фундаментальные последовательности рациональных чисел
- ☐ Бесконечные десятичные дроби
- ☐ Сечения множества рациональных чисел

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Найти частичные суммы S_n и сумму S ряда с общим членом $a_n = \frac{n - \sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n(n+1)}}$.

Исследовать на сходимость ряды

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n^2 + 2n)}{3^n + n^2}$$

$$3. \sum_{n=5}^{\infty} \ln \frac{1}{\cos^2(\frac{\pi}{n})}$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n} \left(\frac{n}{3n-1} \right)^{2n+1}$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \dots \cdot n^2}{(4n+1)!}$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\pi n + \frac{\pi}{6}\right) \ln\left(1 + \frac{2}{n}\right)$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos^2 2n}{\sqrt{n}}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n}{\ln \ln(n+2)} \cos \frac{1}{n}$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
отлично	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
очень хорошо	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
хорошо	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
удовлетворительно	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продemonстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворитель но	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворите льно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции УК-1

2.2.2. Практические задания для промежуточной аттестации 1 семестр

1. 1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x^2} + x^2 - 1}{\ln(\cos x)}$ 2. Найти $f'_x(x)$; $f'_y(x)$ $f(x) = \arcsin(e^{-x^2})$	2. 1. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sign}\left(\sin \frac{1}{x}\right)$ не существует. 2. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x) = xe^{2x}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ до $o((x-1)^n)$.
3. 1. Доказать, что последовательность сходится $x_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$ 2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$.	4. 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \ln(1-3x+x^2)}{x^2}$ 2. 2. Найти $f'_x(x)$; $f'_y(x)$ $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2^x - 1}; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$
5. 1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}$.	6. 1. При каких значениях α и β функция $f(x) = \ln(1+e^{2x}) - \alpha x - \beta$ является бесконечно малой при $x \rightarrow +\infty$?

Задания повышенной сложности

- Доказать по определению, что $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ бесконечно большая последовательность.
- Разложить функцию $f(x) = \frac{x}{x+4}$ по формуле Тейлора в точке $x_0 = -1$ до $o((x+1)^3)$.

3. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n}{n^2 + n + 1} - \frac{1}{3^n}}$

4. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{6}{\ln(1+3\sin^2 x)} - \frac{4}{\ln(2-\cos 2x)} \right)^{\frac{1}{2x}}$

5. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{(1+a)(1+a^2)\dots(1+a^n)}$, $a > 0$

6. Найти асимптоты графика функции $y = 1 + xe^{\frac{2}{x}}$

7. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{a}{n}\right) \left(1 + \frac{2a}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{ka}{n}\right) \right)^n$, $k \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}$

8. Исследовать на дифференцируемость $y = \arcsin(\cos x)$

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическая задача)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
отлично	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами
удовлетворительно	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продemonстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вопрос	Код формируемой компетенции
1 семестр:	
Сформулируйте определение окрестности точки $x \in \mathbb{R}$.	ОПК-1
Сформулируйте определение ε -окрестности точки $x \in \mathbb{R}$.	ОПК-1
Сформулируйте определение окрестности $+\infty$.	ОПК-1
Сформулируйте определение окрестности $-\infty$.	ОПК-1
Сформулируйте определение окрестности ∞ .	ОПК-1
Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества.	ОПК-1
Какое число называется верхней гранью множества.	ОПК-1
Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества.	ОПК-1

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок

Оценка	Критерии оценивания
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 1 : Учебник. - 10-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2018. - 680 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-9221-1802., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=741033&idb=0>.
2. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 2 : Учебник. - 10-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2018. - 864 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-9221-1803., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=741034&idb=0>.
3. Фихтенгольц Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 3 : Учебник. - 10-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2018. - 728 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-9221-1804., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=741035&idb=0>.
4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов / Демидович Б. П. - 25-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 624 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47148-5., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=865605&idb=0>.
5. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость : Учебное пособие. - 2-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2010. - 496 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-9221-0306-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=741018&idb=0>.
6. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды : Учебное пособие. - 2-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2009. - 504 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-9221-0307-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=741019&idb=0>.
7. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных : Учебное пособие. - 3-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2018. - 472 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-9221-1706-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=741020&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Калашников А. Л. Численное дифференцирование и интегрирование : учебно-методическое пособие / А. Л. Калашников, В. И. Фокина, А. М. Федоткин ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2006. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=877426&idb=0>.
2. Кузенков Олег Анатольевич. Дифференциальное исчисление функций одного переменного. Лекции : учебное пособие / О. А. Кузенков, Е. А. Рябова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 87 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=892588&idb=0>.
3. Костромина Ольга Сергеевна. Теоретический минимум для успешного освоения дисциплины «Математический анализ» : учебно-методическое пособие. Ч. 2. Минимально необходимый уровень / О. С. Костромина, О. А. Кузенков ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2021. - 23 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=793983&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Кротов Николай Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент
Сизова Наталья Алексеевна.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.