

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
30.11.2022г. №13

Рабочая программа дисциплины

**Теория вероятностей и математическая
статистика**

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
090303 Прикладная информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная информатика в информационной сфере

Форма обучения
очная

Нижегород
2022

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.08 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)\

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.	<i>Знать основные понятия и методы теории вероятностей, в частности, требования к выбору элементарных исходов случайного эксперимента, различные подходы к определению вероятности, классификацию случайных событий и операции над ними.</i> <i>Знать основные вероятностные свойства одномерных и многомерных случайных величин, в частности, классификацию случайных величин, способы задания закона распределения вероятностей случайных величин, некоторые виды распределений дискретных и непрерывных случайных величин.</i> <i>Знать числовые характеристики случайных величин и свойства этих характеристик.</i> <i>Знать способы представления выборки (результатов повторных независимых наблюдений над случайными величинами) и выборочные (эмпирические) характеристики.</i> <i>Знать методы оценивания (по выборке) неизвестных законов распределения и методы точечного оценивания неизвестных параметров распределения.</i>	Собеседование Контрольные работы

	ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь формулировать содержательные проблемы в форме вероятностных или статистических задач, строить вероятностные модели простых случайных экспериментов, находить вероятностные характеристики случайных величин. Уметь по повторной выборке находить эмпирические характеристики и несмещенные оценки некоторых числовых характеристик случайной величины.	Задачи Контрольные работы
	ОПК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владеть методами вычисления вероятностей случайных событий с использованием классического и геометрического определений вероятности. Владеть техникой вычисления вероятностей сложных событий с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и формулы Байеса. Владеть методами вычисления основных вероятностных характеристик случайных величин. Владеть методами точечного оценивания неизвестных параметров распределений случайных величин	Задачи Контрольные работы

3. Структура и содержание дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	8 ЗЕТ
Часов по учебному плану	288
в том числе	
контактная работа:	131
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа	64
- текущий контроль (КСР)	3
самостоятельная работа	121
Промежуточная аттестация – зачет, экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем	Всего	в том числе
--------------------------------------------------	-------	-------------

дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	(часы)	контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа студента
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Лабораторные	Всего контактных часов	
Семестр 3						
Основные понятия теории вероятностей. Стохастические эксперименты. Пространство элементарных исходов. Случайные события и операции над ними. Статистическое определение вероятности. Дискретные вероятностные модели. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Задача Бюффона. Алгебры и σ - алгебры. Аксиомы теории вероятностей. Вероятностные пространства. Свойства вероятности. Условные вероятности и их свойства. Обобщенная теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Попарная независимость событий. Независимость в совокупности. Последовательности испытаний. Схема Бернулли. Теорема Пуассона для схемы Бернулли. Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа.	72	16	16	0	32	40
Одномерные случайные величины. Одномерные случайные величины и одномерные функции распределения. Классификация одномерных случайных величин. Дискретные случайные величины. Абсолютно непрерывные случайные величины. Некоторые виды распределений дискретных случайных величин (биномиальное, гипергеометрическое, геометрическое, распределение Пуассона). Некоторые виды распределений непрерывных случайных величин (равномерное, показательное, нормальное). Функции одного случайного аргумента. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Мода, квантиль, медиана, моменты высших порядков, асимметрия, эксцесс.	71	16	16	0	32	39
Текущий контроль	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого за семестр	144	32	32		65	79
Семестр 4						
Многомерные случайные величины. Системы случайных величин. Многомерные функции распределения. Определение независимости случайных величин. Критерий независимости для дискретных случайных величин. Критерий независимости для абсолютно непрерывных случайных величин. Математическое ожидание функции от нескольких случайных аргументов и его свойства. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Условные законы распределения двумерных дискретных случайных величин.	46	17	19	0	36	10

Условные законы распределения двумерных непрерывных случайных величин. Условное математическое ожидание.						
Предельные теоремы теории вероятностей. Последовательности случайных величин. Различные виды сходимости последовательностей случайных величин: сходимость по вероятности, сходимость с вероятностью 1 (сходимость почти наверное), сходимость в среднем, сходимость в среднеквадратическом смысле, сходимость по распределению (слабая сходимость). Закон больших чисел для последовательности независимых случайных величин. Центральная предельная теорема для последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин.	10	2	0	0	2	8
Элементы теории случайных процессов. Определение случайного процесса. Конечномерные функции распределения. Классификация случайных процессов. Стационарные случайные процессы. Эргодические случайные процессы.	10	2	0	0	2	8
Предмет и основные задачи математической статистики. Предмет математической статистики и ее связь с теорией вероятностей. Задачи математической статистики. Выборка. Способы представления выборки (вариационный ряд, статистический ряд, таблица частот группированной выборки). Статистические (эмпирические) законы распределения (эмпирическая функция распределения, гистограмма относительных частот группированной выборки, полигон относительных частот) и выборочные числовые характеристики. Задачи оценивания неизвестных законов распределения случайных величин.	21	6	7	0	13	8
Задачи точечного оценивания неизвестных параметров распределений. Основные определения и общая постановка задачи точечного оценивания. Свойства точечных оценок (несмещенность, эффективность, состоятельность). Оценка математического ожидания случайной величины, эффективная в классе линейных несмещенных оценок. Несмещенная оценка вероятности случайного события. Задача оценивания функции распределения случайной величины как задача точечного оценивания неизвестных параметров. Несмещенная оценка дисперсии случайной величины при известном и неизвестном математическом ожидании. Метод моментов.	19	5	6	0	11	8
текущий контроль	2				2	
Промежуточная аттестация экзамен	36					
Итого за семестр	144	32	32		66	42
Итого за два семестра	288	64	64		131	121

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет, экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся реализуется в следующих формах: выполнение домашних практических заданий по дисциплине; самостоятельное доказательство ряда утверждений, сформулированных в лекциях; самостоятельное изучение некоторых теоретических вопросов. Самостоятельная работа контролируется преподавателем, как во время аудиторных занятий, так и во время внеаудиторной работы

(осуществляется выборочная проверка домашних работ после каждого практического занятия). При выполнении студентами домашних, самостоятельных и контрольных работ, используются приведенные в списке литературы (раздел 7) учебники, учебно-методические пособия и практикумы.

В течение всего периода изучения «Теории вероятностей и математической статистики» студенты решают указанные преподавателем задачи из учебно-методического пособия или практикума, соответствующего теме изучаемого раздела дисциплины. Самостоятельное изучение ряда теоретических материалов осуществляется с использованием учебной литературы

На последних практических занятиях каждого семестра студенты решают итоговую контрольную работу. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
---------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы (оценка компетенции ОПК-1) для третьего семестра

1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных исходов.
2. Случайные события и операции над ними.
3. Алгебры и σ -алгебры. Измеримые пространства.
4. Статистическое определение вероятности.
5. Дискретная вероятностная модель. Определение вероятности в рамках дискретной вероятностной модели.
6. Классическое определение вероятности.
7. Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече двух лиц.
8. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
9. Основные свойства вероятностей.
10. Условные вероятности и их свойства.
11. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
12. Независимые случайные события.
13. Формула полной вероятности и формула Байеса.
14. Последовательности независимых испытаний. Схема Бернулли.
15. Случайная величина. Функция распределения случайной величины, ее свойства.
16. Дискретная случайная величина. Ряд распределения дискретной случайной величины.
17. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей, ее свойства.
18. Распределение функций от одного случайного аргумента.
19. Математическое ожидание случайной величины, его свойства.
20. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Среднеквадратическое отклонение.
21. Биномиальное и геометрическое распределения вероятностей. Распределение Пуассона. Гипергеометрическое распределение.
22. Равномерное и нормальное распределения вероятностей.
23. Числовые характеристики случайной величины: моменты, коэффициент асимметрии, эксцесс, медиана, мода, квантиль.

5.2.2. Контрольные вопросы (оценка компетенции ОПК-1) для четвертого семестра

1. Многомерные случайные величины. Совместная функция распределения, ее свойства. Частные функции распределения.
2. Многомерные непрерывные случайные величины. Совместная плотность распределения, ее свойства. Частные плотности распределения.
3. Многомерные дискретные случайные величины. Ряд распределения двумерной дискретной случайной величины.
4. Зависимые и независимые случайные величины.
5. Функции от случайных аргументов. Числовые характеристики функций от случайных аргументов.
6. Условные распределения двумерных дискретных случайных величин.
7. Условные распределения непрерывных случайных величин.
8. Коэффициенты ковариации и корреляции двух случайных величин, их свойства.
9. Числовые характеристики многомерной случайной величины: математическое ожидание, матрица ковариации, условное математическое ожидание.
10. Случайные последовательности. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, с вероятностью 1, по распределению.
11. Закон больших чисел, центральная предельная теорема (в простейших формах).
12. Выборка. Способы представления выборки. Эмпирические характеристики. Теорема Гливенко.

13. Задача точечного оценивания неизвестных параметров распределений. Свойства оценок (несмещенность, эффективность, состоятельность). Оценка математического ожидания случайной величины, эффективная в классе линейных несмещенных оценок.
14. Несмещенная оценка вероятности случайного события.
15. Оценка функции распределения случайной величины как задача точечной оценки неизвестных параметров.
16. Несмещенная оценка дисперсии случайной величины при известном и неизвестном математическом ожидании.
17. Несмещенная оценка k – го начального момента случайной величины. Метод моментов.

5.2.3. Примеры задач для оценки компетенций ОПК-1

a. В заданиях 1 - 5 рассматриваются некоторые случайные эксперименты. Для каждого из них нужно построить пространство элементарных исходов Ω и описать указанные случайные события как подмножества Ω .

1. Из колоды карт в 32 листа наудачу выбираются две карты (прикуп при игре в преферанс). Событие $A = \{\text{обе карты - тузы}\}$.
2. При наборе телефонного номера абонент забыл две последние цифры и набирает их наудачу, помня только, что они нечетные и разные. Событие $A = \{\text{номер набран верно}\}$.
3. Из шестизначных телефонных номеров, не содержащих одинаковых цифр, наудачу выбирается один. Событие $A = \{\text{цифры номера следуют в порядке возрастания}\}$.
4. Три игральные кости подбрасываются один раз. События: $A = \{\text{сумма очков, выпавших на верхних гранях костей, равна 12}\}$; $B = \{\text{на первой кости выпало четное число очков}\}$; $C = \{\text{на всех костях выпало одинаковое число очков}\}$.
5. Три пронумерованных шара раскладываются наудачу по трем ящикам. В каждый ящик может поместиться любое число шаров. События: $A = \{\text{все шары попадут в один ящик}\}$; $B = \{\text{в первый ящик попадут два шара}\}$; $C = \{\text{в каждый ящик попадет по одному шару}\}$.

b. В задачах 1 – 6: A, B, C, D – случайные события. Используя определения операций над событиями и свойства этих операций, определить, верны или нет указанные равенства.

Задача 1.

$$AB \cup CD = (\bar{A} \cup \bar{B})(\bar{C} \cup \bar{D});$$

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C);$$

Задача 2.

$$\overline{A \setminus B} = A \setminus B;$$

$$(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C);$$

Задача 3.

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup C;$$

$$(A \setminus B)(C \setminus D) = AC \setminus BD;$$

Задача 4.

$$(A \cup B)(A \cup C)(B \cup C) = AB \cup AC \cup BC;$$

$$(A \setminus B)(C \setminus D) = AC \setminus (B \cup D);$$

Задача 5.

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup AC;$$

$$(A \cup B) \setminus B = A \setminus B;$$

Задача 6.

A, B, C – случайные события. Упростить выражения

$$a) A \cup AB; \quad b) (A \setminus C)(B \setminus C); \quad c) (A \setminus C)(B \setminus \bar{C}); \quad d) (A \cup B)(A \cup \bar{B});$$

$$e) (A \cup B)(\bar{A} \cup B)(A \cup \bar{B}).$$

с. Время решения контрольной задачи (в секундах) случайно выбранными учениками четвертого класса представлено в виде следующей выборки

38, 60, 41, 51, 33, 42, 45, 21, 53, 60,
68, 52, 47, 46, 49, 49, 14, 57, 54, 59,
77, 47, 28, 48, 58, 32, 42, 58, 61, 30,
61, 35, 47, 72, 41, 45, 44, 35, 30, 40,
67, 65, 39, 48, 43, 62, 54, 42, 59, 50.

Произвести группирование выборки и представить ее в виде группированного статистического ряда (статистического ряда группированной выборки). Построить эмпирическую функцию распределения, полигон относительных частот группированной выборки и гистограмму относительных частот группированной выборки. Вычислить выборочное математическое ожидание.

d. Пусть x_1, x_2, \dots, x_n – результаты n повторных независимых наблюдений над случайной величиной ξ , распределенной по закону Пуассона с неизвестным параметром λ ($\lambda > 0$). Для оценки λ выбрали следующие функции от результатов наблюдений:

$$a) \lambda_n(x_1, \dots, x_n) = 2x_1 - x_2; \quad b) \lambda_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i;$$

$$c) \lambda_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \right)^2.$$

Требуется определить, являются ли соответствующие оценки несмещенными.

e. Случайная величина ξ – число семян сорняков в пробе зерна – распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ ($\lambda > 0$), то есть

$\xi \in \{0, 1, 2, \dots\}$, $P\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Было взято $n=1000$ независимых проб зерна. Распределение семян сорняков в этих пробах представлено в виде следующего статистического ряда:

$x_i:$	0	1	2	3	4	5	6
$n_i:$	405	366	175	40	8	4	2

Найти значение оценки неизвестного параметра распределения Пуассона с использованием метода моментов.

5.2.4. Варианты контрольных работ для оценки компетенций ОПК-1

Контрольная работа 1.

Вариант 1.

1. Имеется 5 карточек, на которых написана одна из букв: о,п,р,с,т. Карточки случайным образом располагаются в ряд. Найти вероятности следующих событий: $A=\{\text{получится слово «спорт»}\}$; $B=\{\text{на первом месте окажется буква «с», а на последнем – буква «т»}\}$.
2. На сборку телевизоров поступают микросхемы от двух поставщиков: 60% от первого и 40% от второго. Брак микросхем первого поставщика составляет 3%, а второго – 2%. Какова вероятность того, взятая наудачу микросхема окажется бракованной?
3. Стрелок ведет стрельбу по мишени до первого попадания, имея боезапас из 4-х патронов. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,6. Построить ряд и функцию распределения случайной величины ξ - числа израсходованных патронов. Найти $P\{1 \leq \xi < 3\}$

Вариант 2.

1. В лотерее 10 билетов, среди которых половина выигрышных. Участник лотереи покупает 4 билета. Найти вероятность того, что среди купленных билетов а) будет хотя бы один выигрышный; б) будет ровно три выигрышных.
2. Имеется 3 альбома, в каждом из которых находится по 10 фотографий. При этом в первом 4 фотографии цветные, во втором – 3 и в третьем – 5. Из наудачу выбранного альбома взяли две фотографии: обе они оказались цветными. Найти вероятность того, что они были выбраны из третьего альбома.
3. В урне находятся 6 шаров, пронумерованных от 1 до 6. Из урны случайным образом, без возвращения, последовательно один за другим извлекаются шары до тех пор, пока не появится шар с четным номером. Построить ряд и функцию распределения случайной величины ξ - числа извлеченных шаров. Найти $P\{2 \leq \xi < 4\}$.

Вариант 3.

1. Из цифр 1,2,3,4,5 случайным образом составляется вектор длины 4. Найти вероятности следующих событий: $A=\{\text{все цифры в полученном векторе будут разными}\}$; $B=\{\text{на первом и последнем местах будут стоять одинаковые цифры}\}$.
2. В упаковке 10 радиоламп. Среди них может быть равновозможно либо 1 бракованная, либо 2, либо 3. Из упаковки взяли две радиолампы: обе оказались качественными. Найти вероятность того, что в упаковке была одна бракованная деталь.
3. В урне 6 шаров: 2 белых и 4 красных. Шары берут по одному, последовательно, без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Построить ряд и функцию распределения случайной величины ξ - числа извлеченных шаров. Найти $P\{1 \leq \xi < 3\}$.

Контрольная работа 2.

Вариант 1.

- 1.1. Ряд распределения с. в. ξ имеет вид

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1

Требуется: а) найти функцию распределения и начертить ее график; б) найти $P(|\xi| \leq 1)$, математическое ожидание и дисперсию ξ .

1.2. Плотность распределения с.в. ξ имеет вид $f_{\xi}(x) = \begin{cases} a(x-1)^2, & x \in [1,5] \\ 0, & x \notin [1,5] \end{cases}$. Найти

константу a , функцию распределения ξ , $P(3 \leq \xi < 4)$, математическое ожидание и дисперсию ξ .

1.3. Дискретная с. в. ξ имеет ряд распределения

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Построить ряд распределения с.в. $\eta = \xi^2 + 2$.

Вариант 2.

2.1. С.в. ξ имеет ряд распределения

ξ	-3	0	1	2
p	$2p$	$7p^2$	p	$3p$

Найти: а) константу p , математическое ожидание и дисперсию ξ ; б) функцию распределения и начертить ее график.

2.2. Плотность распределения с.в. ξ имеет вид $f_{\xi}(x) = \begin{cases} A \sin x, & x \in [0, \pi] \\ 0, & x \notin [0, \pi] \end{cases}$. Найти A ,

$F_{\xi}(x)$, $P(0 \leq \xi \leq \frac{\pi}{4})$ и математическое ожидание ξ .

2.3 Дискретная с. в. ξ имеет ряд распределения

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Построить ряд распределения с.в. $\eta = |\xi|$.

Вариант 3.

3.1. С.в. ξ имеет ряд распределения

ξ	0	1	2	3
p	0,2	0,1	p	0,3

Найти: а) константу p , математическое ожидание и дисперсию ξ ; б) функцию распределения и начертить ее график.

3.2. С.в. ξ подчинена показательному закону распределения с параметром λ :

$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \end{cases}$, $\lambda > 0$. Найти $F_{\xi}(x)$, $P(\xi < \lambda^{-1})$ и математическое ожидание ξ .

3.3. Дискретная с. в. ξ имеет ряд распределения

ξ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
p	0,1	0,3	0,1	0,2	0,3

Найти ряд распределения с.в. $\eta = \cos \xi$.

Вариант 4.

4.1. Из урны, содержащей 3 белых и 6 черных шаров, случайным образом и без возвращения извлекаются 2 шара. С.в. ξ - число белых шаров в выборке. Построить ряд распределения и ф.р. этой с.в. Найти $P(1 \leq \xi < 3)$.

4.2. Плотность распределения с.в. ξ определяется формулой

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [1,2] \\ x-1/2, & x \in [1,2] \end{cases}.$$

Найти функцию распределения $F_{\xi}(x)$ и построить ее график. Вычислить математическое ожидание и дисперсию ξ .

4.3. Закон распределения дискретной с. в. ξ имеет вид $P(\xi = k) = \frac{1}{2n+1}$, $k = 0, \pm 1, \dots, \pm n$ (n – натуральное число). Найти закон распределения с.в. η , если $\eta = |\xi|$. Вычислить математическое ожидание и дисперсию ξ .

Контрольная работа 3.

Вариант 1.

1. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет плотность распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} c(xy + y^2), & 0 \leq x, y \leq 2 \\ 0, & x, y - \text{другие} \end{cases}.$$

Найти константу c и частную плотность распределения случайной величины $\xi_1(\omega)$.

2. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет ряд распределения

$y_j \setminus x_i$	0	2	4
1	0,1	0,15	0,2
3	0,2	0,25	0,1

Найти: а) частные ряды распределений; б) условное распределение $\xi_1(\omega)$ при условии, что $\xi_2(\omega) = 3$; в) $\text{cov}(\xi_1, \xi_2)$.

3. Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ независимы, причем $\xi_1(\omega)$ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным 1 и дисперсией, равной 4, а $\xi_2(\omega)$ имеет равномерное распределение на отрезке $[0,2]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\eta(\omega)$, если: а) $\eta(\omega) = \xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$; б) $\eta(\omega) = \xi_1(\omega) \cdot \xi_2(\omega)$; в) $\eta(\omega) = \xi_1^2(\omega) - \xi_2^2(\omega)$.

Вариант 2.

1. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет плотность распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda(x+y)}, & x, y > 0 \\ 0 & , \quad x, y - \text{другие} \end{cases}, \quad \lambda > 0. \quad \text{Найти } f_1(x) - \text{плотность распределения}$$

$\xi_1(\omega)$.

2. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет ряд распределения

$y_j \setminus x_i$	1	2
1	0,1	0,3
2	0,3	0,3

Найти: 1) частные ряды распределений и условное распределение $\xi_1(\omega)$ при условии, что $\xi_2(\omega) = 1$; 2) $\text{cov}(\xi_1, \xi_2)$.

3. Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ независимы, причем $\xi_1(\omega)$ имеет равномерное распределение на отрезке $[-2, 0]$, а $\xi_2(\omega)$ имеет равномерное распределение на отрезке $[0, 2]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\eta(\omega)$, если:

a) $\eta(\omega) = \xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$; b) $\eta(\omega) = \xi_1(\omega) \cdot \xi_2(\omega)$; c) $\eta(\omega) = \xi_1^2(\omega) - \xi_2^2(\omega)$. Найти дисперсию $\eta(\omega) = \xi_1(\omega) + \xi_2(\omega)$.

Вариант 3.

1. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет плотность распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} 4e^{-2(x+y)}, & x, y > 0 \\ 0 & , \quad x, y - \text{другие} \end{cases} \dots \text{Определить, являются ли случайные величины } \xi_1(\omega) \text{ и } \xi_2(\omega) \text{ независимыми.}$$

2. Двумерная случайная величина $\xi(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$ имеет ряд распределения

$y_j \setminus x_i$	2	4
2	0,15	0,3
5	0,35	0,2

Найти: 1) частные ряды распределений и условное распределение $\xi_1(\omega)$ при условии, что $\xi_2(\omega) = 5$; 2) $\text{cov}(\xi_1, \xi_2)$.

3. Случайные величины $\xi_1(\omega)$ и $\xi_2(\omega)$ независимы, причем математическое ожидание и дисперсия $\xi_1(\omega)$ равны соответственно $2/3$ и $1/18$, а математическое ожидание и дисперсия $\xi_2(\omega)$ равны 1 и $1/2$. Найти математическое ожидание случайной величины η ,

если: а) $\eta = \xi_1 + \xi_2$; б) $\eta = \xi_1 \cdot \xi_2$; в) $\eta = 2\xi_1 \cdot \xi_2 - 3\xi_1^2 + \xi_2^2 - 1$. Найти дисперсию $\eta = 3\xi_1 - 6\xi_2 + 1$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — М.: Высшая школа. 2006. - 368 с. (90 экз.)
2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 608с. (196 экз.)
3. Федоткин М.А. Лекции по анализу случайных явлений. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 404 с. (166 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. — М.: Наука, 1989. — 317с. (595 экз.)
2. Задачи оценивания неизвестных параметров распределений/ Сост. Сморгалова В.М. — Н.Новгород: ННГУ, 2015. — 51с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Регистр. номер 982.15.08 Режим доступа http://www.unn.ru/books/met_files/Smorkalova.pdf
3. Задачи проверки статистических гипотез/ Сост. Сморгалова В.М. — Н.Новгород: ННГУ, 2015. — 23с. Фонд электронных образовательных ресурсов ННГУ. Регистр. номер 1017.15.08 Режим доступа http://www.unn.ru/books/met_files/Smorkalova1.pdf
4. Шильман С.В., Конышева В.М. Курс теории вероятностей: Уч. пособие. — Н.Новгород: ННГУ, 1998. — 154с. (129 экз.)
5. Ширяев А.Н. Вероятность: Уч. пос. для вузов - М.: Наука, 1989. - 640 с. (92 экз.)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика».

Автор _____ Пройдакова Е.В.

Рецензент профессор _____ Федосенко Ю.С,

Заведующий кафедрой _____ Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

07.12.2022 протокол №4