

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
от 14.12.2021 г. протокол № 4

**Рабочая программа дисциплины**

Динамика и устойчивость упругих механических систем

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и вычислительная математика

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород  
2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.В.01.02«Динамика и устойчивость упругих механических систем» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.01.02«Динамика и устойчивость упругих механических систем» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-3.</b> Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>ПК-3.1. Знает</b> методы сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Знает</b> основные понятия и правила в области распределенных упругих механических систем.	<i>Экзамен</i>
	<b>ПК-3.2. Умеет</b> собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Умеет</b> использовать на практике математический аппарат и современные программные комплексы для описания динамики механических моделей, исследования их на устойчивость.	<i>Расчетно-графическая работа, экзамен</i>

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
	<b>ПК-3.3. Имеет практический опыт</b> сбора и обработки данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	<b>Владеет навыками</b> использования на практике аппарата современной теории распределенных упругих механических систем для математического и численного моделирования различных физических процессов.	<i>Расчетно-графическая работа, экзамен</i>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 з.е.</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- КСР	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				СР <sup>1</sup> , часы
		из них				
		ЗЛеТ <sup>2</sup>	ЗСеТ <sup>3</sup>	ЗЛаТ <sup>4</sup>	Всего	
Введение.	8	2	2		4	4
Изгибные колебания стержня.	12	4	4		8	4
Проблема собственных значений.	24	8	8		16	8
Приближенные методы решения проблемы собственных значений.	20	6	6		12	8
Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости распределенных механических систем	20	6	6		12	8
Классификация и виды потери устойчивости.	12	4	4		8	4

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				СР <sup>1</sup> , часы
		из них				
		ЗЛеТ <sup>2</sup>	ЗСеТ <sup>3</sup>	ЗЛаТ <sup>4</sup>	Всего	
Обзор курса	10	2	2		4	6
Итого	106	32	32		64	42
<sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося.						
<sup>2</sup> Занятия лекционного типа.						
<sup>3</sup> Занятия семинарского типа.						
<sup>4</sup> Занятия лабораторного типа.						
КСР				2		
Экзамен				36		

#### **Краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля)**

1. Введение. Математическое моделирование упругих распределенных систем.
2. Изгибные колебания стержня. Вывод уравнения изгибных колебаний стержня. Матрично-операторная форма колебаний. Альтернативные, геометрические и физические краевые условия.
3. Проблема собственных значений. Постановка проблемы собственных значений, зависимость решения от свойств операторов. Связь проблемы собственных значений с проблемой устойчивости. Формула Релея. Постановка и решение проблемы собственных значений для консольно закрепленного и шарнирно закрепленного стержня.
4. Приближенные методы решения проблемы собственных значений. Метод Ритца. Метод Бубнова-Галеркина.
5. Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости распределенных механических систем. Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости распределенных упругих моделей в зависимости от граничных условий.
6. Классификация и виды потери устойчивости. Динамическая и статическая потеря устойчивости. Консервативная и не консервативная потеря устойчивости.
7. Обзор курса. Подготовка к промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### **5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), расчетно-графических работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		<u>Знания</u>	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>
<b>плохо</b>	<b>не зачтено</b>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
<b>неудовлетворительно</b>		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
<b>удовлетворительно</b>	<b>зачтено</b>	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
<b>хорошо</b>		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
<b>очень хорошо</b>		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>отлично</b>		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>превосходно</b>		Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

#### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачт	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

Оценка		Уровень подготовки
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы на экзамен

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Вывод уравнений изгибных колебаний стержня. Альтернативные, геометрические и физические краевые условия в случае изгибных колебаний стержня.	ПК-3
2. Матрично-операторная форма уравнений колебаний распределенных систем. Пример для изгибных колебаний стержня.	ПК-3
3. Примеры матрично-операторной формы уравнений.	ПК-3
4. Проблема собственных значений. Постановка, зависимость решения от свойств операторов.	ПК-3
5. Постановка и решение проблемы собственных значений для шарнирно закрепленного стержня.	ПК-3
6. Постановка и решение проблемы собственных значений для консольного стержня.	ПК-3
7. Связь проблемы собственных значений с проблемой устойчивости. Формула Релея.	ПК-3
8. Приближенные методы решения проблемы собственных значений. Метод Ритца.	ПК-3
9. Приближенные методы решения проблемы собственных значений. Метод Бубнова-Галеркина.	ПК-3
10. Устойчивость и поведение вблизи границы устойчивости шарнирно закрепленного стержня при продольном сжатии.	ПК-3
11. Устойчивость консольно закрепленного стержня. Исследование методом Бубнова-Галеркина.	ПК-3
12. Устойчивость консольно закрепленного стержня. Исследование с использованием полиномов.	ПК-3
13. Схема и результаты точного исследования решения задачи об устойчивости консольного стержня.	ПК-3

Вопросы	Код формируемой компетенции
14. Устойчивость шарнирно закрепленного стержня на упругом основании.	ПК-3
15. О статической и динамической потере устойчивости. О консервативной и неконсервативной потере устойчивости. Физический и математический смысл. Примеры.	ПК-3

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-3

1. Написать уравнение продольных колебаний стержня в матричной форме, у которого один конец закреплен шарнирно, а другой свободен.
2. Написать уравнение продольных колебаний стержня, у которого оба конца закреплены шарнирно. Проверить операторы на самосопряженность.
3. Записать в матричной форме колебания струны.

### 5.2.3. Пример задания для расчетно-графической работы

Уравнение поперечных колебаний стержня имеет вид:

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0,$$

где  $EI$  – изгибная жесткость стержня,  $m$  – распределенная масса,  $P$  – сжимающая нагрузка.

1. Проверить операторы задачи на самосопряженность в случае, когда оба конца стержня жестко закреплены:  $y(x,t)|_{x=0} = y(x,t)|_{x=l} = 0$ ,  $\frac{dy(x,t)}{dx}|_{x=0} = \frac{dy(x,t)}{dx}|_{x=l} = 0$  ( $l$  – длина стержня).

2. При отсутствии сжимающей нагрузки поставить задачу проблемы нахождения собственных значений и собственных форм деформации. Найти первые три собственных значения и соответствующие им формы деформации.

Найти первые три формы деформации в полиномиальном виде из условий согласования с граничными условиями и условиями ортонормированности форм и построить их график. Провести сравнительный анализ этих форм с формами, полученными из задачи на проблему собственных значений, используя метод среднего квадратичного отклонения в  $n$  узловых точках ( $n=1000$ ).

Для наглядности соответствующие формы деформации, полученные разными подходами, должны быть изображены на одном графике.

3. Найти критическое значение сжимающей нагрузки, при которой происходит потеря устойчивости.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

№	а) основная литература:	К-во <sup>1</sup>
1.	Смирнов Л.В., Капитанов Д.В. Динамика упругого сжатого стержня при потере устойчивости: Учебно-методическое пособие. – Н. Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 20 с. ( <a href="http://www.unn.ru/books/met_files/dynamic.doc">http://www.unn.ru/books/met_files/dynamic.doc</a> )	Э
2.	Элементы теории колебаний: Учеб. пособие для вузов. – 2е изд., перераб. и доп. / В.Д. Горяченко – М.: Высш. шк., 2001. – 395с.	390 э
№	б) дополнительная литература:	К-во <sup>1</sup>
1.	Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. – М.: Э	Э

<sup>1</sup> Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э».

№	б) дополнительная литература:	К-во <sup>1</sup>
	Государственное издательство физико–математической литературы, 1961. – 340 с. ( <a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Bolotin1961ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Bolotin1961ru.djvu</a> )	
2.	Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем (2-е изд.). М.: Наука, 1967 ( <a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Volmir1967ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Volmir1967ru.djvu</a> )	Э

№	в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)	«Л» или «С» <sup>2</sup>
1.	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm</a>	С

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Автор(ы) \_\_\_\_\_ к.ф.-м.н., доцент  
Капитанов Д.В.

Рецензент(ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой  
теоретической, компьютерной и  
экспериментальной механики \_\_\_\_\_ д.ф.-м.н., профессор  
Игумнов Л.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 01.12.2021 года, протокол № 2.

<sup>2</sup> Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе.