

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
38.03.01 Экономика

Направленность образовательной программы
Экономика, международный бизнес и предпринимательство

Форма обучения
очная, очно-заочная

Нижний Новгород

2021 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.13 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части учебного плана по программе бакалавриата.

Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	
Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть.	Дисциплина Б1.О.13 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 38.03.01 «Экономика».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1 Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	<i>Знать</i> методы теории вероятностей и математической статистики для описания состава и структуры требуемых данных, грамотной реализации процессов их обработки, критического анализа и синтеза, применяя системный подход для решения поставленных задач по теме исследования. <i>Уметь</i> использовать аппарат теории вероятностей и математической статистики для описания состава и структуры требуемых данных, грамотно реализовать процессы их обработки, критического анализа и синтеза, применяя системный подход для решения поставленных задач по теме исследования. <i>Владеть</i> аппаратом теории вероятностей и математической статистики для описания состава и структуры требуемых данных, грамотно реализуя процессы их обработки, критического анализа и синтеза с применением системного подхода для решения поставленных задач по теме исследования.	Решение практических задач с использованием статистических данных
ОПК-5 Способен использовать современные информационные	ОПК-5.2 Использует современные информационные технологии и про-	<i>Знать</i> инструментарий теории вероятностей и математической статистики, современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных за-	Решение практических задач с использованием статистических данных

онные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	граммные средства для решения профессиональных задач	<p>дач.</p> <p>Уметь использовать инструментарий теории вероятностей и математической статистики, современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач.</p> <p>Владеть инструментарием теории вероятностей и математической статистики, способностью использовать современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач._</p>	
---	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ	2 ЗЕТ	___ ЗЕТ
Часов по учебному плану	72	72	
в том числе			
аудиторные занятия (контактная работа):			
- занятия лекционного типа	16	16	
- занятия семинарского типа (практические занятия)	16	16	
самостоятельная работа	39	39	
КСР	1	1	
Промежуточная аттестация – зачет			

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В ТОМ ЧИСЛЕ				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	

	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная
Тема 1. ПРАВИЛА ДЕЙСТВИЯ СО СЛУЧАЙНЫМИ СОБЫТИЯМИ И ВЕРОЯТНОСТЯМИ ИХ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ. Введение. «Теория вероятностей и математическая статистика» – базовая дисциплина по математической подготовке обучающихся в системе высшего образования. Исторический очерк становления теории вероятностей и математической статистики. Случайные события. Операции над событиями. Частота события. Вероятность. Непосредственный подсчет вероятностей. Схемы выбора элементов из множества. Элементы комбинаторики для вычисления вероятностей.	12	12		2	2		2	2					4	4		8	8	
Тема 2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. 1. Вычисление вероятностей случайных событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные испытания: биномиальное и полиномиальное распределения. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа. 2. Случайные величины и их законы распределения и числовые характеристики. Дискретные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Характеристики положе-	16	16		4	4		4	4					8	8		8	8	

ния (математическое ожидание, мода, медиана). Моменты. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение.																	
Тема 3. ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ. Случайные величины и законы их распределения. Закон распределения дискретных случайных величин: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение, гипергеометрическое распределение. Закон распределения непрерывных случайных величин: равномерное распределение, показательное распределение, нормальный закон распределения, логнормальный закон распределения.	12	12		2	2		2	2				4	4		8	8	
Тема 4. ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. 1. Методы статистического описания результатов наблюдений. Выборка и способы ее представления. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Числовые характеристики выборочного распределения. Характеристики положения (выборочное среднее, выборочная мода, выборочная медиана). Выборочные моменты. Выборочная дисперсия. Выборочные коэффициенты асимметрии, эксцесса. Числовые характеристики группированной выборки. Поправки Шепарда. 2. Статистические оценки параметров распределения генеральной совокупности по выборке. Точечные оценки. Метод подстановки. Метод мо-	16	16		4	4		4	4				8	8		8	8	

ментов. Метод максимального правдоподобия. Интервальные оценки. Распределения χ^2 и Стьюдента. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения генеральной совокупности.																	
Тема 5. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ. 1. Проверка статистических гипотез. Параметрические гипотезы. Этапы проверки параметрической гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Использование доверительных интервалов для проверки статистических гипотез. Мощность статистического критерия. 2. Критерии согласия проверки статистических гипотез. Критерии согласия. Критерий χ^2 и его применение. Критерий согласия Колмогорова – Смирнова.	15	15		4	4		4	4				8	8		7	7	
КСР	1	1										1	1				
Промежуточная аттестация – зачет																	
Итого	72	72		16	16		16	16				33	33		39	39	

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает решение прикладной задачи кейса.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 2 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-5 - Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы по дисциплине:

1. Подготовка к практическим занятиям, в частности выполнение заданий и решение задач, выдаваемых на самостоятельную подготовку, наполнение портфолио.
2. Выполнение аудиторных и домашних самостоятельных работ.
3. Самостоятельное изучение отдельных вопросов теории по учебникам и методическим пособиям.
4. Самостоятельная работа в творческих группах: выполнение обучающимися в составе творческого коллектива проектов.
5. Самостоятельное решение задач с использованием математических методов и информационных технологий.
6. Подготовка к практическим занятиям и активное участие в них.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется **электронный курс: Перова В.И., Таланова Е.А., Незнакомцева О.Ю. «Теория вероятностей и математическая статистика»**, для направления подготовки «Экономика», созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие	При решении	Продемонст-	Продемонст-	Продемонст-	Продемонст-	Продемонст-

	минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	рированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	рированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	рированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	рированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	рированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
Зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям, при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне ниже «удовлетворительно», не продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям, при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровнях «неудовлетворительно» или «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Понятие события. Классификация событий: достоверные, случайные, невозможные, совместные, несовместные, зависимые, независимые.	УК-1, ОПК-5

Противоположные события. Полная группа событий.	
2. Алгебра событий: сумма, произведение, разность, симметрическая разность.	УК-1, ОПК-5
3. Классическое, геометрическое определения вероятности.	УК-1, ОПК-5
4. Относительная частота. Статистическое определение вероятности.	УК-1, ОПК-5
5. Аксиома сложения несовместных и совместных событий. Условная вероятность. Аксиома умножения независимых и зависимых событий.	УК-1, ОПК-5
6. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.	УК-1, ОПК-5
7. Элементы комбинаторики: определение числа сочетаний.	УК-1, ОПК-5
8. Последовательность независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли вычисления вероятности осуществления некоторого количества ожидаемого события в последовательности независимых испытаний Бернулли.	УК-1, ОПК-5
9. Случайные величины: дискретные и непрерывные.	УК-1, ОПК-5
10. Дискретная случайная величина (ДСВ). Закон распределения вероятностей (в форме таблицы, многоугольника распределения, функции распределения). Чему равна сумма вероятностей в законе распределения?	УК-1, ОПК-5
11. Числовые характеристики ДСВ: Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.	УК-1, ОПК-5
12. Биномиальное распределение. Определение, закон распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.	УК-1, ОПК-5
13. Геометрическое распределение. Определение, закон распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.	УК-1, ОПК-5
14. Гипергеометрическое распределение. Определение, закон распределения.	УК-1, ОПК-5
15. Непрерывная случайная величина (НСВ). (Интегральная) функция распределения, ее свойства. Плотность (дифференциальная функция) распределения, ее свойства. Вероятность попадания значений НСВ в заданный интервал.	УК-1, ОПК-5
16. Числовые характеристики НСВ: Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение НСВ.	УК-1, ОПК-5
17. Равномерное распределение. Функция распределения, плотность распределения (аналитическое задание, графики друг под другом). Вычислить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение равномерно распределенной НСВ.	УК-1, ОПК-5
18. Показательное (экспоненциальное) распределение. Функция распределения, плотность распределения (аналитическое задание, графики друг под другом). Вычислить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение равномерно распределенной НСВ.	УК-1, ОПК-5
19. Нормальное распределение. Плотность нормального распределения. Интегральная функция нормального распределения: выразить через функцию Лапласа. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение равномерно распределенной НСВ. График нормальной кривой. Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределенной НСВ, правило трех сигм.	УК-1, ОПК-5
20. Центральная предельная теорема Ляпунова. Приближенные формулы Гаусса и Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.	УК-1, ОПК-5
21. Опытные данные. Генеральная и выборочная совокупности, статистический	УК-1, ОПК-5

ряд. Объем выборки, частота, относительная частота. Полигон и гистограмма. Основная задача математической статистики.	
22. Точечные оценки параметров распределения: Выборочное среднее, выборочная дисперсия, исправленная выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение, исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение (стандарт). Начальный момент k -ого порядка, центральный момент k -ого порядка.	УК-1, ОПК-5
23. Выравнивание статистических рядов. Метод моментов.	УК-1, ОПК-5
24. Критерий согласия χ^2 Пирсона.	УК-1, ОПК-5
25. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал и доверительная вероятность.	УК-1, ОПК-5
26. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известном среднем квадратическом отклонении.	УК-1, ОПК-5

5.2.2. Типовой тестовый билет для оценки сформированности компетенций УК-1, ОПК-5:

**Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского**
Институт экономики и предпринимательства
Кафедра математического моделирования экономических процессов
Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»

БИЛЕТ № 0

Теоретический вопрос:

1. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

Практическая задача:

2. Для данных, сгруппированных в интервалы, найдите объем выборки, относительные частоты, постройте гистограмму частот.

$x_{i-1}; x_i$	154; 158	158; 162	162; 166	166; 170	170; 174	174; 178	178; 182	182; 186	186; 190
n_i	2	8	12	22	26	14	10	5	1

Экзаменатор _____ В.И. Перова

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенций УК-1, ОПК-5:

1. Нужно послать 6 писем. Сколькими способами это можно сделать, если для доставки писем имеются три курьера?
2. Студент знает ответы на 25 экзаменационных вопросов из 60. Какова вероятность сдать экзамен, если для этого необходимо ответить не менее чем на два из трёх вопросов?
3. На поиски корабля, терпящего бедствие, вылетает вертолет (предполагается, что количество вылетов неограниченно). Вероятность обнаружения корабля за один вылет равна 0,3. Составить ряд распределения случайной величины X – числа поисковых полетов. Найти $M[X]$, $D[X]$. Определить вероятность того, что корабль будет обнаружен при третьем вылете.
4. Дано, что детали выпускаемые цехом, по размеру диаметра распределены по нормальному закону. Стандартная длина диаметра детали (математическое ожидание) равна 50 мм, среднее квадратическое отклонение – 5 мм. Найти:
 - 1) вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали будет больше 45 мм и меньше 52 мм;
 - 2) вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали отклонится от стандартной длины не более чем на 3 мм.
5. Записать в виде вариационного и статистического рядов выборку 5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2, 4. Определить размах выборки.
6. Найдите доверительный интервал для оценки с надежностью $\gamma = 0,99$ неизвестного математического ожидания m нормально распределенного признака X генеральной совокупности, при условии, что генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 9$, выборочная средняя $\bar{x} = 20$ и объем выборки $n=45$.
7. По данным автомобильного двигателя расход топлива на 100 км пробега составляет 10 л. В результате изменения конструкции двигателя ожидается, что расход топлива уменьшится. Для проверки испытывают 25 случайно отобранных автомобилей с модернизированным двигателем. Выборочное среднее расходов топлива на 100 км пробега по результатам испытаний составило $\bar{x} = 9,3$ л. Предположим, что выборка расходов топлива получена из нормально распределенной генеральной совокупности со средним m и дисперсией $\sigma^2 = 4,7^2$. Используя критерий значимости, необходимо проверить гипотезу, которая утверждает, что изменение конструкции не повлияло на расход топлива.
8. Результаты x_i измерения 1000 деталей, округленные до 0,5 мм, занесены в таблицу, где m_i - число измерений, давших результат x_i . Требуется проверить, пользуясь критерием Колмогорова-Смирнова, гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, имеющим параметры $\bar{x} = 100,25$ мм, $\sigma=1$ мм. При этом будем считать, что влиянием ошибок округления можно пренебречь, и уровень значимости $\alpha = 0,01$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Перов А.А., Перова В.И. Теория вероятностей и математическая статистика: практическое руководство по решению задач. Том 1. Теория вероятностей: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского, 2019. – 161 с. **(имеется в необходимом количестве в Фундаментальной библиотеке ННГУ)**.
2. Перов А.А., Перова В.И. Теория вероятностей и математическая статистика: практическое руководство по решению задач. Том 2. Математическая статистика: Учебное пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского, 2019. – 116 с. **(имеется в необходимом количестве в Фундаментальной библиотеке ННГУ)**.
3. Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Сагитов Р.В., Швед Е.В., Матвеев В.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Под ред. В.И. Матвеева. - 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2017. – 289 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=370899>
4. Сапожников П.Н., Макаров А.А., Радионова М.В. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: учеб. пособие. – М.:КУРС:ИНФРА-М, 2016. – 495 с. <http://znanium.com/bookread2.php?book=548242#>

б) дополнительная литература:

1. Тихов М.С., Котельникова М.В. Контрольные работы по теории вероятностей: учебно-методическое пособие по дисциплине "Теория вероятностей и математическая статистика" ФОЭР, рег. № 824.14.17. Год размещения 2014.
2. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 1: Практикум. ФОЭР, рег. №948-15-08. Год размещения 2015.
3. Пройдакова Е.В., Федоткин М.А., Зорин В.А. Практикум по теории вероятностей. Часть 2: Практикум. ФОЭР, рег. №949-15-09. Год размещения 2015.
4. Сморгалова В.М. Задачи оценивания неизвестных параметров распределений. Учебно-методическое пособие. ФОЭР, рег. № 982.15.08. Год размещения 2015.
5. Сморгалова В.М. Задачи проверки статистических гипотез. Учебно-методическое пособие. ФОЭР, рег. №1017-15-08. Год размещения 2015.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

Программное обеспечение:

1. ОС Windows Корпоративная.
2. Программный пакет Deductor Academic.

Интернет-ресурсы:

1. <http://elibrary.ru/>
2. <http://www.gks.ru/>
3. <http://www.znanium.com/>
4. <http://www.unn.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: персональными компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техни-

кой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (бакалавриат), профиль «Экономика, международный бизнес и предпринимательство».

Автор:

Доцент кафедры математического моделирования экономических процессов Института экономики и предпринимательства ННГУ,
к.ф.-м.н., доцент _____ **В.И. Перова**

Рецензент:

Профессор кафедры теоретической, компьютерной и экспериментальной механики Института информационных технологий математики и механики ННГУ,
д.ф.-м.н., доцент _____ **Д.Т. Чекмарев**

Заведующий кафедрой математического моделирования экономических процессов Института экономики и предпринимательства ННГУ,
д.ф.-м.н., профессор _____ **Ю.А. Кузнецов**