

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума

Ученого совета ННГУ

протокол от «14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

09.03.03 Прикладная экономика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в экономике

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная, очно-заочная, заочная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2022 год

Лист актуализации

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ 2019 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2019-2020 учебном году на заседании кафедры
информационных технологий и инструментальных методов в экономике

Протокол от 5 марта 2019 г. № 8
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры
Информационных технологий и инструментальных методов в экономике

Протокол от 14 апреля 2020 г. № 4
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры
Информационных технологий и инструментальных методов в экономике

Протокол от 05 марта 2021 г. № 3
Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК
__ 20__ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2022-2023 учебном году президиумом
Ученого совета ННГУ

Протокол от 14 декабря 2021 г. № 4
Зав. кафедрой _____

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 «Линейная алгебра» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений учебного плана ООП 09.03.03 Прикладная информатика.

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра» являются: формирование математической культуры студента, овладение классическим математическим аппаратом аналитической геометрии и линейной алгебры, умения применять математический аппарат для исследований экономических процессов.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.	Знать основные положения матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике Уметь применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.	доклады, тестирование, практические задания
	УК-1.2. Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Знать принципы решения стандартных задач профессиональной деятельности с учетом основных требований матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике Уметь разработать требования применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспе-	доклады, тестирование, практические задания

		<p>риментального исследования для решения стандартных задач профессиональной деятельности</p> <p>Владеть навыками подбора и использования программно-технических средств для решения стандартных задач с учетом основных требований методов линейной алгебры</p>	
	<p>УК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.</p>	<p>Знать принципы подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе с учетом требований линейной алгебры</p> <p>Уметь использовать основы линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p> <p>Владеть навыками использования методов и средств обеспечения линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p>	<p>доклады, тестирование, практические задания</p>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ	4 ЗЕТ	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144	144	144
в том числе			
аудиторные занятия (контактная работа):	50	34	18
- занятия лекционного типа	32	16	8
- занятия семинарского типа	16	16	8
самостоятельная работа	58	74	117
КСР	2	2	2
Промежуточная аттестация – экзамен	36	36	9

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)			В том числе														
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них												Самостоятельная работа обучающегося, часы		
				Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Всего					
Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	
Тема 1. Матрицы и определители	24	23	28	8	4	2	4	4	2				12	8	4	12	15	24
Тема 2. Системы линейных уравнений	22	23	28	6	4	2	4	4	2				10	8	4	12	15	24
Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	24	23	27	8	4	2	4	4	2				12	8	4	12	15	23
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы	22	19	26	8	2	2	2	2	1				10	4	3	12	15	23
Тема 5. Комплексные числа	14	18	24	2	2		2	2	1				4	4	1	10	14	23
В т.ч. текущий контроль	2	2	2															
Промежуточная аттестация -	36	36	9															
Итого	144	144	144	32	16	8	16	16	8				66		18	58	74	117

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает: *решение прикладной задачи по профилю профессиональной деятельности и направленности образовательной программы.*

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 2 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:

Область профессиональной деятельности	Типы задач профессиональной деятельности	Задачи профессиональной деятельности
06 Связь, информационные и коммуникационные технологии	Организационно-управленческий тип задач	<ul style="list-style-type: none"> • Участие в проведении переговоров с заказчиком и презентация проектов • Участие в координации работ по созданию, адаптации и сопровождению информационной системы • Участие в организации работ по управлению проектами информационных систем • Взаимодействие с заказчиком в процессе реализации проекта • Участие в управлении техническим сопровождением информационной системы в процессе ее эксплуатации
	Проектный тип задач	<ul style="list-style-type: none"> • Сбор и анализ детальной информации для формализации предметной области проекта и требований пользователей заказчика, интервьюирование ключевых сотрудников заказчика • Формирование и анализ требований к информатизации и автоматизации прикладных процессов, формализация предметной области проекта • Моделирование прикладных и информационных процессов • Составление технико-экономического обоснования проектных решений и технического задания на разработку информационной системы • Проектирование информационных систем по видам обеспечения • Программирование приложений, создание прототипа информационной системы

- компетенций - УК-1

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в экзамен, включающий ответы на вопросы по программе дисциплины.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Цель самостоятельной работы - формирование навыков непрерывного самообразования и профессионального совершенствования.

Самостоятельная работа способствует формированию аналитического и творческого мышления, совершенствует способы организации исследовательской деятельности, воспитывает целеустремленность, системность и последовательность в работе студентов, развивает у них навык завершать начатую работу.

Основные виды самостоятельной работы студентов:

- работа с основной и дополнительной литературой;
- изучение категориального аппарата дисциплины;
- самостоятельное изучение тем дисциплины;
- подготовка докладов-презентаций;
- подготовка к экзамену;
- работа в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Работа с основной и дополнительной литературой

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к научным монографиям и материалам периодических изданий. Работа с литературой предусматривает конспектирование наиболее актуальных и познавательных материалов. Это не только мобилизует внимание, но и способствует более глубокому осмыслению материала, его лучшему запоминанию, а также позволяет студентам проводить систематизацию и сравнительный анализ изучаемой информации. Таким образом, конспектирование – одна из основных форм самостоятельного труда, которая требует от студента активно работать с учебной литературой и не ограничиваться конспектом лекций.

Студент должен уметь самостоятельно подбирать необходимую литературу для учебной и научной работы, уметь обращаться с предметными каталогами и библиографическим справочником библиотеки.

Изучение категориального аппарата дисциплины

Изучение и осмысление экономических категорий требует проработки лекционного материала, выполнения практических заданий, изучение словарей, энциклопедий, справочников.

Индивидуальная самостоятельная работа студента направлена на овладение и грамотное применение экономической терминологии в области компьютерного моделирования.

Самостоятельное изучение тем дисциплины

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем изучаемой дисциплины. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, умений и навыков, всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

Изучение вопросов определенной темы направлено на более глубокое усвоение основных категорий экономической теории, понимание экономических процессов, происходящих в обществе, совершенствование навыка анализа теоретического и эмпирического материала.

Подготовка докладов-презентаций

Написание докладов и подготовка презентации позволяет студентам глубже изучить темы курса, самостоятельно освоить изучаемый материал, пользуясь учебными пособиями и научными работами. Тема реферата может назначаться преподавателем или инициироваться студентом.

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине проходит в виде экзамена и предусматривает оценку. Условием успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение семестра. В этом случае подготовка к экзамену является систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

Рекомендуется внимательно изучить перечень вопросов к экзамену, а также использовать в процессе обучения программу, учебно-методический комплекс, другие методические материалы.

Желательно спланировать трехкратный просмотр материала перед экзаменом. Во-первых, внимательное чтение с осмыслением, подчеркиванием и составлением краткого плана ответа. Во-вторых, повторная проработка наиболее сложных вопросов. В-третьих, быстрый просмотр материала или планов ответов для его систематизации в памяти.

Самостоятельная работа в библиотеке

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов:

- а) получение книг для подробного изучения в течение семестра на научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет - в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Необходимо помнить об оформлении ссылок на Интернет-источники.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов преподавателю целесообразно использовать следующие виды деятельности:

- консультации,
- выдача заданий на самостоятельную работу,
- информационное обеспечение обучения,
- контроль качества самостоятельной работы студентов.

Вопросы для самоконтроля

1. По какому правилу складываются матрицы?
2. Можно ли из одной матрицы вычесть другую и как это сделать? Что будет результатом этой операции?
3. Как умножить матрицу на число?
4. Как перемножаются матрицы?
5. Каковы размеры матрицы A , если известно, что $(1,2,3)*A = (0,1)$?
6. Какими свойствами обладает операция умножения матриц?
7. Какая матрица называется обратной по отношению к матрице A ?
8. Какая матрица имеет обратную?
9. Как вычисляются определители 2-го и 3-го порядков?
10. Какие свойства имеет определитель?
11. Как вводится определитель n -го порядка и каковы его свойства?
12. Что такое разложение определителя по элементам строки или столбца?
13. Как вычисляется определитель произведения матриц?
14. Как вычисляется обратная матрица через союзную?
15. Каковы свойства обратной матрицы?
16. Что такое ранг матрицы?
17. Какие преобразования матрицы относятся к элементарным?
18. Изменится ли ранг матрицы после элементарных преобразований?
19. Что можно сказать о ранге произведения матриц?
20. Как найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований?
21. Что такое базисный минор и какими свойствами он обладает?
22. Какая система линейных уравнений совместна?
23. При каких условиях система линейных уравнений совместна?
24. Как построить фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений?
25. Как найти множество всех решений неоднородной системы линейных уравнений?
26. В чем заключается метод Гаусса решения линейной системы?
27. В чем состоит метод Гаусса с выбором главного элемента?
28. Какие векторы называются коллинеарными? компланарными?
29. Какие операции над векторами называются линейными и каковы их свойства?
30. Что называется базисом?
31. Какие векторы называются линейно зависимыми и какие линейно независимыми?
32. Как определяется декартова система координат?
33. Что называется скалярным произведением двух векторов, каковы его свойства и как оно выражается через декартовы координаты векторов?
34. Что называется векторным произведением двух векторов, каковы его свойства и как оно выражается через декартовы координаты векторов?
35. Как выражается длина вектора, угол между векторами и расстояние между двумя точками в декартовой системе координат?
36. Что называется смешанным произведением 3-х векторов, каковы его свойства и как оно выражается через координаты векторов в ортонормированном базисе?
37. Как преобразуются координаты вектора при замене базиса?
38. Как записать через координаты условие компланарности 3-х векторов?
39. Что такое n -мерное пространство и каковы его свойства?
40. Что такое n -мерное евклидово пространство и каковы его свойства?

41. Как в n -мерном пространстве определяется длина вектора, норма вектора, ортогональность векторов?
42. В чем состоит неравенство треугольника по теореме Пифагора в n -мерном евклидовом пространстве?
43. Что называется направляющим вектором прямой и нормальным вектором плоскости?
44. Как записывается параметрическое уравнение прямой и плоскости?
45. Что называется угловым коэффициентом прямой на плоскости и каков его геометрический смысл?
46. Как записывается уравнение прямой, проходящей через две точки в пространстве и на плоскости?
47. Как записывается уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки?
48. Как вычисляются углы между двумя прямыми на плоскости и в пространстве?
49. Каковы условия перпендикулярности двух прямых, двух плоскостей, прямой и плоскости?
50. Что такое окружность, эллипс, гипербола и парабола и каковы их канонические уравнения?
51. Каков геометрический смысл систем линейных неравенств с двумя и тремя переменными?
52. Как определяется матрица линейного преобразования?
53. Каковы свойства собственных чисел и собственных векторов линейного преобразования?
54. Как меняется матрица линейного преобразования при переходе к новому базису?
55. Что такое самосопряженное линейное преобразование?
56. Какими свойствами обладают собственные векторы и собственные числа самосопряженного линейного преобразования?
57. Какой вид имеет матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов?
58. Приведите примеры экономических задач, в которых используются системы линейных уравнений и неравенств?
59. Каков экономический смысл собственных чисел и собственных векторов?
60. Как записывается матрица квадратичной формы?
61. Как вводится определитель Грама и каковы его свойства?
62. Как преобразовать квадратичную форму к каноническому виду?
63. Что такое положительно определенная квадратичная форма?
64. Какими свойствами обладает положительно определенная матрица?
65. Приведите критерии положительной определенности матриц.

Контрольная работа

У заочного отделения учебным планом предусмотрена контрольная работа.

Требования к контрольной работе:

- контрольную набирают в Word или другом текстовом редакторе с аналогичным функционалом;
- при наборе нужно использовать шрифт Times New Roman;
- интервал между строк — полуторный;
- размер шрифта — 14;
- текст выравнивается по ширине;
- в тексте делают красные строки с отступом в 12,5 мм;
- нижнее и верхнее поля страницы должны иметь отступ в 20 мм;
- слева отступ составляет 30 мм, справа — 15 мм;
- контрольная всегда нумеруется с первого листа, но на титульном листе номер не ставят;
- номер страницы в работе всегда выставляется в верхнем правом углу;
- заголовки работы оформляются жирным шрифтом;
- в конце заголовков точка не предусмотрена;
- заголовки набираются прописными буквами;
- все пункты и разделы в работе должны быть пронумерованы арабскими цифрами;
- названия разделов размещаются посередине строки, подразделы — с левого края;
- работа распечатывается в принтере на листах А4;
- текст должен располагаться только на одной стороне листа.

Работа имеет такую структуру:

1. Титульный лист;
 2. Оглавление и введение;
 3. Основной текст контрольной;
 4. Заключительная часть работы;
 5. Перечень использованной литературы и источников;
 6. Дополнения и приложения.
- Темы контрольных работ

1. . Приведите примеры экономических задач, в которых используются системы линейных уравнений и неравенств?
2. Каков экономический смысл собственных чисел и собственных векторов?
3. Как записывается матрица квадратичной формы?
4. Как вводится определитель Грамма и каковы его свойства?
5. Как преобразовать квадратичную форму к каноническому виду?
6. Что такое положительно определенная квадратичная форма?
7. Какими свойствами обладает положительно определенная матрица?
8. Приведите критерии положительной определенности матриц.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс
 Линейная алгебра (Шестерикова Н.В.) <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=4698>, созданный в
 системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
---------------	--	---	---	--	--	--	---

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

6.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы к экзамену

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
Тема 1. Матрицы и определители	УК-1
1. Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц.	УК-1
2. Свойства матричных операций.	УК-1
3. Перестановки из n элементов и транспозиции.	УК-1
4. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Теорема об умножении определителей.	УК-1
5. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.	УК-1
6. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы.	УК-1
7. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.	УК-1
8. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы.	УК-1
9. Теорема о базисном миноре.	УК-1
10. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований.	УК-1
Тема 2. Системы линейных уравнений	
11. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы.	УК-1
12. Теорема Кронекера-Капелли.	УК-1
13. Решение невырожденных линейных систем квадратной матрицей. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.	УК-1
14. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса.	УК-1
15. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение.	УК-1
16. Общее решение неоднородной системы.	УК-1
Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	УК-1

17. Векторная алгебра. Основные понятия.	УК-1
18. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций.	УК-1
19. Проекция вектора на ось, свойства проекций.	УК-1
20. Ортогональный (декартовый) базис. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты точки.	УК-1
21. Координаты вектора. Система координат на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками в координатах.	УК-1
22. Условие коллинеарности векторов. Формула деления отрезка в заданном отношении.	УК-1
23. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение.	УК-1
24. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы вектора.	УК-1
25. Векторное произведение двух векторов и его свойства.	УК-1
26. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.	УК-1
27. Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра.	УК-1
28. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейной независимости векторов.	
29. Ранг и базис системы векторов.	УК-1
30. Плоскость. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.	УК-1
31. Различные виды уравнений плоскости.	УК-1
32. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве.	УК-1
33. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.	УК-1
34. Взаимное расположение прямой и плоскости.	УК-1
35. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.	УК-1
36. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.	УК-1
37. Изображение на плоскости множества решений системы линейных неравенств.	УК-1
38. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы.	УК-1
39. Общее уравнение кривой второго порядка. Теорема о классификации кривых второго порядка.	УК-1
40. Поверхности второго порядка. Теорема о классификации квадрик.	УК-1
41. Преобразование декартовых прямоугольных систем координат.	УК-1
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы	УК-1
42. Определение линейного пространства и его простейшие свойства.	УК-1
43. Линейная зависимость и независимость систем векторов.	УК-1
44. Размерность и базис пространства.	УК-1

45. Подпространства и их свойства.	УК-1
46. Преобразование координат при переходе к новому базису.	УК-1
47. Евклидовы пространства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов. Неравенство треугольника и теорема Пифагора.	УК-1
48. Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов.	УК-1
49. Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований.	УК-1
50. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.	УК-1
51. Собственные числа и собственные векторы матрицы. Характеристическое уравнение. Свойства собственных чисел.	УК-1
52. Свойства собственных векторов.	УК-1
53. Определение квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.	УК-1
54. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.	УК-1
55. Линейная модель обмена (модель международной торговли).	УК-1
56. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).	УК-1

6.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции _____

Тестирование (УК-1)

Примеры заданий теста по линейной алгебре для оценки компетенции «УК-1»

Вариант 1

1. Установить соответствие между матрицей A и транспонированной к ней матрицей:

Матрица A	Транспонированная матрица A^T
1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	а) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
	в) $A^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
	г) $A^T = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-г; 2-в

2. Установить соответствие между парой матриц A и B и их произведением $A \cdot B$:

Матрицы A и B	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-г; 2-а; 3-б; 4-в

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	а) 7
2) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$	б) 29
3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	в) -1
	г) -14

Ответ: 1-в; 2-а; 3-б

4. Установить соответствие между элементом матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ и соответствующим ему алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11} = 2$	а) $+\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$
2) $a_{23} = 3$	б) $-\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
3) $a_{21} = -1$	в) $+\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
4) $a_{31} = 1$	г) $-\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

5. Дана система
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$

Установить соответствие между Δ_{x_j} и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

Δ_{x_j}	Определители из системы
1) Δ	а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
2) Δ_{x_1}	б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$
3) Δ_{x_2}	в) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$
4) Δ_{x_3}	г) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ: 3

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

Ответ: 3 2 4 1

8. Укажите количество базисных неизвестных системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 = 7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 2

9. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + 5x_2 = 6 \end{cases}$

x_1, x_2 - решение системы. Укажите $x_1 + x_2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

Ответ: 2

10. Найти значение m , при котором система $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0, \\ 3x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений.

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

Ответ: 3

11. Укажите количество свободных неизвестных системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 3

12. Укажите решение соответствующее системе $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$

1) $(0; 1; 1)$ 2) $(1; 0; 1)$ 3) $(1; 1; 0)$ 4) $(1; 1; 1)$

Ответ: 3

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$:

1) $\lambda^2 + 10\lambda + 21 = 0$; 2) $\lambda^2 - 10\lambda + 21 = 0$; 3) $\lambda^2 - 10\lambda + 29 = 0$; 4) $\lambda^2 + 10\lambda + 29 = 0$

Ответ: 2

14. Найдите собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1) $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 5$

2) $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 5$

3) $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 5$

4) $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_3 = 5$

Ответ: 3

Вариант 2

1. Установить соответствие между матрицей A и транспонированной к ней матрицей:

Матрица A	Транспонированная матрица A^T
3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
	в) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

	г) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$
--	--

Ответ: 1-б; 2-в

2. Установить соответствие между парой матриц A и B и их произведением $A \cdot B$:

Матрицы A и B	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: 1- а; 2 -г; 3-б; 4-в

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$	а) 13
2) $\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$	б) 30
3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$	в) -1
	г) 10

Ответ: 1-г; 2-а; 3-б

4. Установить соответствие между элементом матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -6 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ и соответствующим ему алгебраическим дополнением:

чекским дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11} = 3$	а) $+\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$
2) $a_{23} = 5$	б) $-\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
3) $a_{21} = -6$	в) $+\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
4) $a_{31} = 7$	г) $-\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 7 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

5. Дана система
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Установить соответствие между Δ_{x_j} и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

Δ_{x_j}	Определители из системы
1) Δ	а) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
2) Δ_{x_1}	б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
3) Δ_{x_2}	в) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$
4) Δ_{x_3}	г) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-б; 2-а; 3-г; 4-в

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице. $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

Ответ: 3

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 0 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -7 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ: 4 2 3 1

8. Укажите количество базисных неизвестных системы
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 3, \\ 4x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 2

9. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2, \\ x_1 + 7x_2 = 1 \end{cases}$$

x_1, x_2 - решение системы. Укажите $x_1 + x_2$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

Ответ: 1

10. Найти значение m , при котором система $\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 0, \\ 2x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений.

- 2) 2 2) 4 3) 6 4) 8.
 Ответ: 3

11. Укажите количество свободных неизвестных системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$

- 2) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 3

12. Укажите решение соответствующее системе $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -1. \end{cases}$

- 2) (0;1;1) 2) (1;0;1) 3) (1;1;0) 4) (1;1;1)

Ответ: 4

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$:

- 2) $\lambda^2 + 6\lambda + 5 = 0$; 2) $\lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$; 3) $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$; 4) $\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

Ответ: 2

14. Найдите собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

- 2) $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 7$ 2) $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 5$
 3) $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 7$ 4) $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_3 = 5$

Ответ: 3

Ответы к тестам для оценки компетенции «УК-1»

№ вопроса	Вариант 1	Вариант 2
1.	1-г; 2-в	1-б; 2-в
2.	1-г; 2-а; 3-б; 4-в	1-а; 2-г; 3-б; 4-в
3.	1-в; 2-а; 3-б	1-г; 2-а; 3-б
4.	1-в; 2-г; 3-б; 4-а	1-в; 2-г; 3-б; 4-а
5.	1-в; 2-г; 3-б; 4-а	1-б; 2-а; 3-г; 4-в
6.	3	3
7.	3241	4231
8.	2	2
9.	2	1

10.	3	3
11.	3	3
12.	3	4
13.	2	2
14.	3	3

Тестирование (УК-1)

Вариант 1

Основы векторной алгебры

- Найти $\vec{2a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = \{3; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 1\}$
А) (4;2); Б) (-2;-2); В) (3; 3); Г) (4;6)
- При каком значении векторы $\vec{a} = \{2; 4\}$ и $\vec{b} = \{5; m\}$ будут коллинеарны?
А) 3; Б) 4; В) 6; Г) 10
- При каком значении векторы $\vec{a} = \{1; 3\}$ и $\vec{b} = \{6; m\}$ будут ортогональны?
А) -2; Б) 0; В) 2; Г) 5
- Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{1; 0; 3\}$ и $\vec{b} = \{2; 6; 1\}$
А) -2; Б) 2; В) 5; Г) 7
- Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$, угол между векторами $\frac{\pi}{6}$
А) 1; Б) 2; В) 4; Г) 6

Основы аналитической геометрии на плоскости

- Даны точки А(3;5) и В(6;9). Найти расстояние между АВ.
А) 3; Б) 5; В) 6; Г) 7
- Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(3;2) и В(5;7).
А) $5x - 2y - 11 = 0$; Б) $2x - 5y + 3 = 0$; В) $2x - 5y + 4 = 0$; Г) $5x - 2y + 11 = 0$
- Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(2;1) параллельно прямой $2x - 5y + 3 = 0$
А) $2x + 5y + 3 = 0$; Б) $2x - y + 11 = 0$; В) $2x - 5y + 1 = 0$; Г) $x - 2y + 1 = 0$
- Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(4;1) перпендикулярно прямой $2x + y + 3 = 0$
А) $2x - y + 3 = 0$; Б) $x - 2y - 2 = 0$; В) $2x - y + 1 = 0$; Г) $x - 2y + 2 = 0$
- Дана прямая $x + y - 3 = 0$. Найти точку пересечения этой прямой с осью Ох.
А) (0;0); Б) (0;3); В) (3;0); Г) (3; 3)

Вариант 2

Основы векторной алгебры

- Найти $\vec{a} - 2\vec{b}$, если $\vec{a} = \{1; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 4\}$
А) (7;10); Б) (-2;-2); В) (4;6); Г) (-5; -6)

2. При каком значении векторы $\vec{a} = \{1; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; m\}$ будут коллинеарны?
А) 4; Б) 6; В) 0; Г) 3
3. При каком значении векторы $\vec{a} = \{1; 5\}$ и $\vec{b} = \{10; m\}$ будут ортогональны?
А) 5; Б) 2; В) -2; Г) 0
4. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{1; 5; 1\}$ и $\vec{b} = \{2; 1; 0\}$
А) 7; Б) 2; В) -2; Г) 0
5. Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, угол между векторами $\frac{\pi}{6}$
А) 7; Б) 2; В) 3; Г) 6

Основы аналитической геометрии на плоскости

6. Даны точки А(2;3) и В(5;7). Найти расстояние между АВ.
А) 7; Б) 5; В) 3; Г) 6
7. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(1;3) и В(5;4).
А) $2x - y + 3 = 0$; Б) $x - 3y + 11 = 0$; В) $x - 5y + 4 = 0$; Г) $x - 4y + 11 = 0$
8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(1;3) параллельно прямой $2x - y + 3 = 0$
А) $2x - y + 3 = 0$; Б) $2x - y + 11 = 0$; В) $2x - y + 1 = 0$; Г) $x - 2y + 1 = 0$
9. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(2;1) перпендикулярно прямой $2x + 3y + 3 = 0$
А) $2x - y + 3 = 0$; Б) $2x + 3y + 2 = 0$; В) $2x - y + 1 = 0$; Г) $3x - 2y - 4 = 0$
10. Дана прямая $x + y - 5 = 0$. Найти точку пересечения этой прямой с осью Ох.
А) (5;0); Б) (0;5); В) (0;0); Г) (5; 5)

Ответы к тестам для оценки компетенции «УК-1»

№ вопроса	Вариант 1	Вариант 2
1.	В	Г
2.	Г	Б
3.	А	В
4.	В	А
5.	Г	В
6.	Б	Б
7.	А	Г
8.	В	В
9.	Б	Г
10.	В	А

6.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции _____ Задачи для оценки компетенции (УК-1)

1. Даны векторы $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ и $\vec{b} = (1; 0; 2)$. Найдите $2\vec{a} + 3\vec{b}$.
2. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} , если $A(1; 3; 2)$ и $B(5; 8; 3)$.
3. Найдите длину вектора \overrightarrow{AB} , если $A(2; -4; 0)$ и $B(9; 1; \sqrt{7})$:
4. Найдите скалярное произведение $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$
5. Даны векторы $\vec{a} = (1; 3; -2)$ и $\vec{b} = (-1; m; 4)$. При каком значении числа m $\vec{a} \perp \vec{b}$
6. Упростите выражение $2\vec{i} \cdot (3\vec{j} - 4\vec{k} - 5\vec{i})$
7. Найдите угол A треугольника с вершинами $A(-1; 3; 2)$, $B(3; 5; -2)$ и $C(3; 3; -1)$.
8. Даны векторы $\vec{a} = (4; -2; -6)$ и $\vec{b} = (-3; 4; -12)$. Найдите $\text{Пр}_{\vec{b}} \vec{a}$
9. Найдите $|\vec{a} \times \vec{b}|$, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$
10. Найдите $|\vec{a} \times \vec{b}|$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 10$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$

Задачи для оценки компетенции (УК-1)

11. Упростите выражение $\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$
12. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$
13. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} + 3\vec{b}$ и $3\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$.
14. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$
15. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1; 2)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = \{2; -1\}$.
16. При каком α прямые $x + 4y = 7$ и $\alpha x + y = 15$ параллельны?
17. Написать уравнение прямой, перпендикулярной прямой $3x - 4y = 6$ и проходящей через начало координат.
18. Найти расстояние от точки $M_0(2; -3)$ до прямой $5x + 12y - 13 = 0$.
19. Даны вершины треугольника $A(0; 1)$, $B(2; 6)$ и $C(-1; 2)$. Написать уравнение высоты, опущенной из вершины C на сторону AB .
20. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; 2; -1)$ перпендикулярно плоскости $3x - 4y + z - 2 = 0$.
21. При каком α и β прямая $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{\beta} = \frac{z}{2}$ перпендикулярна плоскости $\alpha x + 2y + 4z - 4 = 0$? Ответ: $\alpha = 4, \beta = 1$
22. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z - 2$ и плоскости $2x - 3y + 7z - 5 = 0$.

6.2.4. Темы курсовых работ, эссе, рефератов

Темы для докладов-презентаций

1. Использование матриц в решении экономических задач.
2. Экономические примеры систем линейных уравнений.
3. Поверхности второго порядка. Вывод уравнения поверхности вращения.
4. Канонические уравнения цилиндров (эллиптического, гиперболического, параболического).
5. Каноническое уравнение конуса.
6. Каноническое уравнение эллиптического параболоида.
7. Канонические уравнения однополостного и двухполостного гиперболоидов. Уравнение гиперболического параболоида.
8. Свойства поверхностей второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка.
9. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов.
10. квадратичные формы
11. Закон инерции квадратичных форм.
11. Определитель Грамма, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы.
12. Критерий Сильвестра положительной определенности симметрической матрицы.
13. Критерий Якоби. Треугольное разложение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.
14. Комплексные числа.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учебное пособие / Б. М. Рудык. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010102>
2. Борताковский, А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах : учебное пособие / А. С. Борताковский, А. В. Пантелеев. — 3-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2020. - 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010586-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1045621>
3. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1015326>
4. Ржевский, С. В. Высшая математика I: линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 211 с. - ISBN 978-5-16-108269-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1065260>
5. Жукова, Г. С. Аналитическая геометрия. Векторная и линейная алгебра : учебное пособие / Г.С. Жукова, М.Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 415 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-108299-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/10674216>

дополнительная литература

1. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 281 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03009-9. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/C01D91F4-9F0B-46C0-9D95-8E193AD1752B#page/1>;
2. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 309 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02350-3. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/B8B7FE48-028E-4707-BCDB-625FC196408E#page/1>;

3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под ред. Е. Г. Плотниковой. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 340 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-01179-1. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/04113006-6862-46E6-A0C3-72C1F538D3D7#page/1>;
4. Математика для экономистов : учебник для академического бакалавриата / О. В. Татарников [и др.] ; под общ. ред. О. В. Татарникова. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 593 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-4847-9. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/FE2FB7B6-6EFD-4603-824E-96F41141D8CD#page/1>;
5. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. П. Потапов. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 309 с. — (Серия : Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-01232-3. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/303A2326-5207-45F9-943C-520FA611C5B2#page/1>;
6. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 288 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02938-3. Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/538035CC-4A44-40BE-AA2C-4F4B1B04DDD7#/>;
7. Расулов, К. М. Гомонов, С. А. Математика. Линейная алгебра : учебно-справочное пособие / С. А. Гомонов, К. М. Расулов ; под общ. ред. К. М. Расулова. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 144 с. — (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-91134-713-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1081982>
8. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 2-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 352 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010206-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1014764>

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы

1. MS Office;
2. ИПС «Консультант +»;
3. ИПС «Гарант»;
4. Поисковые система «Яндекс», «Google»;
5. ЭБС znanium.com;
6. ЭБС «biblio-online.ru».

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерная техника с подключением к сети «Интернет», экран, проектор для вывода мультимедиа материалов на экран, динамики для воспроизведения звука, доска.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика», профиль «Прикладная информатика в экономике».

Автор (ы)

к.э.н., доцент

Н.В. Шестерикова

Рецензент (ы):

к.э.н, ст. специалист отдела

электронных платежей

департамента информатизации

ПАО «НБД – банк»

А.Н. Визгунов

Заведующий кафедрой ИТИМЭ

д.э.н., профессор

Ю.В. Трифонов

Программа одобрена решением президиума Ученого совета ННГУ им. Н.И. Лобачевского, протокол от 14 декабря 2021 г. № 4