

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика и теория графов

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

15.03.03 - Прикладная механика

Направленность образовательной программы

Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.29 Дискретная математика и теория графов относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе. УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов	УК-1.1: Знать принцип сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе УК-1.2: Уметь соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Владеть навыками работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ проведения работ с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.2: Демонстрирует умение применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического	ОПК-1.1: Знать основы проведения работ с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.2: Уметь применять естественнонаучные и инженерные знания,	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

	анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.3: Владеет методикой проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.3: Владеет навыками проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.		
--	---	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Множества.	12	4	4	8	4
Бинарные отношения.	12	4	4	8	4

Функциональные отношения.	6	2	2	4	2
Комбинаторика.	34	10	10	20	14
Графы	42	12	12	24	18
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Множества. Операции над множествами, их свойства. Диаграммы Венна. Прямое (декартово) произведение множеств. Множество слов в конечном алфавите.
2. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности, теорема о факторизации. Отношение порядка, максимальный и минимальный элементы упорядоченного множества. Линейный и частичный, лексикографический порядки. Диаграмма Хассе.
3. Функциональные отношения. Инъекция, сюръекция, биекция. Количественное сравнение бесконечных множеств. Счетные множества. Теорема Кантора о существовании несчетных множеств. Множества мощности континуум.
4. Комбинаторика.
Правила равенства, суммы и произведения, принцип последовательного выбора. Перестановки. Размещения и сочетания с повторениями и без повторений. Их число. Бином Ньютона и треугольник Паскаля.
Упорядоченные разбиения с заданной спецификацией. Полиномиальная теорема. Принцип включения-исключения. Неупорядоченные разбиения. Количество сюръективных отображений. Число беспорядков. Линейные рекуррентные уравнения первого и второго порядка. Алгоритм их решения.
5. Графы. Начальные понятия теории графов. Понятие графа. Типы графов. Способы задания. Подграфы. Пути и циклы. Связность, компоненты, шарниры, перешейки. Перечисление графов. Число помеченных графов. .
Изоморфизм, инварианты. Расстояния и метрические характеристики графов. Вычисление расстояний, эксцентриситетов вершин, радиуса, диаметра, центра графа. Важнейшие классы графов. Деревья, их свойства.
Корневые деревья. Код Прюфера. Двудольные графы, теорема Кенига. Планарные графы, формула Эйлера, критерии планарности. Циклы. Эйлеровы циклы. Критерий существования. Алгоритм построения.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

"Дискретная математика", <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1683>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Задано универсальное множество $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и в нем подмножества $A = \{x | x \leq 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 6\}$, $D = \{1, 2, 6, 7\}$. Найдите множества: $A \otimes B \bar{C} D$; $C \bar{A} \times (D - B)$; $2^{A \cap C} - 2^{\bar{B}}$.
2. Дано отношение R на множестве A . Определите, является ли оно симметричным, антисимметричным, транзитивным, отношением эквивалентности, отношением порядка. Для отношения эквивалентности найдите классы эквивалентности, для отношения порядка – минимальные и максимальные элементы.

$$xRy \Leftrightarrow |x - y|(x - 3)(y - 8) \geq 0;$$

а) $A = \{0, 1, 2, 9, 10\}$;
б) $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Дано множество U из 7 элементов. Каким числом способов в нем можно выбрать три подмножества A, B, C так, чтобы выполнялись заданные условия:
 $|A - B| = 1$, $|B - (A \cup C)| = 4$?
2. Сколькими способами можно переставить буквы слова: «здание», чтобы гласные шли в алфавитном порядке?

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Приведены правильные решения большинства задач без существенных ошибок
не зачтено	Задачи не решены или в решении большинства задач допущены грубые ошибки

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Множества. Способы их задания. Принадлежность и включение. Теоретико-множественные операции.
2. Основные тождества алгебры множеств. Способы доказательства тождеств.
3. Булеан. Теорема о числе подмножеств конечного множества
4. Декартово произведение множеств. Мощность декартова произведения. Декартова степень.
5. Понятие графа, Типы графов. Обыкновенные графы. Смежность вершин. Способы задания графа.
6. Понятия подграфа, остовного и порожденного подграфов.
7. Изоморфизм графов. Инварианты. Помеченные и непомеченные графы. Число помеченных графов.
8. Пути и циклы в графах, их свойства. Теорема о существовании цикла.
9. Связность. Теорема о числе ребер в связном графе.
10. Расстояния в графах. Эксцентриситет вершины. Метрические характеристики графов: радиус, диаметр, центр.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Бинарные отношения между двумя множествами и на одном множестве. Способы их задания. Типы бинарных отношений. Операции с бинарными отношениями.
2. Отношения эквивалентности. Теорема о факторизации.
3. Отношения порядка. Диаграмма Хассе. Максимальный и минимальный, наибольший и наименьший элементы.
4. Функциональные отношения (отображения). Инъективные, сюръективные, биективные функции.
5. Основные правила комбинаторики. Правила равенства, суммы и произведения. Принцип последовательного выбора.
6. Перестановки, размещения. Число перестановок и размещений.
7. Сочетания. Число сочетаний. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты и их свойства.
8. Теорема о количестве упорядоченных разбиений множества на k частей, среди которых могут быть пустые части.
9. Упорядоченные разбиения множества с заданной спецификацией и их число. Полиномиальная теорема.
10. Мультимножества. Сочетания с повторениями. Число сочетаний с повторениями.
11. Принцип включений и исключений.
12. Рекуррентные соотношения. Линейные рекуррентные соотношения 1 порядка.
13. Рекуррентные соотношения. Линейные рекуррентные соотношения 2 порядка.
14. Деревья, их число. Центр дерева. Код Прюфера.
15. Двудольные графы. Теорема Кёнига.
16. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности.
17. Эйлеровы циклы и пути. Алгоритм построения эйлеровых циклов.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Известно, что $|B| = 6$, $|A \cap C| = 5$, $|A \cap B \cap C| = 2$.
Найти $|(A \cap (B \otimes C)) \cup (B - A)|$.
2. Даны множество A и его подмножества B и C , причем $|A - (B \cap C)| = 8$, $|B| = 5$,
 $|C - B| = 1$, $|B \cap C| = 3$. Сколько имеется таких подмножеств $X \subseteq A$, что
 $|X - (B \cup C)| = 2$, $|X \cap (B - C)| = 2$?
3. Число подграфов графа $K_{3,5}$, изоморфных графу C_4 .

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Число отношений эквивалентности на множестве из 6 элементов, имеющих ровно 4 класса эквивалентности.
2. Число слов длины 9 в алфавите $\{a, b, c, d\}$, в которые буква a входит 5 раз, а буква b 1 раз?
3. В дереве имеется 48 вершин степени 6, а остальные вершины – листья. Сколько в нем ребер?

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Алексеев Владимир Евгеньевич. Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Алексеев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 139 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0>.
2. Алексеев Владимир Евгеньевич. Сборник задач по дискретной математике : задачник для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 010300 "Фундам. информатика и информ. технологии", 010400 "Приклад. математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : [б. и.], 2012 (Тип. ННГУ). - 80 с. - 26.00., 50 экз.
3. Сборник задач по дискретной математике : практикум. Ч. 2 / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова, Д. Б. Мокеев, Т. Г. Смирнова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2023. - 46 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=877236&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Яблонский Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учеб. пособие для

студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - Изд. 5-е, стер. - М. : Высшая школа, 2008. - 384 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005943-4 : 574.00., 2 экз.

2. Гаврилов Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. - 3-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 416 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0477-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665717&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=1683>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Захарова Дарья Владимировна.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.