

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Алгебра и аналитическая геометрия

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

10.05.02 - Информационная безопасность телекоммуникационных систем

---

Направленность образовательной программы

Системы подвижной цифровой защищенной связи

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Алгебра и аналитическая геометрия относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-3: Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;	ОПК-3.1: Знает: - основные положения теории пределов функций, теории рядов - основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных - основные понятия и методы теории вероятностей - основные функциональные и числовые характеристики распределений случайных величин, в том числе свойства производящих и характеристических функций - различные формы предельных теорем - основные понятия и задачи векторной алгебры и аналитической геометрии - основные свойства и методику изучения алгебраических структур - основные понятия и методы дискретной математики ОПК-3.2: Умеет: - определять возможности применения методов математического анализа - решать основные задачи на вычисление пределов функций, дифференцирование и интегрирование, на разложение функций в ряды - строить и изучать	ОПК-3.1: Знает основные понятия и теоремы векторной алгебры и аналитической геометрии.  ОПК-3.2: Умеет решать основные задачи линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии; работать с многочленами и матрицами; строить и изучать алгебраические и геометрические модели для решения расчетных и исследовательских задач.	Аудиторная контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Практическая задача

	<p>непрерывные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач - пользоваться расчетными формулами, таблицами при решении задач математического анализа - решать задачи на вычисление вероятностей в различных комбинаторных схемах - решать задачи на нахождение различных вероятностных характеристик типовых распределений - решать основные задачи линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии</p> <p>- оперировать с многочленами и матрицами в числовых и конечных полях</p> <p>- строить и изучать алгебраические и геометрические модели для решения расчетных и исследовательских задач - строить и изучать дискретные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач - применять методы дискретной математики для решения расчетных и исследовательских задач анализа дискретных систем</p>			
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>7</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>252</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	4
<b>самостоятельная работа</b>	<b>46</b>

Промежуточная аттестация	90 Экзамен
--------------------------	---------------

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	О Ф О	О Ф О	О Ф О	О Ф О	О Ф О
Тема 1. Векторная алгебра	28	10	12	22	6
Тема 2. Прямая и плоскость	31	12	12	24	7
Тема 3. Кривые и поверхности 2-го порядка	25	10	8	18	7
Тема 4. Матрицы и определители	13	5	3	8	5
Тема 5. Системы линейных уравнений	18	7	4	11	7
Тема 6. Линейные пространства	16	7	4	11	5
Тема 7. Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве	15	7	3	10	5
Тема 8. Квадратичные формы	12	6	2	8	4
Аттестация	90				
КСР	4				4
Итого	252	64	48	116	46

#### Содержание разделов и тем дисциплины

##### Тема 1. Векторная алгебра.

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость системы векторов.

Геометрический смысл линейной зависимости. Базисы на плоскости и в пространстве, разложение вектора по базису. Проекция вектора на ось. Ортонормированные базисы, их особенность.

Направляющие косинусы вектора. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведения, их свойства, выражение через координаты сомножителей. Условие ортогональности, коллинеарности, компланарности векторов. Система координат, координаты точки, преобразование системы координат.

##### Тема 2. Прямая и плоскость.

Способы задания линий на плоскости, линий и поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности. Прямая на плоскости. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое, с угловым коэффициентом, в отрезках, нормальное. Пучок прямых. Плоскость в пространстве. Различные формы уравнения плоскости: общее, в отрезках, нормальное. Пучок и связка плоскостей. Прямая в пространстве. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое. Переход от одного задания к другому. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве. Основные задачи на тему «Прямая и плоскость»: расстояние

от точки до плоскости и прямой, расстояние между прямыми, углы между прямыми и плоскостями, условие пересечения двух прямых и т.д.

### Тема 3. Кривые и поверхности 2-го порядка.

Эллипс, гипербола, парабола, Определение, вывод канонического уравнения каждой из этих кривых, их свойства. Эксцентриситет и директрисы эллипса, гиперболы, параболы. Полярная система координат. Полярное уравнение эллипса, гиперболы, параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения к каноническому виду с помощью поворота осей и переноса начала координат. Классификация кривых второго порядка. Поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конусы и цилиндры, их канонические уравнения, свойства. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.

### Тема 4. МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ.

Прямоугольные матрицы. Сумма матриц, произведение матрицы на число, умножение матриц. Свойства этих операций. Перестановки, инверсии, транспозиции. Определитель квадратной матрицы, свойства определителя. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Теорема Лапласа. Определитель произведения матриц. Обратная матрица, критерий обратимости, вычисление обратной матрицы.

### Тема 5. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг произведения матриц. Элементарные преобразования строк матрицы и их применение к вычислению ранга матрицы. Системы линейных уравнений. Основные определения: частное и общее решения, совместные и несовместные системы, эквивалентность систем. Теорема Крамера. Критерий совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Линейные однородные системы (ЛОС). Свойства решений. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о ФСР. Структура общего решения ЛОС. Неоднородные системы (ЛНС). Структура общего решения ЛНС.

### Тема 6. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА.

Аксиоматика линейного векторного пространства (ЛВП), примеры, свойства ЛВП. Линейная зависимость системы векторов в ЛВП. Базис и размерность ЛВП. Координаты вектора в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Подпространство. Сумма и пересечение подпространств. Линейные оболочки и теоремы о размерности. Изоморфизм ЛВП. Евклидово пространство, определение и примеры. Неравенства Коши-Буняковского и треугольника. Общий вид скалярного произведения в конечномерном евклидовом пространстве. Ортогональность и ортонормированность системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.

### Тема 7. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ В КОНЕЧНОМЕРНОМ ЛИНЕЙНОМ ПРОСТРАНСТВЕ.

Определение линейного оператора. Примеры. Образ и ядро линейного оператора. Матрица линейного оператора в данном базисе. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому. Действия с линейными операторами. Обратный оператор, его свойства. Критерий обратимости. Подпространства, инвариантные относительно оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства. Характеристическое уравнение. Унитарный и самосопряженный операторы. Свойства собственных значений и векторов самосопряженного оператора. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора, нахождение его.

### Тема 8. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ.

Линейная, билинейная и квадратичная формы в ЛВП. Матрица квадратичной формы (КФ) и ее преобразование при переходе к новому базису. Ранг и индекс КФ. Теорема Лагранжа о приведении КФ к диагональному виду. Теорема Якоби. Закон инерции КФ. Критерий Сильвестра положительной определенности КФ.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Часть задач для практических занятий будет взята из методической разработки преподавателя.

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

1. Проверить, образуют ли векторы  $\vec{a} = (0, 1, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{c} = (-1, 1, 0)$  базис в пространстве. Найти координаты вектора  $\vec{m} = (0, 4, 5)$  в этом базисе.
2. Даны три вектора  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  такие, что  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$ ,  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ . Вычислить  $(\vec{a}, \vec{b}) + (\vec{b}, \vec{c}) + (\vec{c}, \vec{a})$ .
3. Компланарны ли векторы  $\vec{a} = (2, 0, 1)$ ,  $\vec{b} = (5, 3, -3)$ ,  $\vec{c} = (3, 3, 10)$ ?
4. Даны векторы  $\vec{a} = (8, 4, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, -2, 1)$  Найти вектор  $\vec{c}$ , компланарный  $\vec{a}, \vec{b}$  ортогональный вектору  $\vec{a}$  и образующий с вектором  $\vec{b}$  тупой угол.
5. Доказать:  $([\vec{a}, \vec{b}], [\vec{c}, \vec{d}]) + ([\vec{a}, \vec{c}], [\vec{d}, \vec{b}]) + ([\vec{a}, \vec{d}], [\vec{b}, \vec{c}]) = 0$
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $(0, 3, 0)$  и прямую  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{7}$ .
7. Даны точки В(2, 1, 3) и С(-5, 1, 3). Найти уравнение прямой, проходящей через эти точки в общем виде.
8. Составьте уравнение плоскости в общем виде, проходящей через точку А(1; -1; 3), перпендикулярной прямой  $x+2y-z+3=0$ ,  $2x+5y-z=0$ . Найти проекцию точки А на исходную прямую. Найти расстояние от точки А до исходной прямой.
9. Через точки М1(-6, 0, -1) и М2(12, -6, 0) проведена прямая. Найти точки ее пересечения с координатными плоскостями. Выяснить взаимное расположение прямой с каждой из осей координат.
10. Через прямую М1 М2 и точку А(1, 0, -1) проведена плоскость, найти пересечения плоскости с координатными осями.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $(0, 3, 0)$  и прямую  $3x - 2y - 1 = 0, 7y - 3z - 4 = 0$ .
12. Проверить, лежит ли данная прямая в плоскости  $x - 3y + z + 1 = 0$ , параллельна этой плоскости или пересекает ее в единственной точке (в последнем случае найти координаты точки пересечения). Прямая задана уравнением  $x = 2 + 3t, y = 7 + t, z = 1 + t$ .
13. Даны две прямые:  $x = 3 - t, y = 2t, z = 4$  и  $x + y - z = 0, 2x - y + 2z = 0$ . Установить, лежат ли они в одной плоскости. Если да, составить уравнение плоскости, в которой они лежат.
14. Даны две прямые:  $x = 3 + t, y = -1 + 2t, z = 4$  и  $x + y - z = 0, 2x - y + 2z = 0$ . Установить, пересекаются они, скрещиваются, параллельны или совпадают. Если прямые пересекаются, найти координаты точки их пересечения.
15. Даны точки  $A = (3, 0, 2), B = (2, 0, 2), C = (0, 2, 2)$  в трехмерном пространстве.
- Найти уравнение прямой, проходящей через точки  $A$  и  $B$  в общем виде.
  - Доказать, что точка  $C$  не принадлежит этой прямой.
  - Найти уравнение плоскости в общем виде, содержащей эту прямую и проходящую через точку  $C$ .
  - Найти угол между векторами. Выяснить коллинеарность заданных векторов.
16. Определить, ортогональны ли два вектора. Найти длину вектора. Найти площадь треугольника, построенного на двух векторах.
17. Определить компланарность заданных векторов. Найти объем параллелепипеда, построенного на трех векторах. Найти высоту этого параллелепипеда.
18. Найти прямую на плоскости, перпендикулярную заданной прямой и проходящую через фиксированную точку.
19. Найти проекцию точки на прямую. Найти точку, симметричную относительно данной прямой.
20. Для кривой/поверхности 2-го порядка найти каноническую систему координат. Определить каноническое уравнение.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой.
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы

Оценка	Критерии оценивания
	одна компетенция сформирована на уровне «отлично».
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо».
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо».
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно».
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо».
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо».

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые	Продемонстрированы все основные умения. Решены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные



	вследствие отказа обучающегося от ответа	умения. Имели место грубые ошибки	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

### **5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-3**

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами.
2. Линейная зависимость системы векторов. Геометрический смысл линейной зависимости. Базисы на плоскости и в пространстве, разложение вектора по базису.
3. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение, определение и свойства.
4. Ориентация тройки векторов. Векторное произведение, определение и свойства.
5. Смешанное произведение, его геометрический смысл, критерий компланарности трех векторов.
6. Двойное векторное произведение, свойства.
7. Базис и координаты вектора. Система координат и координаты точки. Переход к другому базису.
8. Способы задания линий на плоскости, линий и поверхностей в пространстве. Алгебраические линии и поверхности.
9. Прямая в плоскости. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое, с угловым коэффициентом, в отрезках, нормальное. Пучок прямых.
10. Плоскость в пространстве. Различные формы уравнения плоскости: общее, в отрезках, нормальное. Пучок и связка плоскостей.
11. Прямая в пространстве. Различные формы уравнения прямой: общее, параметрическое, каноническое. Переход от одного задания к другому. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.
12. Эллипс, гипербола, парабола, Определение, вывод канонического уравнения каждой из этих кривых, их свойства.
13. Эксцентриситет и директрисы эллипса, гиперболы, параболы. Уравнение эллипса, гиперболы, параболы при вершине, полярное уравнение.
14. Общее уравнение кривой второго порядка. Приведение общего уравнения к каноническому виду с помощью поворота осей и переноса начала координат. Классификация кривых второго порядка.
15. Поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конусы и цилиндры, их канонические уравнения, свойства.
16. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду.
17. Перестановки, инверсии, транспозиции, подстановки.
18. Прямоугольные матрицы. Сумма матриц, произведение матрицы на число, умножение матриц. Свойства этих операций.

19. Определитель квадратной матрицы и его свойства. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Теорема Лапласа. Определитель произведения матриц.
20. Обратная матрица, критерий обратимости, вычисление обратной матрицы.
21. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Ранг произведения матриц. Элементарные преобразования строк матрицы и их применение к вычислению ранга матрицы.
22. Системы линейных уравнений. Основные определения: частное и общее решения, совместные и несовместные системы, эквивалентность систем.
23. Теорема Крамера. Критерий совместности систем линейных уравнений (теорема Кронекера - Капелли). Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
24. Линейные однородные системы (ЛОС). Свойства решений. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о ФСР. Структура общего решения ЛОС.
25. Неоднородные системы (ЛНС). Структура общего решения ЛНС.
26. Аксиоматика линейного векторного пространства (ЛВП), примеры, свойства ЛВП.
27. Линейная зависимость системы векторов в ЛВП. Базис и размерность ЛВП. Координаты вектора в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
28. Подпространство. Сумма и пересечение подпространств. Линейные оболочки и теоремы о размерности. Изоморфизм ЛВП.
29. Евклидово пространство, определение и примеры. Неравенства Коши - Буняковского и треугольника. Общий вид скалярного произведения в конечномерном евклидовом пространстве. Ортогональность и ортонормированность системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.
30. Определение линейного оператора. Примеры. Образ и ядро линейного оператора.
31. Матрица линейного оператора в данном базисе. Преобразование матрицы оператора при переходе от одного базиса к другому.
32. Действия с линейными операторами. Обратный оператор, его свойства. Критерий обратимости.
33. Подпространства, инвариантные относительно оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства. Характеристическое уравнение.
34. Унитарный и самосопряженный операторы. Свойства собственных значений и векторов самосопряженного оператора. Существование и нахождение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.
35. Линейная, билинейная и квадратичная формы в ЛВП. Матрица квадратичной формы (КФ) и ее преобразование при переходе к новому базису. Ранг и индекс КФ.
36. Теорема Лагранжа о приведении КФ к диагональному виду. Теорема Якоби.

**Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий подход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. 100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий.
отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше.
очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.
хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.
удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки при решении практических задач, но при ответах на наводящие вопросы может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.
неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.
плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

1. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ .

2. Найти обратную матрицу, если

а)  $A = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ ; б)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Найти ранг матрицы  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 5 & -3 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & -3 & 7 & 5 \\ -5 & 2 & 0 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .

4. Если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ -4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ , то чему равен элемент  $c_{31}$  матрицы

$$C = A \cdot B ?$$

5. Решить систему уравнений

а)  $\begin{cases} x_1 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 - x_4 = 10 \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - 4x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$

6. Найти фундаментальную систему решений и общее решение линейной однородной

системы  $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ -5x_1 + 11x_2 + 8x_3 - 6x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$ .

7. Найти общее решение линейной системы  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -2 \\ -5x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 12x_4 = -4 \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 12x_4 = -1 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$ .

8. Дана неоднородная система уравнений с 5 неизвестными. 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_4 = 1 \\ -x_1 - x_2 + x_4 = -1 \\ x_5 = 0 \end{cases}$$
- а) Найти общее решение неоднородной системы уравнений.  
 б) Найти фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы.  
 в) Найти общее решение однородной системы.
9. Решить систему  $AX = B$ , где  $A = \begin{pmatrix} n & n+1 \\ n-1 & n \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} n & 2 \\ 1 & n \end{pmatrix}$ , для
- а)  $n=1$ ; б)  $n=2$ ; в)  $n=3$ ; г)  $n=4$ .
10. Записать систему линейных уравнений  $\begin{cases} x_1 - x_4 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$  в виде матричного уравнения  $A \cdot x = b$ . Найти общее решение или показать несовместность. Если система совместна, то сделать проверку:
11. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ .
12. Дана матрица линейного оператора в стандартном базисе:  $A = \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ .
- Найти матрицу этого оператора в базисе  $(1,2), (2,1)$ .
13. Пусть  $A = \{f_1, f_2, f_3\}$  – система многочленов  $f_1=2+t$ ,  $f_2=1+t$ ,  $f_3=-t$ .
- а) Найти ранг и базу системы  $A$ .  
 б) Многочлены, не входящие в базу, выразить через многочлены базы.
14. Пусть  $V_1=L(f_1, f_2)$ ,  $V_2=L(g_1, g_2)$ , где  $f_1=3+t^2$ ,  $f_2=2+2t^2$ ,  $g_1=2t+13t^2$ ,  $g_2=12t-3t^2$ .
- а) Найти базис и размерность пересечения этих подпространств.  
 б) Базис пересечения разложить по  $f_1, f_2$  и по  $g_1, g_2$ .
15. Для заданной системы векторов выяснить является ли она линейно зависимой или линейно независимой? Найти базу системы, выразить остальные элементы через базу. Чему равен ранг системы?  $a_1 = (-1, -1, -2, -5)$ ,  $a_2 = (3, 2, 1, 1)$ ,  $a_3 = (-2, -1, 1, 4)$ .
16. Дана система многочленов  $f_1(t) = 1 - t^2$ ,  $f_2(t) = 1 + t^3$ ,  $f_3(t) = t - t^3$ ,  $f_4(t) = 1 + t + t^2 + t^3$ . выяснить является ли она линейно зависимой или линейно независимой? Найти базу системы, выразить остальные элементы через базу. Чему равен ранг системы?
17. Дано подпространство  $L = L(a_1)$  и вектор  $b = (1, 1, 1)$ ,  $a_1 = (0, 1, 1)$ . Найти проекцию вектора  $b$  на  $L(a_1)$  и ортогональную составляющую. Сделать проверку.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическая задача)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой.
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы

Оценка	Критерии оценивания
	одна компетенция сформирована на уровне «отлично».
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо».
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо».
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно».
неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо».
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо».

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Аналитическая геометрия / Ильин В.А., Позняк Э.Г. - Москва : Физматлит, 2012., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=634768&idb=0>.
2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Беклемишев Д. В. - 19-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 448 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-9223-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=782707&idb=0>.
3. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов / Цубербиллер О. Н. - 35-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 336 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-48060-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=866715&idb=0>.
4. Кремер Наум Шевелевич. Линейная алгебра : Учебник и практикум для вузов / Кремер Н. Ш., Фридман М. Н., Тришин И. М. ; под ред. Кремера Н.Ш. - 3-е изд. - Москва : Юрайт, 2021. - 422 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08547-1. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=767248&idb=0>.
5. Фаддеев Дмитрий Константинович. Задачи по высшей алгебре : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по мат. специальностям. - Изд. 17-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Классические задачки и практикумы) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0427-8 : 232.80., 118 экз.

6. Шилин Илья Анатольевич. Линейная алгебра. Задачник : учебное пособие для вузов / И. А. Шилин. - Москва : Юрайт, 2024. - 118 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/543923> (дата обращения: 15.08.2024). - ISBN 978-5-534-14382-9 : 429.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=903013&idb=0>.
7. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Курс лекций : учебное пособие для вузов / Гриншпон И. Э. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 164 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46705-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=884377&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие для вузов / Беклемишева Л. А., Беклемишев Д. В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А.; Беклемишева Л. А., Беклемишев Д. В., Петрович А. Ю. - 10-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 496 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-48139-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=867154&idb=0>.
2. Звонилов Виктор Иванович. Линейная алгебра. Вопросы : учебно-методическое пособие / В. И. Звонилов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 23 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=891982&idb=0>.
3. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия. Сборник заданий для практических занятий : учебное пособие для вузов / Гриншпон И. Э. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 124 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46704-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=866707&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ

<http://www.unn.ru/books/resources>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 10.05.02 - Информационная безопасность телекоммуникационных систем.

Автор(ы): Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук, доцент.

Рецензент(ы): Дубков Александр Александрович, доктор физико-математических наук.



Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18 декабря 2023 года, протокол № 09/23.