

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал ННГУ - Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Математика

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
44.03.01 - Педагогическое образование

Направленность образовательной программы
Информатика и образовательная робототехника

Форма обучения
очно-заочная

г. Арзамас

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.07.01 Математика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач. ИУК-1.2: Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к профессиональной области. ИУК-1.3: Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач.	ИУК-1.1: Знать принципы сбора, отбора и обобщения информации, специфику системного подхода для решения поставленных задач в области алгебры и геометрии ИУК-1.2: Уметь Умеет приобретать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по научным проблемам, относящимся к различным разделам алгебры и геометрии ИУК-1.3: Владеть Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками, адекватного использования информации, полученной из медиа и других источников для решения поставленных задач различных разделов алгебры и геометрии	Задания Опрос Тест Контрольная работа Исследовательское задание	Зачёт: Контрольные вопросы Экзамен: Контрольные вопросы
ПКР-4: Способен осваивать и анализировать базовые научно-	ИПКР-4.1: Знает содержание, сущность, закономерности, принципы и	ИПКР-4.1: Знать основные понятия, базовые	Задания Опрос Тест	Экзамен: Контрольные

теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях явлений и процессов в предметной области	особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области, а также роль учебного предмета/образовательной области в формировании научной картины мира; основы общетеоретических дисциплин в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. ИПКР-4.2: Умеет анализировать базовые научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов в предметной области знаний. ИПКР-4.3: Владеет различными методами анализа основных категорий предметной области знаний.	идеи и строгие доказательства фактов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии; основные математические структуры и аксиоматический метод; а также содержание и основные этапы развития математики, взаимосвязь между различными разделами высшей алгебры и геометрии и другими математическими дисциплинами, место изучаемого в учебной дисциплине материала в структуре и содержании школьного курса математики. ИПКР-4.2: Уметь анализировать и применять теоретические знания к решению задач по линейной и векторной алгебре, аналитической геометрии; применять идеи и методы курса высшей алгебры и геометрии при доказательстве теорем и решении задач школьного курса математики; реализовывать методы алгебраических и геометрических рассуждений на основе общих методов научного исследования. ИПКР-4.3: Владеть приемами аналитико-синтетической деятельности при доказательстве теорем и решении задач по классическим разделам высшей алгебры и геометрии; приемами логического и алгоритмического мышления.	Контрольная работа Исследовательское задание	вопросы Зачёт: Контрольные вопросы
--	--	---	---	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очно-заочная
Общая трудоемкость, з.е.	10
Часов по учебному плану	360
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	24
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	3
самостоятельная работа	231
Промежуточная аттестация	54 Экзамен, Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0	0 3 Ф 0
Тема 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия	50	4	8	12	38
Тема 2. Введение в анализ	50	4	8	12	38
Тема 3. Дифференциальное и интегральное исчисление	50	4	8	12	38
Тема 4. Ряды	51	4	8	12	39
Тема 5. Элементы векторного анализа и теории поля	51	4	8	12	39
Тема 6. Дифференциальные уравнения	51	4	8	12	39
Аттестация	54				
КСР	3				3
Итого	360	24	48	75	231

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Элементы векторной алгебры. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в трехмерном пространстве. Комплексные числа.

Тема 2. Введение в анализ

Функции одной переменной и их общие свойства. Понятие предела последовательности и функции.

Бесконечно малые и их сравнение. Бесконечно большие. Непрерывность функции в точке и в бесконечности.

Тема 3. Дифференциальное и интегральное исчисление

Производная и дифференциал, их геометрический и механический смысл. Производные основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции в точке и на промежутке. Необходимое и достаточное условия экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Применение дифференциального исчисления к построению графиков функций.

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.

Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование по частям.

Интегрирование рациональных функций. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.

Основные свойства определенного интеграла. Приложения определенного интеграла.

Понятие несобственного интеграла.

Понятие функции нескольких переменных. Функции двух переменных, график функции двух переменных, линии уровня. Поверхности уровня функции трех переменных.

Дифференцируемость функции нескольких переменных.

Экстремум функции нескольких переменных.

Нахождение наибольших и наименьших значений.

Тема 4. Ряды

Числовой ряд и его частичные суммы. Сходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с положительными членами. Признак сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости.

Знакопередающиеся ряды.

Понятие степенного ряда. Разложение функций в степенной ряд.

Тема 5. Элементы векторного анализа и теории поля

Дифференциальные операции векторного анализа.

Скалярные и векторные поля.

Приложения векторного анализа и теории поля.

Тема 6. Дифференциальные уравнения

Элементы общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Математика, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=3326>,.

Иные учебно-методические материалы:

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>

https://arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Функции, их свойства, примеры, особенности графиков.
2. Элементарные функции и их графики.
3. Последовательность, предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности.
4. Непрерывные функции, их свойства.
5. Понятие производной и дифференциала функции одной переменной.
6. Формулы производных суммы, произведения, частного, сложной функции.
7. Таблица производных.
8. Производные и дифференциалы высших порядков.
9. Экстремальные значения функции. Правила исследования функции на экстремум.
10. Вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты.
11. Первообразная функции. Общий вид семейства первообразных.
12. Неопределенный интеграл и его свойства.
13. Таблица основных интегралов.
14. Метод интегрирования по частям.
15. Метод замены переменной.
16. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
17. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
18. Свойства определенного интеграла.
19. Формула Ньютона – Лейбница.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
2. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений. Вычисление объема тела вращения.
3. Несобственные интегралы.
4. Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Примеры.
5. Геометрическая прогрессия.
6. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
7. Сложение рядов и умножение ряда на число.
8. Признак сравнения рядов с положительными членами.
9. Признаки Даламбера и Коши.
10. Степенные ряды, их область сходимости.
11. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
12. Матрицы. Определители и их свойства.

13. Решение линейных систем по формулам Крамера и методом Гаусса.
14. Векторы. Линейные операции над векторами.
15. Базис на плоскости и в пространстве.
16. Скалярное произведение векторов.
17. Прямая на плоскости.
18. Кривые второго порядка: окружность; эллипс; гипербола; парабола.
19. Прямая и плоскость в пространстве.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; материал изложен в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный
хорошо	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; материал изложен в необходимой логической последовательности при этом допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
удовлетворительно	Ответ полный, но при этом допущена существенная ошибка или неполный, несвязный ответ
неудовлетворительно	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Опрос) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Приведите описание основных понятий, утверждений (с доказательствами), моделей и формул следующих разделов дисциплины **Математика**:

1. Функции, их свойства, примеры, особенности графиков.
2. Элементарные функции и их графики.
3. Последовательность, предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности.
4. Непрерывные функции, их свойства.
5. Понятие производной и дифференциала функции одной переменной.
6. Формулы производных суммы, произведения, частного, сложной функции.
7. Таблица производных.
8. Производные и дифференциалы высших порядков.
9. Экстремальные значения функции. Правила исследования функции на экстремум.
10. Вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты.
11. Первообразная функции. Общий вид семейства первообразных.
12. Неопределенный интеграл и его свойства.
13. Таблица основных интегралов.
14. Метод интегрирования по частям.
15. Метод замены переменной.
16. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
17. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.

18. Свойства определенного интеграла.
19. Формула Ньютона – Лейбница.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Опрос) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
2. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений. Вычисление объема тела вращения.
3. Несобственные интегралы.
4. Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Примеры.
5. Геометрическая прогрессия.
6. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
7. Сложение рядов и умножение ряда на число.
8. Признак сравнения рядов с положительными членами.
9. Признаки Даламбера и Коши.
10. Степенные ряды, их область сходимости.
11. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
12. Матрицы. Определители и их свойства.
13. Решение линейных систем по формулам Крамера и методом Гаусса.
14. Векторы. Линейные операции над векторами.
15. Базис на плоскости и в пространстве.
16. Скалярное произведение векторов.
17. Прямая на плоскости.
18. Кривые второго порядка: окружность; эллипс; гипербола; парабола.
19. Прямая и плоскость в пространстве.

Критерии оценивания (оценочное средство - Опрос)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Ответ полный и правильный, на основании изученной теории; материал изложен в определенной логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный
хорошо	Ответ полный и правильный, на основании изученной теории; материал изложен в определенной логической последовательности при этом допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
удовлетворительно	Ответ полный, но при этом допущена существенная ошибка или неполный, несвязный ответ
неудовлетворительно	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Введение в анализ

Выберите один верный ответ

4. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2}$ равен

1) 4; 2) 3; 3) 5; 4) 0

5. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 6x + 1}{3x^4}$ равен

1) 1; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{8}{4}$; 4) $\frac{8}{3}$

6. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{x}\right)^2$ равен

1) 9; 2) 2; 3) 3; 4) 0

7. Предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 3x - 4}{2x + 3}$ равен

1) 3; 2) 2; 3) 0; 4) 1

8. Предел $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$ равен

1) 8; 2) 4; 3) 12; 4) 9

9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 5x \cdot \sin 3x$ равен

1) $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{5}{3}$; 3) $\frac{8}{5}$; 4) 0

10. Предел $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 7x}{\sin 4x}$ равен

1) $\frac{7}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{7}{4}$; 4) 0

11. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$ равен

1) 1; 2) 0; 3) 2; 4) $\frac{1}{2}$

12. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$ равен

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Выберите один верный ответ

1. Производная y' функции $y = \left(x^2 - \frac{1}{x} + 5\right)^3$ равна
 - 1) $y' = 3\left(x^2 - \frac{1}{x} + 5\right)^2 \cdot \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)$; 2) $y' = 3\left(x^2 - \frac{1}{x} + 5\right)^2$;
 - 3) $y' = \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)$; 4) $y' = 3 \cdot \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^2$
2. Производная y' функции $y = \frac{(x+3)\sqrt{2x-1}}{2x+7}$ равна
 - 1) $\frac{3x^2+5x+2}{(2x+7)^2\sqrt{2x-1}}$; 2) $\frac{2x^2+15x+20}{(2x+7)^2\sqrt{2x-1}}$;
 - 3) $\frac{2x^2+15x+20}{(2x+5)^2\sqrt{3x-1}}$; 4) $\frac{2x^2+10x+20}{(2x+7)^2\sqrt{2x-1}}$
3. Производная y' функции $y = \arcsin e^x - \sqrt{1-e^{2x}}$ равна
 - 1) $e^x \sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$; 2) $\sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$; 3) $e^x \sqrt{\frac{1-e^x}{1+e^x}}$; 4) $e^{2x} \sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$.
4. Производная y' функции $y = \cos^2 \sin 3 + \frac{\sin^2 29x}{29 \cos 58x}$ равна
 - 1) $\frac{\sin 50x}{\cos^2 58x}$; 2) $\frac{\cos 58x}{\sin^2 58x}$; 3) $\frac{\sin 58x}{\cos^2 50x}$; 4) $\frac{\sin 58x}{\cos^2 58x}$
5. Горизонтальная асимптота графика функции $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$ имеет вид
 - 1) $y=0$; 2) $y=-1$; 3) $y=2$; 4) $y=1$
6. Вертикальная асимптота графика функции $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$ имеет вид
 - 1) $x=0$; 2) $x=-1$; 3) $x=3$; 4) $x=-3$
7. Функция $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$ имеет локальный минимум в точке
 - 1) $x=3$; 2) $x=1$; 3) $x=-3$; 4) $x=0$
8. Функция $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$ имеет локальный минимум в точке
 - 1) $x=-4$; 2) $x=-1$; 3) $x=4$; 4) $x=0$
9. Функция $y = \sqrt[3]{x(x+6)^2}$ убывает на промежутке
 - 1) $[2, 6]$; 2) $[-6, -2]$; 3) $(0, +\infty)$; 4) $[-3, 0]$
10. Функция $y = e^{\sqrt{2} \cos x}$ возрастает на промежутке
 - 1) $[0, \pi]$; 2) $[\pi, 2\pi]$; 3) $(0, 1)$; 4) $[-\pi, 0]$

Интегральное исчисление функций одной переменной

Выберите один верный ответ

1. Интеграл $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$ равен

- 1) $-x \operatorname{ctg} x + \ln |\sin x| + C$; 2) $-x \operatorname{tg} x + \ln |\sin x| + C$; 3) $-x \operatorname{ctg} x + \ln |\cos x| + C$; 4) $-x \operatorname{tg} x + \ln |\sin x| + C$

2. Интеграл $\int \frac{x^3}{x^2+1} dx$ равен

- 1) $\frac{x^3}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$; 2) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2+4) + C$; 3) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$; 4) $\frac{x^2}{2} - \ln(x^2+1) + C$

3. Интеграл $\int_0^1 \frac{x dx}{x^4+1}$ равен

- 1) $\frac{3\pi}{8}$; 2) $-\frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{\pi}{8}$; 4) $\frac{\pi}{4}$

4. Интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2 + \sin x}$ равен

- 1) $\frac{\pi(18-4\sqrt{3})}{9}$; 2) $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{9}$; 3) $\frac{\pi(9-2\sqrt{3})}{18}$; 4) $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{18}$

5. Интеграл $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$ равен

- 1) 3; 2) 1; 3) 0; 4) 4

6. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = (x-1)^2$, $y^2 = x-1$ равна

- 1) 1; 2) 3; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{3}$

7. Объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^3$; $y = \sqrt{x}$

вокруг оси Ox равен

- 1) 1; 2) $\frac{5\pi}{7}$; 3) $\frac{5\pi}{14}$; 4) $\frac{3\pi}{14}$

8. Объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^3$; $y = x$ вокруг оси Oy равен

- 1) $\frac{8\pi}{15}$; 2) $\frac{3\pi}{18}$; 3) $\frac{5\pi}{14}$; 4) $\frac{\pi}{15}$

9. Длина линии $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ от точки $x = 0$ до точки $x = 1$ равна

- 1) $\frac{1}{4}(e - e^{-1})$; 2) $\frac{1}{2}(e - e^{-1})$; 3) $\frac{1}{2}(e + e^{-1})$; 4) $\frac{1}{2}(e - e^{-2})$

10. Длина линии $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$ равна

- 1) 6; 2) 18; 3) 12; 4) 24

5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

Ряды

Выберите один верный ответ

1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2}}{n^2 \sin^2 n}$

1) Сходится; 2) Расходится

2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{2^{n+1} \cdot n!}$

1) Сходится; 2) Расходится

3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

1) Сходится; 2) Расходится

4. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$

1) Сходится; 2) Расходится

5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

1) Сходится; 2) Расходится

6. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1} \right)^n$

1) Сходится; 2) Расходится

7. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n+x^2}$

1) $(-\infty, +\infty)$; 2) $(0, +\infty)$; 3) $\{0\}$; 4) $(-\infty, 0)$

8. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}}$

1) $(-10, 10)$; 2) $(-10, 10]$; 3) $[-10, 0)$; 4) $[-10, 10)$

9. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$

1) $(-1, 1)$; 2) $[-1, 1]$; 3) $[-1, 1)$; 4) $[0, 1)$

10. Область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$

1) $[-1, 1]$; 2) $[-1, 0]$; 3) $[-1, 1)$; 4) $(-1, 1)$

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Выберите один верный ответ

1. Предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ функции $f(x, y) = (x + y) \sin(1/x) \sin(1/y)$ равен

1) 1; 2) 0; 3) -1; 4) 2

2. Предел $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}$ равен

1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) -1

3. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = e^{x^2 y}$ равна

1) $xye^{x^2 y}$; 2) $2xe^{x^2 y}$; 3) $2xye^{xy}$; 4) $2xye^{x^2 y}$

4. Частная производная $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ функции $f(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$ равна

1) $\frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$; 2) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$; 3) $\frac{2xy}{x^2 + y^2}$; 4) $\frac{2xy}{(x + y)^2}$

5. Уравнение касательной плоскости к поверхности $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$, проходящей через точку $(2, 3, 2)$, имеет вид

1) $x + \frac{2}{3}y - z - 1 = 0$; 2) $x + \frac{1}{3}y - z - 2 = 0$; 3) $x + \frac{2}{3}y - z - 2 = 0$;

4) $2x + \frac{2}{3}y - z - 2 = 0$

6. Производная функции $z = x^2 + y^2 x$ в точке $A(1, 2)$ по направлению вектора \overline{AB} , где $B(3, 0)$, равна

1) $\sqrt{3}$; 2) 1; 3) $\sqrt{2}$; 4) 2

7. Функция $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ имеет локальный максимум в точке

1) $(-1, 0)$; 2) $\left(0, \frac{5}{3}\right)$; 3) $(0, 0)$; 4) $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$

8. Частная производная $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ неявной функции $u = \varphi(x, y)$, заданной уравнением $x + y + u - e^{-(x+y+u)} = 0$, равна

1) $\frac{x}{y}$; 2) 0; 3) xy^2 ; 4) 1

9. В точке $(1, 1)$ функция $1/x + 1/y = z$ при уравнении связи $x + y = 2$ имеет

1) Условный минимум; 2) Условный максимум; 3) Не имеет условного экстремума.

10. В точке $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ функция $z = x - y$ при уравнении связи $x^2 + y^2 = 1$ имеет

1) Условный минимум; 2) Условный максимум; 3) Не имеет условного экстремума.

Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Выберите один верный ответ

1. Если $D = [0, 1] \times [2, 3]$, $f(x, y) = x^3 y$, то интеграл $\iint_D x^3 y dx dy$ равен

- 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) 2; 4) $\frac{1}{8}$

2. Если D ограничена кривыми $y = x^2$, $x = y^2$, то интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$ равен

- 1) $\frac{3}{10}$; 2) $\frac{1}{10}$; 3) 1; 4) $\frac{3}{5}$

3. Интеграл $\iint_D e^{(x^2+y^2)} dx dy$, где область D ограничена окружностью $x^2 + y^2 = R^2$, равен

- 1) $\pi(e^{R^2} + 1)$; 2) $\pi(e^R - 1)$; 3) 2; 4) $\pi(e^{R^2} - 1)$

4. Тройной интеграл $\iiint_D dx dy dz$, где область D ограничена поверхностями: $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ 3z = x^2 + y^2 \end{array} \right\}$ равен

- 1) $\frac{16\pi}{9}$; 2) $\frac{4\pi}{16}$; 3) $\frac{9\pi}{16}$; 4) $\frac{\pi}{16}$

5. Площадь куска параболоида $2z = x^2 + y^2$, вырезанного цилиндром $x^2 + y^2 = 1$ равна

- 1) $\frac{2\pi}{3}(2\sqrt{2} - 1)$; 2) $\frac{2\pi}{3}(\sqrt{2} - 1)$; 3) $\frac{2\pi}{3}(2\sqrt{2} + 1)$; 4) $\frac{\pi}{3}(2\sqrt{2} - 1)$

6. Если $du = (2xy + 1)dx + (x^2 + 3y^2)dy$, то $u(x, y)$ имеет вид

- 1) $u(x, y) = x^2 y + x + y^2 + C$; 2) $u(x, y) = x^2 y^2 + x + y^3 + C$;

- 3) $u(x, y) = x^2 y + x + y^3 + C$; 4) $u(x, y) = x^2 y + x^2 + y^3 + C$

7. Площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 2x$ и $y^2 = x$ равна

- 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{1}{9}$

8. Объем тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x + z = 4$, $z = 0$, равен

- 1) $\frac{64}{13}$; 2) $\frac{128}{13}$; 3) $\frac{64}{15}$; 4) $\frac{128}{15}$

9. Площадь S части поверхности параболоида $z = xy$, принадлежащей цилиндру $x^2 + y^2 \leq R^2$, равна

- 1) $\frac{2\pi}{3} \left[(1 + R^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]$; 2) $\frac{2\pi}{3} \left[(1 + R^2)^{\frac{3}{2}} + 1 \right]$; 3) $\frac{\pi}{3} \left[(1 + R^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right]$;

- 4) $\frac{2\pi}{3} \left[(1 + R^2)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]$

10. Тройной интеграл $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где тело V ограничено плоскостью $z = 2$ и параболоидом

$2z = x^2 + y^2$, равен

- 1) $\frac{32}{3}\pi$; 2) $\frac{16}{5}\pi$; 3) $\frac{16}{3}\pi$; 4) $\frac{8}{3}\pi$

Дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных

Выберите один верный ответ

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $2y \sqrt{by - y^2} dx - (b^2 + x^2) dy = 0$.

а) $\arctg \frac{x}{b} + \sqrt{\frac{b-y}{y}} = 0$; $y = 0, y = b$ – частные решения;

б) $\arctg x + \sqrt{\frac{b-y}{y}} = c$; $y = 0, y = b$ – особые решения;

в) $\arctg \frac{x}{b} + \sqrt{\frac{b-y}{y}} = c$; $y = 0$ – частное решение,

$y = b$ – особое решение;

г) $\arctg \frac{x}{b} + \sqrt{\frac{b-y}{y}} = c$; $y = 0$ – особое решение,

$y = b$ – частное решение;

д) $\frac{1}{b} \arctg \frac{x}{b} + \sqrt{\frac{y-b}{y}} = 0$; $y = 0, y = b$ – частные решения.

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $xy' = 3y - 2x - 2\sqrt{xy - x_2}$.

а) $y = x[1 + (1 + cx)^2]$; $(x \neq 0, 1 + cx > 0), y = x$ – особое решение,

$y = 2x$ – частное решение;

б) $\frac{y}{x} = (2 + 2cx + c^2x^2)$; $y = x, x \neq 0$ – частное решение,

$y = 2x$ – особое решение;

в) $y = 2x + 2cx^2 + c^2x^3$; $y = x (1 + cx > 0), y = 2x (x > 0)$ – частные решения;

г) $y = x[1 + (1 + cx)^2]$; $(x \neq 0, 1 + cx > 0), y = x (x \neq 0)$ – особое решение,

$y = 2x (x > 0)$ – частное решение;

д) $y = x(1 + cx)^2$; $y = x, y = 2x$ – особые решения.

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' + \frac{x}{1-x^2} y = x\sqrt{y}$.

а) $\sqrt{y} = c \cdot \sqrt[4]{1-x^2} - \frac{1}{3}(1-x^2)$; $y = 0$ – особое решение;

б) $\sqrt[4]{y} = c \cdot \sqrt[4]{1-x^2} - \frac{1}{3}(1-x^2)$; $y=0$ – частное решение;

в) $3\sqrt[4]{y} = \sqrt[4]{1-x^2} - (1-x^2) \cdot c$; $y=0$ – особое решение;

г) $\sqrt[4]{3y} = c \cdot \sqrt[4]{1-x^2} - 1 + x^2$; $y=0$ – особое решение;

д) $\sqrt[3]{y} = c \cdot \sqrt[4]{1-x^2} - \frac{1}{3}(1-x^2)$; $y=0$ – особое решение.

4. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y^2 y'^2 - 2xy' + 2y^2 - x^2 = 0$.

а) $x^2 - y^2 = (\sqrt{2x+c})^2$; $y = \pm x$ ($x \neq 0$) – частные решения;

б) $x^2 - y^2 = (\sqrt{2x+c})^2$; $y = \pm x$ ($x \neq 0$) – особые решения;

в) $\pm\sqrt{x^2 - y^2} = \sqrt{2x+c}$;

г) $\pm\sqrt{x^2 - y^2} = \sqrt{2x+c}$; $y = -x$ ($x \neq 0$) – особое решение,

$y = x$ ($x \neq 0$) – частное решение;

д) $x^2 - y^2 = 2x^2 + 2cx + c^2$; $y = \pm x$ ($x \neq 0$) – особые решения.

5. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $x^2(y+1)dx + (x^3-1)(y-1)dy = 0$.

а) $\frac{1}{3} \ln |x^3-1| + y - 2 \ln |y+1| = C$; $x=1$ – частное решение,

$y = -1$ – особое решение;

б) $\frac{1}{3} \ln |x^3-1| + y - \ln(y+1)^2 = C$; $x=1, y=-1$ – частные решения;

в) $\frac{1}{3} \ln |x^3-1| + y - \ln(y+1)^2 = C$; $x=1$ – особое решение,

$y = -1$ – частное решение;

г) $\ln \frac{\sqrt[3]{|x^3-1|}}{(y+1)^2} + y = C$; $x=1, y=-1$ – особые решения;

д) $\frac{1}{3} \ln (x^3-1) + \ln(y+1)^2 = C - y$; $x=1, y=-1$ – особые решения.

6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = \sin \frac{3}{2}x \sin \frac{1}{2}x$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$.

$$\text{a)} \quad y' = \frac{83}{160} e^{2x} + \frac{83}{160} e^{-2x} - \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{16} \cos 2x;$$

$$\text{б)} \quad y' = \frac{83}{160} e^{2x} + \frac{84}{160} e^{-2x} - \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{16} \cos 2x;$$

$$\text{в)} \quad y' = \frac{83}{160} e^{2x} + \frac{83}{160} e^{-2x} - \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{16} \cos x;$$

$$\text{г)} \quad y' = e^{2x} + \frac{83}{160} e^{-2x} - \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{16} \cos 2x;$$

$$\text{д)} \quad y' = e^{2x} + e^{-2x} - \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{16} \cos 2x.$$

7. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $x \frac{\partial U}{\partial x} + yz \frac{\partial U}{\partial z} = 0$; $U = x^y$ и для $z = 1$.

$$\text{a)} \quad U = F\left(y, \frac{x^y}{z}\right); U = \frac{x^y}{z};$$

$$\text{б)} \quad U = F\left(y, \frac{x^y}{y}\right); U = \frac{x^y}{z};$$

$$\text{в)} \quad U = F\left(y, \frac{x^y}{z}\right); U = \frac{x^y}{y};$$

$$\text{г)} \quad U = F\left(z, \frac{x^y}{z}\right); U = \frac{x^y}{z};$$

$$\text{д)} \quad U = F\left(x, \frac{x^y}{z}\right); U = \frac{x^y}{z}.$$

8. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' + \sin y + x \cos y + x = 0$.

$$\text{a)} \quad \operatorname{tg} \frac{y}{2} = 1 - x + C e^{-x}; \quad y = 2\pi\kappa \quad (\kappa = 0, \pm 1, \dots) \text{ — особые решения};$$

$$\text{б)} \quad \operatorname{tg} \frac{y}{2} = 1 - x + C e^{-x};$$

$$\text{в)} \quad \operatorname{tg} \frac{y}{2} = C - x + e^{-x};$$

$$\text{г)} \quad \operatorname{tg} \frac{y}{2} - e^x = C(1 - x); \quad y = 2\pi\kappa \quad (\kappa = 0, \pm 1, \dots) \text{ — частные решения};$$

$$\text{д)} \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1 - x + C e^{-y}.$$

9. Решить задачу Коши $y''' - y'' - y' - y = 0$.

а) $y = C_1 e^x + C_2 x e^x + C_3 e^{-x}$;

б) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^x + C_3 e^{-x}$;

в) $y = C_1 e^x + C_2 x e^x + C_3 e^{-3x}$;

г) $y = C_1 e^x + C_2 x e^{2x} + C_3 e^{-x}$;

д) $y = C_1 e^x + C_2 e^x + C_3 e^{-x}$.

10. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $x \frac{\partial U}{\partial x} + y \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{z}{2} \frac{\partial U}{\partial z} = 0$

а) $U = F\left(\frac{y}{x}, \frac{z^2}{x}\right)$;

б) $U = F\left(\frac{y}{y}, \frac{z^2}{x}\right)$;

в) $U = F\left(\frac{y}{x}, \frac{z^2}{y}\right)$;

г) $U = F\left(\frac{y}{z}, \frac{z^2}{x}\right)$;

д) $U = F\left(\frac{y}{x}, \frac{z^2}{z}\right)$.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

10. Привести к каноническому виду уравнение кривой $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$.

а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$; б) $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1$; в) $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1$;

г) $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1$; д) $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{5} = 1$

11. Привести к каноническому виду уравнение кривой $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 = 0$.

а) $x^2 + y^2 = 36$; б) $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 36$; в) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 36$;

г) $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 36$; д) $x^2 + (y+3)^2 = 36$

12. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ x + 11y = 6 \end{cases}$.

а) $(1/2, 3/2)$; б) $(3/2, 1/2)$; в) $(1/2, 1/2)$; г) $(-1/2, 1/2)$; д) $(1/2, -1/2)$

13. Найти угол между параболой $y = x^2$ и $x = y^2$ в точке $A(1,1)$.

а) $\arctg \frac{1}{2}$; б) $\arctg \left(-\frac{1}{2}\right)$; в) $\arctg \left(-\frac{3}{4}\right)$; г) $\arctg \frac{7}{8}$; д) $\arctg \frac{5}{4}$

14. Привести к каноническому виду уравнение кривой $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 6 = 0$.

а) $(x-2)^2 - (y-3)^2 = 1$; б) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$; в) $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$;

г) $\frac{(x-2)^2}{3} - \frac{(y-3)^2}{4} = 1$; д) $\frac{(x-2)}{3} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$

15. Составить уравнение касательной к кривой $y = x^2$ в точке $A(1,1)$.

а) $2x - y - 1 = 0$; б) $x - y - 1 = 0$; в) $x - 2y - 1 = 0$; г) $2x + y - 1 = 0$; д) $2x - y + 1 = 0$

16. Найти уравнение асимптот гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$.

а) $y = \pm \frac{4}{3}x$; б) $y = \frac{4}{3}x$; в) $y = \pm \frac{3}{4}x$; г) $y = \pm x$; д) $y = \pm \frac{x}{2}$

17. Составить уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок $b = 1$ и образующей с положительным направлением оси абсцисс угол $\alpha = \frac{2}{3}\pi$.

а) $\sqrt{3}x + y - 1 = 0$; б) $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$; в) $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$; г) $\sqrt{3}x + y - 1 = 0$; д) $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$

18. Определить расстояние между точками $M_1\left(3; \frac{\pi}{4}\right)$ и $M_2\left(4; \frac{3\pi}{4}\right)$.

а) 3; б) 2; в) 10; г) 5; д) 4

19. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

а) $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 9 & -1 \end{pmatrix}$

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	85-100% правильных ответов
хорошо	66-84 % правильных ответов
удовлетворительно	50-65 % правильных ответов
неудовлетворительно	- меньше 50 %

5.1.7 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Введение в анализ

Вычислить следующие пределы

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 6x + 1}{3x^4}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Найти производные следующих функций

1. $y = \left(x^2 - \frac{1}{x} + 5 \right)^3$

2. $y = \frac{(x+3)\sqrt{2x-1}}{2x+7}$

3. $\frac{2x^2 + 15x + 20}{(2x+5)^2 \sqrt{3x-1}}$

Найдите асимптоты следующих функций

1. $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$

2. $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$

Исследовать на экстремум следующие функции

1. $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$

2. $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$

Интегральное исчисление функций одной переменной

Найти следующие интегралы

1. $\int \frac{x^3}{x^2+1} dx$

2. $\int_0^1 \frac{x dx}{x^4+1}$

Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$y = (x-1)^2, y^2 = x-1$

Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций

$y = x^3; y = \sqrt{x}$ вокруг оси Ox

Найти длину линии $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ от точки $x=0$ до точки $x=1$

Интегральное исчисление функций нескольких переменных

Найти интегралы

1. $\iint_D x^3 y dx dy$

если $D = [0, 1] \times [2, 3]$, $f(x, y) = x^3 y$

2. $\iint_D e^{(x^2+y^2)} dx dy$

где область D ограничена окружностью $x^2 + y^2 = 4$

Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x + z = 4$, $z = 0$

Дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $2y \sqrt{by - y^2} dx - (b^2 + x^2) dy = 0$.

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $xy' = 3y - 2x - 2\sqrt{xy - x_2}$.

3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' + \frac{x}{1-x^2} y = x\sqrt{y}$.

4. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y^2 y'^2 - 2xy' + 2y^2 - x^2 = 0$.

5. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $x^2(y+1)dx + (x^3-1)(y-1)dy = 0$.

6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = \sin \frac{3}{2} x \sin \frac{1}{2} x; \quad y(0) = 1; y'(0) = 0.$$

7. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $x \frac{\partial U}{\partial x} + yz \frac{\partial U}{\partial z} = 0$; $U = x^y$ и $z = 1$.

8. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' + \sin y + x \cos y + x = 0$.

9. Решить задачу Коши $y''' - y'' - y' - y = 0$.

10. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $x \frac{\partial U}{\partial x} + y \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{z}{2} \frac{\partial U}{\partial z} = 0$

5.1.8 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

Ряды

Исследовать на сходимость ряды

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2}}{n^2 \sin^2 n}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{2^{n+1} \cdot n!}$
3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{n}}$

Найти область сходимости функциональных рядов

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n+x^2}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Исследовать на экстремум следующие функции

1. $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$
2. $1/x + 1/y = z$

при условии, что уравнение связи имеет вид

$$x + y = 2$$

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Привести к каноническому виду уравнение кривой $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 = 0$.
3. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ x + 11y = 6 \end{cases}$$
4. Найти угол между параболой $y = x^2$ и $x = y^2$ в точке $A(1,1)$.
5. Привести к каноническому виду уравнение кривой $16x^2 - 9y^2 - 64x + 54y - 6 = 0$.
6. Составить уравнение касательной к кривой $y = x^2$ в точке $A(1,1)$.
7. Найти уравнение асимптот гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$.
8. Составить уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок $b = 1$ и образующей с положительным направлением оси абсцисс угол $\alpha = \frac{2}{3}\pi$.
9. Определить расстояние между точками $M_1(3; \pi/4)$ и $M_2(4; 3\pi/4)$.

Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три незначительные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих

Оценка	Критерии оценивания
	вопросах преподавателя

5.1.9 Типовые задания (оценочное средство - Исследовательское задание) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Приближенные вычисления с помощью дифференциального исчисления.
2. Исследование функций и построение их графиков.
3. Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной.
4. Приложения интегрального исчисления функций одной переменной.
5. Приближенные вычисления с помощью рядов.
6. Равномерная сходимость функциональных рядов.
7. Степенные ряды в комплексной области.

5.1.10 Типовые задания (оценочное средство - Исследовательское задание) для оценки сформированности компетенции ПКР-4:

1. Способы вычисления определителей.
2. Приложения аналитической геометрии.
3. Экстремумы функций нескольких переменных.
4. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.
5. Приложения интегрального исчисления функций нескольких переменных.
6. Метод вариации произвольных постоянных.
7. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Критерии оценивания (оценочное средство - Исследовательское задание)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Реферативная работа полностью раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию из первоисточников и изданий периодической печати, приводит практические примеры, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя и студентов (в процессе выступления с докладом).
хорошо	Реферативная работа частично раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию из первоисточников, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя и студентов (в процессе выступления с докладом), но при этом дает не четкие ответы, без достаточно их аргументации
удовлетворительно	Реферативная работа в общих чертах раскрывает основные вопросы теоретического материала. Студент приводит информацию только из учебников. При ответах на дополнительные вопросы (в процессе выступления с докладом) путается в ответах, не может дать понятный и аргументированный ответ
неудовлетворительно	ставится за рефераты, в которых нет информации о проблематике работы и ее

Оценка	Критерии оценивания
	месте в контексте других работ по исследуемой теме

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Матрицы и линейные действия над ними. Транспонирование матрицы.
2. Сумма матриц и ее свойства. Произведение матрицы на число, его коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность.
3. Произведение матриц. Свойства. Умножение на единичную матрицу.
4. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
5. Векторное произведение. Представление в виде определителя. Свойства. Модуль векторного произведения, его геометрический смысл.
6. Смешанное произведение векторов. Определение, представление в виде определителя. Геометрический смысл. Условие компланарности трех векторов.
7. Собственные значения и собственные векторы квадратной матрицы. Характеристическое уравнение для нахождения собственных значений. Определение собственных векторов. Нормировка собственных векторов.
8. Ортогональность собственных векторов. Произведение матрицы на матрицу собственных векторов.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Свойства определителей. Замена строк и столбцов определителя. Определители с одинаковыми строками, столбцами. Общий множитель строки. Нулевые и линейно зависимые строки, столбцы.
2. Свойства определителей. Определитель как сумма определителей. Тожественное преобразование определителя. Сумма произведений элементов строк и столбцов на алгебраическое дополнения других строк, столбцов.
3. Система линейных уравнений в матричной форме и ее решение с помощью обратной матрицы.
4. Системы линейных уравнений с квадратной матрицей. Формулы Крамера.
5. Ранг квадратной матрицы. Определение ранга матрицы методом эквивалентных преобразований.
6. Существование и единственность решения однородной системы линейных уравнений.
7. Существование и единственность решения неоднородной системы линейных уравнений, ФРС.
8. Определение вектора. Коллинеарность. Модуль. Равенство векторов.
9. Линейные действия над векторами. Сумма векторов и ее свойства. Произведение вектора на число и его свойства.
10. Проекция вектора на вектор, геометрический смысл. Свойство линейности.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства.
12. Разложение вектора в декартовом базисе. Декартова система координат и декартов базис. Равенство векторов в декартовом базисе. Геометрический смысл компонентов.
13. Действия над векторами в декартовом базисе. Сложение, вычитание, умножение на скаляр. Скалярное произведение.
14. Направляющие косинусы векторов. Угол между векторами. Условие параллельности и перпендикулярности. Расстояние между данными точками.
15. Прямая на плоскости декартовых координат. Формы уравнения прямой. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
16. Плоскость в декартовых координатах. Общее уравнение плоскости. Уравнения плоскости проходящей через точку и через три точки. Расстояние от точки до плоскости.
17. Прямая в декартовых координатах. Канонические уравнения прямой. Уравнение прямой по двум точкам. Параметрические уравнения.
18. Линии второго порядка. Общее уравнение линий второго порядка.

19. Окружность, эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения, параметрические уравнения, графики кривых.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Функции, их свойства, примеры, особенности графиков.
2. Элементарные функции и их графики.
3. Последовательность, предел последовательности. Теоремы о пределе последовательности.
4. Непрерывные функции, их свойства.
4. Понятие производной и дифференциала функции одной переменной.
5. Формулы производных суммы, произведения, частного, сложной функции.
6. Таблица производных.
7. Производные и дифференциалы высших порядков.
8. Экстремальные значения функции. Правила исследования функции на экстремум.
9. Вертикальные, наклонные и горизонтальные асимптоты.
10. Первообразная функции. Общий вид семейства первообразных.
11. Неопределенный интеграл и его свойства.
12. Таблица основных интегралов.
13. Метод интегрирования по частям.
14. Метод замены переменной.
15. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
16. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
17. Свойства определенного интеграла.
18. Формула Ньютона – Лейбница.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПКР-4

1. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
2. Вычисление объема тела по площадям параллельных сечений. Вычисление объема тела вращения.
3. Несобственные интегралы.
4. Числовой ряд, его частичные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Примеры.
5. Геометрическая прогрессия.
6. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
7. Сложение рядов и умножение ряда на число.
8. Признак сравнения рядов с положительными членами.
9. Признаки Даламбера и Коши.
10. Степенные ряды, их область сходимости.
11. Ряд Тейлора. Разложение функций $\cos x$, $\sin x$ и e^x в ряд Тейлора.

12. Матрицы. Определители и их свойства.
13. Решение линейных систем по формулам Крамера и методом Гаусса.
14. Векторы. Линейные операции над векторами.
15. Базис на плоскости и в пространстве.
16. Скалярное произведение векторов.
17. Прямая на плоскости.
18. Кривые второго порядка: окружность; эллипс; гипербола; парабола.
19. Прямая и плоскость в пространстве.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
отлично	выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с ситуационными заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.
хорошо	выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при анализе информации
удовлетворительно	выставляется в том случае, при котором студент освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении анализа информации.
неудовлетворительно	выставляется студенту, в ответе которого обнаружились существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины и / или неумение использовать полученные знания.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Богомолов Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 / Богомолов Н. В. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 439 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/490684> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-07535-9 : 1329.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=789187&idb=0>.
2. Богомолов Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2 / Богомолов Н. В. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 320 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/490686> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-07533-5 : 999.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?>

Action=FindDocs&ids=787980&idb=0.

3. Шипачев В. С. Высшая математика : учебное пособие / В. С. Шипачев. - 8-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 447 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/488662> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-12319-7 : 1369.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=819438&idb=0>.

4. Бугров Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 1 : учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 7-е изд. - Москва : Юрайт, 2022. - 253 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/491315> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-02148-6 : 839.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=821089&idb=0>.

5. Бугров Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 2 : учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 7-е изд. - Москва : Юрайт, 2022. - 246 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/491316> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-02150-9 : 819.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=817598&idb=0>.

6. Мачулис В. В. Высшая математика / Мачулис В. В. - 5-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 306 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/491078> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-01277-4 : 779.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=788062&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Ржевский Сергей Владимирович. Высшая математика : Учебник. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2018. - 814 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-16-107481-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=625937&idb=0>.

2. Лурье Инна Григорьевна. Высшая математика. Практикум : Учебное пособие / Калининградский государственный технический университет, Научно-техническая библиотека. - Москва : Вузовский учебник, 2017. - 160 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-9558-0281-7. - ISBN 978-5-16-100262-9. - ISBN 978-5-16-006215-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=595906&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;

программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/ebs>

Электронная библиотечная система "Znanium" <http://znanium.com/>

Электронно-библиотечная система Университетская библиотека ONLINE <http://biblioclub.ru/>

Фундаментальная библиотека ННГУ www.lib.unn.ru/

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: lib.arz.unn.ru

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского»
<https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации»
<https://online.edu.ru/public/promo>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: проектор, интерактивная доска

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 44.03.01 - Педагогическое образование.

Автор(ы): Атрощенко Светлана Аскольдовна, кандидат педагогических наук, доцент
Миронова Светлана Владимировна, кандидат педагогических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Нестерова Лариса Юрьевна, кандидат педагогических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 27.11.2024 г., протокол № №9.