

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
модуля (курса)
«Основы высшей математики »

1. АННОТАЦИЯ

Программа рассматривает основные алгебраические структуры, комплексные числа, векторные пространства, системы линейных уравнений, матрицы и определители, линейные отображения, группы, кольца, многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, алгебраические числа, элементы векторной алгебры., аффинную и прямоугольную системы координат на плоскости и в трёхмерном пространстве., N-мерные аффинные и евклидовы пространства, квадратичные формы и квадратики в n-мерных аффинных и евклидовых пространствах, конические сечения и поверхности второго порядка., преобразования плоскости., классификацию движений, подобий, аффинных преобразований, общие вопросы аксиоматики, аксиоматика Вейля, ее непротиворечивость., аксиоматика Гильберта., системы аксиом школьного курса геометрии, геометрия Лобачевского и её модели, основные факты геометрии плоскости Лобачевского.

Основной формой итоговой аттестации слушателя при освоении курса является экзамен .

Цель: формирование систематизированных знаний в области алгебры, геометрии, основ математического анализа и их методов

2. СОДЕРЖАНИЕ

№ п/п	Наименование модуля, разделов и тем	Содержание обучения (по темам в дидактических единицах), наименование и тематика лабораторных работ, практических занятий (семинаров), самостоятельной работы с указанием кол-ва часов, используемых образовательных технологий и рекомендуемой литературы
1	Основные алгебраические структуры.	Основные алгебраические структуры. Лекция 6 часов
2	Общие вопросы аксиоматики. Аксиоматика Вейля, ее непротиворечивость. Аксиоматика Гильберта. Системы аксиом школьного курса геометрии.	Общие вопросы аксиоматики. Аксиоматика Вейля, ее непротиворечивость. Аксиоматика Гильберта. Системы аксиом школьного курса геометрии. Лекция 8 часов
3	Геометрия Лобачевского и её модели. Основные факты геометрии плоскости Лобачевского.	Геометрия Лобачевского и её модели. Основные факты геометрии плоскости Лобачевского. Лекция 6 часов
	Лабораторные работы	Наименование (кол-во часов)
	Практические занятия (семинары)	26 часов Комплексные числа Векторные пространства

		<p>Системы линейных уравнений Матрицы и определители Линейные отображения Группы Кольца Многочлены от одной переменной Многочлены от нескольких переменных Многочлены на полях действительных чисел и комплексных чисел Многочлены над полем рациональных чисел. Алгебраические числа Элементы векторной алгебры. Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости и в трёхмерном пространстве. N-мерные аффинные и евклидовы пространства. Квадратичные формы и квадратики в n-мерных аффинных и евклидовых пространствах. Конические сечения и поверхности второго порядка. Преобразования плоскости. Классификация движений, подобий, аффинных преобразований. Задачи на преобразования плоскости. Параллельная проекция фигур на плоскость и её свойства. Изображение плоских и пространственных фигур. Решение метрических и позиционных задач на изображениях. Проективная плоскость и её свойства. Аффинная геометрия с проективной точки зрения. Аналитическое задание прямых и кривых на проективной плоскости. Конструктивные теоремы проективной плоскости.</p>
	Стажировка	Тематика (кол-во часов)
	Самостоятельная работа	Тематика (кол-во часов)

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ МОДУЛЯ

(формы аттестации, оценочные и методические материалы)

Программа предусматривает организацию самостоятельной работы слушателей. Основные виды самостоятельной работы: изучение основной и дополнительной литературы, нормативных документов; выполнение заданий при подготовке к практическим занятиям; поиск интернет-ресурсов при подготовке рефератов, ответов на вопросы, подготовка к экзамену.

Самостоятельная работа предполагает следующие формы и методы:

- *индивидуальные задания:*
 - подготовка конспектов, рефератов с мультимедиа-презентацией;
 - работа с интернет-сайтами для получения материалов при подготовке рефератов и ответов;
 - подготовка к сдаче экзамена.

- *групповые задания:*
- фронтальные опросы (устные и письменные).

Текущий контроль осуществляется посредством индивидуальных и фронтальных форм организации обучения (опрос, дискуссия, презентация).

Промежуточный контроль осуществляется по результатам изучения темы в форме подготовки рефератов, презентаций, кластеров, буклетов, интеллект-карт.

Для проведения контроля сформированности компетенции используется устный опрос при проведении зачета.

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устный ответ;

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- письменная реферативная работа;
- презентации.

Шкалы оценки для проведения экзамена

Оценки «**отлично**» заслуживает студент, получивший оценку «отлично» за устный ответ на экзамене и выполнивший не менее 5 индивидуальных заданий.

Оценки «**хорошо**» заслуживает студент, получивший оценку «хорошо» за устный ответ на экзамене и выполнивший не менее 4 индивидуальных заданий.

Оценки «**удовлетворительно**» заслуживает студент, получивший оценку «удовлетворительно» за устный ответ на экзамене и выполнивший не менее 3 индивидуальных заданий.

Оценка «**неудовлетворительно**» заслуживает студент, получивший оценку «неудовлетворительно» за устный ответ на экзамене и выполнивший менее 3 индивидуальных заданий

Критерии и показатели оценки устного ответа

<i>Показатели</i>	<i>Критерии оценки показателя</i>		
	<i>Отлично</i>	<i>Хорошо</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Знание материала</i>	– содержание материала раскрыто в полном объеме, предусмотренным программой	– не полно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса, достаточное для дальнейшего изучения программ. материала	– не раскрыто основное содержание учебного материала
<i>Последовательность изложения</i>	– содержание материала раскрыто последовательно, достаточно хорошо продумано	– последовательность изложения материала недостаточно продумана	– путаница в изложении материала
<i>Владение речью и терминологией</i>	– материал изложен четко, с точным использованием терминологии	– в изложении материала имелись затруднения и допущены ошибки в определении понятий и в использовании терминологии	– допущены ошибки в определении понятий
<i>Применение конкретных примеров</i>	– показано умение иллюстрировать материал конкретными примерами	– приведение примеров вызывает затруднение	– неумение приводить примеры при объяснении материала

<i>Знание ранее изученного материала</i>	– продемонстрировано усвоение ранее изученного материала	– с трудом вспоминает ранее изученный материал	– незнание ранее изученного материала
<i>Уровень теоретического анализа</i>	– показано умение делать обобщение, выводы, сравнение; –	– обобщение, выводы, сравнение делаются с помощью преподавателя	– полное неумение делать обобщение, выводы, сравнения
<i>Степень самостоятельности</i>	– содержание материала изложено самостоятельно, без наводящих вопросов	– содержание материала излагалось с помощью наводящих вопросов и подсказок	– содержание материала излагалось с многочисленными подсказками, показавшими незнание или непонимание большей части учебного материала
<i>Выполнение регламента</i>	– материал изложен в строго определенных рамки, ответы лаконичны	– изложение материала растянуто	– регламент выступления не соблюден

Критерии оценки письменной реферативной работы

«Отлично» – реферативная работа полностью раскрывает основные вопросы теоретического материала. Слушатель приводит информацию из первоисточников и изданий периодической печати, приводит практические примеры, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя (при докладе).

«Хорошо» – реферативная работа частично раскрывает основные вопросы теоретического материала. Слушатель приводит информацию из первоисточников, отвечает на дополнительные вопросы преподавателя (при докладе), но при этом дает не четкие ответы, без достаточно их аргументации.

«Удовлетворительно» – реферативная работа в общих чертах раскрывает основные вопросы теоретического материала. Слушатель приводит информацию только из учебников. При ответах на дополнительные вопросы путается в ответах, не может дать понятный и аргументированный ответ.

Критерии оценивания презентаций

Оценка «отлично» ставится, если:

Тема презентации	Соответствие названию ВМ.
Дидактические и методические цели и задачи презентации	Соответствие целей поставленной теме. Достижение поставленных целей и задач.
Выделение основных идей презентации	Соответствие целям и задачам. Содержание умозаключений. Вызывают интерес у аудитории.
Содержание	Достоверная информация. Все заключения подтверждены достоверными источниками. Язык изложения материала понятен аудитории. Актуальность, точность и полезность содержания.
Подбор информации для создания презентации	Наличие графических иллюстраций для презентации, статистики, диаграмм, графиков, примеров, сравнений, цитат и т.д. Использование ресурсов Интернет.
Подача материала презентации	Хронология. Приоритет. Тематическая последовательность. Структура по принципу «проблема–решение».
Логика и переходы во время презентации	От вступления к основной части. От одной основной идеи (части) к другой. От одного слайда к другому. Гиперссылки.
Заключение	Яркое высказывание – переход к заключению. Повторение основных целей и задач. Выводы.

	Подведение итогов. Короткое и запоминающееся высказывание в конце.
Дизайн презентации	Шрифт (читаемость). Корректно выбран цвет (фона, шрифта, заголовков). Элементы анимации.
Техническая часть	Грамматика. Культура письменной речи. Отсутствие ошибок правописания и опечаток.

Оценка «хорошо» бакалавру ставится, если:

Тема презентации	Соответствие названию ВМ.
Дидактические и методические цели и задачи презентации	Незначительное нарушение в постановке целей, задач.
Выделение основных идей презентации	Выявлены незначительные нарушения в содержании умозаключений. Затруднён процесс восприятия презентации.
Содержание	Достоверная информация. Все заключения подтверждены достоверными источниками. Наблюдаются моменты, затрудняющие понимание аудиторией излагаемого материала. Актуальность, точность и полезность содержания.
Подбор информации для создания презентации	Не использованы все возможности подбора информации для создания презентации (наличие графических иллюстраций для презентации, статистики, диаграмм, графиков, примеров, сравнений, цитат и т.д.) Использование ресурсов Интернет.
Подача материала презентации	Незначительно нарушена хронология события. Приоритет. Тематическая последовательность. Структура по принципу «проблема–решение».
Логика и переходы во время презентации	Незначительно нарушены переходы (от вступления к основной части, от одной основной идеи (части) к другой, от одного слайда к другому). Гиперссылки.
Заключение	Незначительные нарушения в оформлении заключения. (яркое высказывание – переход к заключению, повторение основных целей и задач, выводы, подведение итогов, короткое и запоминающееся высказывание в конце).
Дизайн презентации	Незначительное нарушение в дизайне презентации (шрифт (читаемость), корректно выбран цвет (фона, шрифта, заголовков), элементы анимации.
Техническая часть	Незначительные нарушения в речевом оформлении (Грамматика, культура письменной речи, отсутствие ошибок правописания и опечаток).

Оценка «удовлетворительно» бакалавру ставится, если:

Тема презентации	Соответствие названию ВМ.
Дидактические и методические цели и задачи презентации	Нарушение в постановке целей, задач.
Выделение основных идей презентации	Выявлены нарушения в содержании умозаключений. Затруднён процесс восприятия презентации.
Содержание	Нарушена достоверность информации. Не все заключения подтверждены достоверными источниками. Наблюдаются моменты, затрудняющие понимание аудиторией излагаемого материала. Не прописана актуальность, наличие неточностей в содержании.
Подбор информации для создания презентации	Не использованы все возможности подбора информации для создания презентации (наличие графических иллюстраций для презентации, статистики, диаграмм, графиков, примеров, сравнений, цитат и т.д.) Не использование ресурсов Интернет.
Подача материала презентации	Нарушена хронология событий. Отсутствует тематическая последовательность. Нарушена структура по принципу «проблема–решение».
Логика и переходы во время презентации	Нарушены переходы (от вступления к основной части, от одной основной идеи (части) к другой, от одного слайда к другому).

	Наличие нерабочих гиперссылок.
Заключение	Нарушения в оформлении заключения (яркое высказывание – переход к заключению, повторение основных целей и задач, выводы, подведение итогов, короткое и запоминающееся высказывание в конце).
Дизайн презентации	Нарушение в дизайне презентации (шрифт (читаемость), корректно выбран цвет (фона, шрифта, заголовков), элементы анимации).
Техническая часть	Нарушения в речевом оформлении (грамматика, культура письменной речи, отсутствие ошибок правописания и опечаток).

Самостоятельная внеаудиторная работа осуществляется в следующих формах:

1. Работа с компьютерными обучающими программами, электронными учебниками, тренажерами, лабораторными практикумами, тестовыми системами.
2. Использование профессиональных прикладных программ.
3. Использование интеллектуальных и обучающих экспертных систем.
4. Работа со средствами телекоммуникации, в том числе электронной почтой, телеконференциями, Интернетом и т.д.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить: а) $(-\cos \frac{11\pi}{4} - i \sin \frac{11\pi}{4})^{600}$; б) $(i \sin 80^\circ - 1 + \cos 80^\circ)^{720}$
2. Вычислить: $\cos \frac{\pi}{31} - \cos \frac{2\pi}{31} + \cos \frac{3\pi}{31} - \dots - \cos \frac{30\pi}{31}$
3. Вычислить: $\sqrt[6]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$
4. Определите, какое множество точек комплексной плоскости задается условием:
 $1 \leq |2 - z| < 3$
5. Решите по правилу Крамера систему линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$
6. Лин.оператор f пр-ва M задан в некотором базисе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$ матрицей
$$A_f = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$
7. а) Найдите ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора f .
8. б) Найдите собственные векторы и собственные значения линейного оператора f .
9. Линейный оператор φ в базисе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}, \overline{e_4}$ имеет матрицу
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 Найдите матрицу этого оператора в базисе $\overline{a_1} = \overline{e_1}, \overline{a_2} = \overline{e_1} + \overline{e_2}, \overline{a_3} = \overline{e_2} + \overline{e_3}, \overline{a_4} = \overline{e_3} + \overline{e_4}.$
10. Найти частное и остаток при делении $2x^5 - 5x^3 + 8x$ на $x + 3$.
11. Найти рациональные корни многочлена $5x^4 - 6x^3 - 15x^2 + 43x - 30$.
12. Определить c так, чтобы произведение двух корней уравнения $x^3 - 20x + c = 0$, было равно третьему корню.
13. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{7}{1 - \sqrt[4]{2} + \sqrt{2}}.$
14. Найти многочлен $f(x) = x^3 + px^2 - 6x + 8$ и его корни, если известно, что они образуют геометрическую прогрессию.

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить: а) $(-\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6})^{181}$; б) $(1 - \cos 170^\circ - i \sin 170^\circ)^{120}$
 2. Вычислить: $\cos \frac{\pi}{101} + \cos \frac{2\pi}{101} + \cos \frac{3\pi}{101} + \dots + \cos \frac{100\pi}{101}$.
 3. Вычислить: $\sqrt[8]{\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}}$
 4. Определите, какое множество точек комплексной плоскости задается условием:

$$\begin{cases} |z - 2 - i| \leq 3 \\ |z - 1 + i| \geq 2 \end{cases}$$
 5. Решите по правилу Крамера систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$
 6. Лин. оператор f пр-ва M задан в некотором базисе $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$ матрицей

$$A_f = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$
 7. а) Найдите ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора f .
 8. б) Найдите собственные векторы и собственные значения линейного оператора f .
 9. Линейный оператор φ в базисе $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3, \overline{e}_4$ имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
- Найдите матрицу этого оператора в базисе
- $$\overline{a}_1 = \overline{e}_1, \overline{a}_2 = \overline{e}_1 + \overline{e}_2, \overline{a}_3 = \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3, \overline{a}_4 = \overline{e}_1 + \overline{e}_2 + \overline{e}_3 + \overline{e}_4.$$
10. Вычислить $f(c)$, если $f(x) = x^5 - 4ix^4 + x^2 - 3$, $c = 2 - i$.
 11. Найти НОД и НОК многочленов $f(x) = (x - 1)(x + 2)^2(x - 3)$, $g(x) = x^2 + x - 6$.
 12. Определить c так, чтобы сумма двух корней уравнения $x^3 + 12x^2 + c = 0$ была равна третьему корню.
 13. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{1}{\sqrt{5} - 2\sqrt{3} - 1}$.
 14. Докажите, что в кольце $C[x]$ для любых неотрицательных k, l, m, n

$$i. (x^{4k} + x^{4l+1} + x^{4m+2} + x^{4n+3}) : (x^3 + x^2 + x + 1).$$

ВАРИАНТ 3

1. Вычислить: а) $(\sin \frac{2\pi}{3} + i \cos \frac{2\pi}{3})^{100}$; б) $(1 + \cos 70^\circ + i \sin 70^\circ)^{60}$
2. Вычислить: $\sin \frac{\pi}{100} - \sin \frac{3\pi}{100} + \sin \frac{5\pi}{100} - \dots - \sin \frac{99\pi}{100}$.
3. Вычислить: $\sqrt[6]{\frac{1-i}{1+i\sqrt{3}}}$
4. Определите, какое множество точек комплексной плоскости задается условием:

- $$\begin{cases} |z + 1 + 2i| < 1 \\ |z - 2 - 2i| = 2 \end{cases}$$
5. Решите по правилу Крамера систему линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$
6. Лин. оператор пр-ва M задан в некотором базисе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$ матрицей $A_f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
7. а) Найдите ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора f .
8. б) Найдите собственные векторы и собственные значения линейного оператора f .
9. Линейный оператор φ в базисе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}, \overline{e_4}$ имеет матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора в базисе $\overline{a_1} = 2\overline{e_1} + \overline{e_2} + \overline{e_3} + \overline{e_4}$, $\overline{a_2} = 3\overline{e_1} + 2\overline{e_2} + \overline{e_3} + \overline{e_4}$, $\overline{a_3} = 4\overline{e_1} + 3\overline{e_2} + 2\overline{e_3} + \overline{e_4}$, $\overline{a_4} = 5\overline{e_1} + 4\overline{e_2} + 3\overline{e_3} + 2\overline{e_4}$.
10. Найти остаток при делении $x^{68} - 4x^{31} + 5$ на $x^2 - 1$.
11. Найти все корни уравнения $4x^4 - 24x^3 + 53x^2 + 18x - 42 = 0$, если один из них $c = 3 - i\sqrt{5}$.
12. При делении $f(x)$ на $x + 1$, $x - 1$, $x + 3$ остатки равны соответственно 5; -4; 6. Чему равен остаток при делении $f(x)$ на $(x^2 - 1)(x + 3)$.
13. При каких значениях A и B $(x^8 + Ax^5 + 4x^2 + B) : (x^2 - 1)$.
14. Доказать, что $(x^{202} + x^{53} + 1) : (x^2 + x + 1)$

ВАРИАНТ 4

1. Вычислить: $\left(1 - \frac{(\sqrt{3} - i)}{2}\right)^{24}$
2. Доказать, что $\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11} = \frac{1}{2}$
3. Вычислить: $\sqrt[6]{\frac{\sqrt{3} - i}{-1 + i}}$
4. Определите, какое множество точек комплексной плоскости задается условием: $|z - 1| = |z + 2i|$
5. Решите по правилу Крамера систему линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 11. \end{cases}$$
6. Лин. оператор f пр-ва M задан в базисе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}$ матрицей $A_f = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}$.
7. а) Найдите ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора f .
8. б) Найдите собственные векторы и собственные значения линейного оператора f .

9. Линейный оператор φ в базисе $\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3}, \overline{e_4}$ имеет матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите

матрицу этого оператора в базисе $\overline{a_1} = 2\overline{e_1} - \overline{e_2} - 2\overline{e_3} + 3\overline{e_4}$, $\overline{a_2} = 3\overline{e_1} - \overline{e_2} - 2\overline{e_3} + 2\overline{e_4}$,
 $\overline{a_3} = 2\overline{e_1} - 2\overline{e_3} + 2\overline{e_4}$, $\overline{a_4} = 2\overline{e_1} - \overline{e_2} - \overline{e_3} + 2\overline{e_4}$.

10. 1. Найти кратность корня $c = 2$ многочлена $f(x) = x^5 - 5x^4 + 40x^2 - 80x + 48$.

11. Найти остаток при делении $x^{10} - 2x^9 + 3x^8 - x^2 + 2x - 1$ на $x^4 - 1$.

12. Доказать: $[(x+3)^{25} - (x+1)^5 + x] : (x+2)$.

13. Найти все корни уравнения $x^3 - 4x^2 + 3x + 30 = 0$, если известен один из них
 $c = 3 - i\sqrt{6}$.

14. Найти многочлен третьей степени, корнями которого являются кубы корней
 многочлена $x^3 - x - 1$.

ТЕСТ

Вариант 1

В каждом задании выберите один или несколько правильных ответов из четырех предложенных. На выполнение всех заданий отводится 90 минут.

1. Если $A = \{-3, -2, 0, 1, 2\}$, $B = \{-2, 0, 2, 5\}$, то $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$,

1) $\{-3, -2, 0, 1, 2, 5\}$, $\{-2, 0, 2\}$, $\{-3, 5\}$

2) $\{-2, -3, 1, 2, 5\}$, $\{2, 0, -2\}$, $\{-3, 1\}$

3) $\{-3, -2, 0, 1, 2, 5\}$, $\{-2, 0, 2\}$, $\{-3, 1\}$

4) $\{-2, 0, 2\}$, $\{-3, -2, 1, 2, 5\}$, $\{5, 1\}$

2. Из следующих отношений

1) $(x, y) \in \rho \Leftrightarrow y = x^2$, $x, y \in R$

2) $(x, y) \in \rho \Leftrightarrow x = y^2$, $x, y \in R$

3) $(x, y) \in \rho \Leftrightarrow y - x = 3$, $x, y \in R$

4) $(x, y) \in \rho \Leftrightarrow |y - x| = 3$, $x, y \in R$

функциональными являются

1) 1, 3, 4 2) 1, 2, 3 3) 1, 3 4) 1, 4 5) 3, 4

3. Сумма кубов трех последовательных натуральных чисел делится на

1) 2 2) 4 3) 5 4) 9

4. Тригонометрическая форма комплексного числа $\sqrt{3} - i$ имеет вид

1) $2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$

2) $2(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3})$

3) $2(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6}))$

4) $\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}$

5. Степень $\left(\frac{4}{\sqrt{3}+i}\right)^{12}$ равна

1) 4^{12}

2) 1

3) $(2i)^{12}$

4) 2^{12}

6. Если в кольце K для любых $a, b \in K$ выполняется равенство $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, то кольцо K

1) без делителей нуля

2) коммутативно

- 3) кольцо с 1
4) не является кольцом
7. Условием $\frac{\pi}{4} < \arg z < \pi$ задается множество точек комплексной плоскости
- 1) внутренняя часть угла с вершиной в начале координат, ограниченного лучами, образующими углы $\frac{\pi}{4}$ и π
2) угол с центром в точке $(1,0)$, образованный углами $\frac{\pi}{4}$ и π
3) угол между лучами, образующими углы $\frac{\pi}{2}$ и π
4) часть круга между лучами, образующими углы $\frac{\pi}{4}$ и π
8. Число векторов базиса арифметического векторного пространства A_5 равно
1) двум 2) трем 3) пяти 4) n
9. Если $(1-i)\bar{z} - 3iz = 2 - i$, то z равно
1) $1 - i$ 2) 1 3) -1 4) i
10. Из следующих множеств мультипликативной группой являются
1) множество целых чисел
2) множество натуральных чисел
3) множество рациональных чисел
4) множество нечетных целых чисел
11. Результат вычисления $(1-2i)^4$ равен
1) $7-24i$ 2) $-5+12i$ 3) $-7+12i$ 4) $-7+24i$
12. Система линейных уравнений совместна, если:
1) $r(A) = r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы;
2) $r(A) \neq r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы;
3) $r(A) < r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы;
4) $r(A) > r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы.
13. Система линейных уравнений имеет единственное решение, если:
1) $r(A) = r(\bar{A})$ и ее ранг меньше числа неизвестных;
2) $r(A) < r(\bar{A})$ и $r(A)$ равен числу неизвестных;
3) $r(A) = r(\bar{A})$ и ее ранг равен числу неизвестных;
4) $r(A) \neq r(\bar{A})$ и $r(A)$ меньше числа неизвестных.
14. Если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, то
- 1) $A+B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -7 & 15 \end{pmatrix}$; $AB = \begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$, $-4A = \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -28 & -20 \end{pmatrix}$;
2) $A+B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; $AB = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -7 & 15 \end{pmatrix}$, $-4A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$;
3) $A+B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; $AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -15 & -6 \end{pmatrix}$, $-4A = \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -28 & -20 \end{pmatrix}$;

4) $A+B=\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; $AB=\begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$, $-4A=\begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -28 & -20 \end{pmatrix}$.

15. Если $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$, то X есть

1) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; 3) $\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

16. Если перестановка $(m, 3, 4, 7, n, 2, 6, 5)$ четна, то

1) $m=1, n=8$; 2) $m=9, n=8$; 3) $m=8, n=1$; 4) $m=8, n=9$.

17. Если в определителе поменять местами две строки (или два столбца), то

1) получится определитель, равный данному;

2) знак определителя изменится на противоположный;

3) получится определитель, равный нулю;

4) определитель увеличится в два раза.

18. Кратность корня $c = 1$ многочлена $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 5x + 1$ равна

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

19. НОД многочленов $x^4 + 4x^3 - 7x + 2$, $x^3 + 3x^2 - 4$ есть

1) $x^2 + x - 2$, 2) $x - 1$, 3) $x^2 + x + 1$, 4) 1

20. Дробь $\frac{7 - 4\sqrt[3]{49}}{2\sqrt[3]{49} + 7\sqrt[3]{7} - 21}$ равна

1) $\frac{5}{2}\sqrt[3]{49} + \frac{9}{2}\sqrt[3]{7} + \frac{17}{2}$, 2) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{49} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{7}$ 3) $\frac{2}{7}\sqrt[3]{49} + \frac{11}{5}\sqrt[3]{7} + \frac{4}{3}$ 4) $-\frac{1}{5}\sqrt[3]{49} + \frac{13}{5}$

ОТВЕТЫ

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
№ правильного ответа	3	3	4	3	4	2	1	3	4	3	4

№ задания	12	13	14	15	16	17	18	19	20
№ правильного ответа	1	3	4	1	3	2	3	1	1

Вариант 2

В каждом задании выберите один или несколько правильных ответов из четырех предложенных. На выполнение всех заданий отводится 90 минут.

1. Если $A = \{-2, 3\}$ и $B = \{1, -2, 5\}$, то $A \times B =$

1) $\{(-2, 1), (-2, -2), (3, 1), (3, 5)\}$

2) $\{(1, -2), (1, 3), (-2, -2), (5, 3)\}$

3) $\{(-2, 5), (-2, 1), (3, 1), (3, 5), (3, -2), (1, 5)\}$

4) $\{(-2, 1), (-2, -2), (-2, 5), (3, 1), (3, -2), (3, 5)\}$

2. Из следующих операций 1) $a \times b = \frac{a+b}{2}$; 2) $a \times b = a + b$; 3) $a \times b = ab^2$; 4) $a \times b = a^b$; 5)

$a \times b = |a - b|$ являются Высшая алгебраическими на множестве R_+

1) 1, 2

2) 2, 3

3) 4

4) 2, 5

3. При любом натуральном n $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ равно

$$1) \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad 2) \frac{n}{2n+2} \quad 3) \frac{n}{4n+1} \quad 4) \frac{n^2(n+1)}{2}$$

4. Различных корней в поле \mathbb{C} из числа $\sqrt[6]{-1-i}$

- 1) 6 2) 3 3) 1 4) бесчисленное множество 5) корней нет

5. Базис системы векторов

$$\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 1), \mathbf{a}_2 = (1, 1, 1, 0), \mathbf{a}_3 = (1, 1, 0, 0), \mathbf{a}_4 = (1, 0, 0, 0), \mathbf{a}_5 = (1, 2, 3, 4)$$

состоит из векторов

- 1) $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ 2) $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ 3) $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5$ 4) $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$

6. Пусть $*$ – бинарная операция на множестве N : $a * b = \text{НОД}(a, b)$. Тогда из утверждений

- 1) $*$ – коммутативна
2) $*$ – ассоциативна
3) имеется нейтральный элемент
4) $*$ – обратима

справедливы

- 1) 1 и 3 2) 3 3) 2 4) 1 и 2

7. Система линейных уравнений имеет единственное решение, если в матрице ступенчатого вида

- 1) число строк больше числа неизвестных
2) число строк меньше числа неизвестных
3) число ненулевых строк равно числу неизвестных
4) число столбцов равно числу неизвестных

8. Система уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 6x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\ 5x_1 - 6x_2 - 4x_3 - 7x_4 &= 0 \end{aligned}$$

имеет

- 1) единственное решение
2) множество решений
3) бесчисленное множество решений
4) не имеет решения

9. Если $z_1 = r_1 (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)$ и $z_2 = r_2 (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$, то $\frac{z_1}{z_2}$ равно

- 1) $\frac{r_1}{r_2} (\cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2})$
2) $\frac{r_1}{r_2} (\cos (\varphi_2 - \varphi_1) + i \sin (\varphi_2 - \varphi_1))$
3) $\frac{r_1}{r_2} (\cos (\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin (\varphi_1 - \varphi_2))$
4) $\cos (\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin (\varphi_1 + \varphi_2)$

10. Из следующих множеств

- 1) множество четных целых чисел
2) множество натуральных чисел
3) множество положительных рациональных чисел
4) множество отрицательных целых чисел

относительно сложения и умножения являются кольцами

- 1) 1 2) 1, 2 3) 1, 3 4) 2, 4

11. Аргумент комплексного числа: $-\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ равен

- 1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\frac{4\pi}{3}$ 3) $-\frac{\pi}{3}$ 4) $\frac{5\pi}{3}$

12. Из нижеприведенных систем линейных уравнений

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 0 \\ -x_2 - 2x_4 = 0 \\ 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ -5x_4 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 6x_3 + x_4 = -4 \\ -x_2 - x_3 + 5x_4 = 4 \\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 = 9; \end{cases}$$

- 1) обе системы совместны;
2) обе системы несовместны;
3) система а) – совместна, система б) – несовместна;
4) система б) – совместна, система а) – несовместна.

13. Матрица A является невырожденной, если:

- 1) ее определитель равен нулю;
2) система ее строк линейно зависима;
3) она получена из единичной матрицы путем одного из элементарных преобразований;
4) система ее строк линейно независима.

14. Таблица $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ есть

- 1) подстановка четная;
2) подстановка нечетная;
3) является подстановкой, но ни четной, ни нечетной;
4) не является подстановкой.

15. Если к i -ой строке (столбцу) определителя прибавить его j -ую строку (столбец), умноженную на число k , то:

- 1) получится определитель, равный данному;
2) знак определителя изменится на противоположный;
3) получится определитель, равный нулю;
4) определитель увеличится в k раз.

16. Система линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 11 \end{cases}$ имеет решение

- 1) $x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = 1$; 2) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1$; 3) $x_1 = -x_2 + \frac{1}{2}x_3$, где x_2, x_3 – свободные неизвестные; 4) система несовместна.

17. Пусть a_1, a_2, a_3 – базис векторного пространства M_3 и A_f – матрица линейного оператора f в данном базисе. Если

$$A_f = \begin{pmatrix} 5 & -4 & -2 \\ 7 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

то

$$1) f(a_1) = (5, 7, 0), f(a_2) = (-4, -3, 0),$$

$$f(a_3) = (-2, 1, 4);$$

$$2) f(a_1) = (5, -4, -2), f(a_2) = (7, -3, 1), f(a_3) = (0, 0, 4);$$

$$3) f(a_1) = (-5, 4, 2), f(a_2) = (-7, 3, -1), f(a_3) = (0, 0, -4);$$

$$4) f(a_1) = (-5, -7, 0), f(a_2) = (4, 3, 0), f(a_3) = (2, -1, -4).$$

18. Кратность корня $c = -1$ многочлена $5x^4 + 14x^3 + 12x^2 + 2x - 1$ равна

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

19. НОД многочленов $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 2$, $x^5 - 1$ есть

1) $x^2 + x - 2$, 2) $x - 1$, 3) $x^2 + x + 1$, 4) 1

20. Дробь $\frac{1}{\sqrt[4]{27} + 2\sqrt[4]{9} + \sqrt[4]{3} + 1}$ равна

1) $-\frac{1}{7}\sqrt[4]{27} + \frac{2}{7}\sqrt[4]{9} - \frac{1}{7}\sqrt[4]{3} + \frac{1}{7}$ 2) $-\frac{1}{7}\sqrt[4]{27} + \frac{2}{7}\sqrt[4]{9} - \frac{1}{7}\sqrt[4]{3}$ 3) $-\frac{1}{7}\sqrt[4]{27} + \frac{2}{7}\sqrt[4]{9} + \frac{1}{7}$ 4) $-\frac{1}{7}\sqrt[4]{27} - \frac{1}{7}\sqrt[4]{3} + \frac{1}{7}$

ОТВЕТЫ

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
№ правильного ответа	4	4	1	1	4	4	3	3	3	1	1

№ задания	12	13	14	15	16	17	18	19	20
№ правильного ответа	3	4	1	1	1	2	3	2	1

Вариант 3

В каждом задании выберите один или несколько правильных ответов из четырех предложенных. На выполнение всех заданий отводится 90 минут.

1. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$ заданы бинарные отношения:

1) $\rho_1 = \{(2, 2), (4, 4), (1, 2), (3, 4)\}$

2) $\rho_2 = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

3) $\rho_3 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (3, 2)\}$

Из них отношениями эквивалентности являются

1) ρ_1 2) ρ_1, ρ_3 , 3) ρ_2, ρ_3 4) ρ_1, ρ_2

2. Из множеств 1) $\{a+b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$, 2) $\{\frac{a}{3^k} \mid a, k \in \mathbb{N}\}$, 3) $\{a+bi \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$, 4) $2\mathbb{N}$

аддитивными группами являются

1) 1 2) 1, 2 3) 2, 3 4) 1, 3

3. i^{123} равно

1) 1 2) -1 3) i 4) $-i$

4. Корни уравнения $x^4 - 16 = 0$ в поле \mathbb{C} следующие

1) $-2, 2$ 2) $-2, 2, 2i, -2i$ 3) $i, -i, 1, -1$ 4) $1+i, 1-i, 2, -2$

5. Ранг системы векторов $a_1 = (2, -1, -3, 2, -6)$, $a_2 = (1, 5, -2, 3, 4)$, $a_3 = (3, 4, -1, 5, 7)$, $a_4 = (3, -7, 4, 1, -7)$, $a_5 = (0, 11, -5, 4, -4)$ равен

1) 2 2) 3 3) 5 4) 4

6. На множестве Z задано бинарное отношение $\rho: (x, y) \in \rho \Leftrightarrow x \vdash y$. Тогда верно утверждение

1) ρ – отношение порядка

2) ρ – отношение эквивалентности

3) ρ – отношение линейного порядка

4) ρ – рефлексивно и антисимметрично

7. Система двух векторов линейно-зависима, если:

1) векторы не равны нулю

2) один из векторов равен нулю

3) векторы не пропорциональны

4) векторы пропорциональны

8. Если система векторов линейно-независима, то ее подсистема

- 1) линейно-зависима
- 2) линейно-независима
- 3) содержит хотя бы один нулевой вектор
- 4) не содержит ни одного нулевого вектора

9. Если $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, то z^n равно

- 1) $r^n(\cos n \varphi + i \sin n \varphi)$
- 2) $r^n(\cos \varphi + i \sin \varphi)$
- 3) $nr(\cos n \varphi + i \sin n \varphi)$
- 4) $r^n(\cos \varphi - i \sin \varphi)$

10. Из следующих высказываний 1) $A \wedge B \Leftrightarrow A \vee B$, 2) $A \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B)$, 3) $A \wedge A \Leftrightarrow A$, 4) $A \vee B \Leftrightarrow A \wedge B$ являются законами

- 1) 2, 3
- 2) 2, 3
- 3) 1, 4
- 4) 3

11. Из следующих систем векторов

1) $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 1)$ $\mathbf{a}_2 = (-1, 1, 1, -1)$ $\mathbf{a}_3 = (-2, 1, 2, -1)$	2) $\mathbf{a}_1 = (1, -1, -1, 1)$ $\mathbf{a}_2 = (2, 2, 2, 2)$ $\mathbf{a}_3 = (1, -2, 1, -2)$	3) $\mathbf{a}_1 = (1, -1, 1, -1)$ $\mathbf{a}_2 = (1, 1, 1, 1)$ $\mathbf{a}_3 = (1, 1, -1, -1)$	4) $\mathbf{a}_1 = (3, -3, 3, -3)$ $\mathbf{a}_2 = (1, 2, 1, 2)$ $\mathbf{a}_3 = (1, -1, 1, -1)$
--	--	--	--

являются ортогональными

- 1) 1
- 2) 2, 3
- 3) 3
- 4) 3, 4

12. Матрица обратима тогда и только тогда, когда

- 1) она невырождена;
- 2) она вырождена;
- 3) она является квадратной и вырожденной;
- 4) она является квадратной и невырожденной.

13. Биективное отображение на себя множества чисел $1, 2, \dots, n$ называется

- 1) перестановкой n -ого порядка;
- 2) подстановкой n -ого порядка;
- 3) изоморфизмом;
- 4) инверсией.

14. Произведение подстановок: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ равно

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$;
- 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$;
- 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$;
- 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

15. Уравнение $\begin{vmatrix} x & -y \\ y & x \end{vmatrix} = 0$, где x, y – действительные числа, имеет решение

- 1) $x = y$, $x = -y$, где y – произвольное действительное число;
- 2) $x = y = 0$;
- 3) $x = -y$, где y – произвольное действительное число;
- 4) уравнение решений не имеет.

16. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ равен

- 1) -20 ;
- 2) 20 ;
- 3) 2 ;
- 4) -2 .

17. Линейный оператор Φ пространства R_3 любой вектор (x_1, x_2, x_3) переводит в вектор $(x_1 - x_3, x_1 + x_2, 0)$. Тогда его матрица в базисе $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)$ имеет вид

$$1) A_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; 2) A_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; 3) A_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; 4) A_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

18. Кратность корня $c = 2$ многочлена $x^5 - 5x^4 + 40x^2 - 80x + 48$ равна

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

19. НОД многочленов $3x^5 + 6x^4 + 3x^3 - x^2 - 2x - 1$, $x^4 - 2x^2 + 1$ равен

1) $x^2 + x - 2$, 2) $x - 1$, 3) $x^2 + x + 1$, 4) 1

20. Дробь $\frac{7}{1-\sqrt[4]{2}+\sqrt{2}}$ равна

1) $-\frac{1}{13}\sqrt[4]{8} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{4} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{2} + \frac{5}{13}$ 2) $-\frac{1}{13}\sqrt[4]{8} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{4} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{2}$ 3) $-\frac{1}{13}\sqrt[4]{8} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{4} + \frac{5}{13}$ 4) $-\frac{1}{13}\sqrt[4]{8} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{4} - \frac{5}{13}$

ОТВЕТЫ

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
№ правильного ответа	4	4	4	2	4	2	2, 4	2	1	4	3

№ задания	12	13	14	15	16	17	18	19	20
№ правильного ответа	4	2	2	2	1	1	4	1	1

Вариант 4

В каждом задании выберите один или несколько правильных ответов из четырех предложенных. На выполнение всех заданий отводится 90 минут.

1. Бинарное отношение ρ :

$$(x, y) \in \rho \Leftrightarrow |x - y| = 12,$$

заданное на множестве N , обладает свойствами

- 1) антирефлексивностью, симметричностью
- 2) антирефлексивностью, антисимметричностью
- 3) симметричностью, транзитивностью
- 4) рефлексивностью, симметричностью

2. Из следующих множеств 1) $\langle N, +, \cdot \rangle$, 2) $\langle 2Z, +, \cdot \rangle$, 3) $\langle \{0,1\}, +, \cdot \rangle$, 4) $\langle R_+, +, \cdot \rangle$,

>,

кольцами являются

- 1) 2, 3 2) 2 3) 4 4) 3, 4

3. Корнями уравнения $z^2 - (5+5i)z + 2 + 11i = 0$ являются

- 1) $2-i$, $2+i$ 2) $3+4i$, 3 3) $2-3i$, $1+i$ 4) $3+4i$, $2+i$

4. Условием $|z-1| \leq 3$ задается следующее множество точек комплексной плоскости –

- 1) окружность радиусом 3 с центром в начале координат
- 2) открытый круг радиусом 3 с центром в точке $(-1,0)$
- 3) круг радиусом 3 с центром в точке $(1,0)$
- 4) круг радиусом 3 с центром в точке $(-1,0)$

5. Из следующих множеств

- 1) $\{a+b\sqrt{3} \mid a, b \in Z\}$ 2) $\{\frac{x}{3} \mid x \in Z\}$ 3) $3Z$ 4) $\{a+bi \mid a, b \in 2Z\}$

подкольцами кольца комплексных чисел являются

- 1) 3 2) 1 и 3 3) 1, 3, 4 4) 2

6. Неоднородная система линейных уравнений может иметь

- 1) одно решение
 2) не имеет решения
 3) имеет 2 решения
 4) имеет бесчисленное множество решений
7. Система векторов линейно-независима, если
 1) один из векторов равен нулю
 2) несколько векторов равны нулю
 3) ни один из векторов не равен нулю
 4) из равенства нулю линейной комбинации следует равенство нулю всех коэффициентов.

8. Если n – произвольное натуральное число, то $n^3 - n$ без остатка делится на

- 1) 5 2) 3 3) 7 4) 6

9. Если $z = 1$, то в поле комплексных чисел $\sqrt[n]{1}$ имеет вид:

- 1) ± 1
 2) 1
 3) $\cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n}$
 4) $\cos \frac{2\pi k}{n} + i \sin \frac{2\pi k}{n} \quad k = 0, 1, \dots, n-1$

10. Для произвольных множеств A, B верно

- 1) $(A \cup B) \setminus B = A$
 2) $(A \setminus B) \cup B = A$
 3) $A \cap (A \cup B) = A$
 4) $(A \cup B) \cap B = A$

11. Ранг системы векторов $a_1 = (2, -1, -3, 2, 6)$, $a_2 = (1, 5, -2, 3, 4)$, $a_3 = (3, 4, -1, 5, 7)$, $a_4 = (3, -7, 4, 1, -7)$, $a_5 = (0, 11, -5, 4, -4)$ равен

- 1) 3 2) 4 3) 5 4) 2

12. Система линейных уравнений с основной матрицей A и расширенной матрицей \bar{A} имеет бесчисленное множество решений, если

- 1) $r(A) = r(\bar{A})$ и ее ранг меньше числа неизвестных;
 2) $r(A) < r(\bar{A})$ и $r(A)$ равен числу неизвестных;
 3) $r(A) = r(\bar{A})$ и ее ранг равен числу неизвестных;
 4) $r(A) \neq r(\bar{A})$ и $r(A)$ меньше числа неизвестных.

13. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений можно представить в виде суммы

- 1) общего решения этой системы и частного решения соответствующей однородной системы;
 2) частного решения этой системы и общего решения соответствующей однородной системы;
 3) частного решения этой системы и частного решения соответствующей однородной системы;
 4) общего решения этой системы и общего решения соответствующей однородной системы.

14. Обратной для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & 9 & -2 \end{pmatrix}$ будет матрица

- 1) $\begin{pmatrix} -9 & -9 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 13 & 12 & -1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 17 & 15 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 13 & 12 & -1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 17 & 15 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 13 & 12 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -9 & -11 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 13 & 14 & 1 \end{pmatrix}$

15. Перестановка (6,3,1,2,5,4) имеет

- 1) 7 инверсий и является нечетной;
- 2) 8 инверсий и является нечетной;
- 3) 7 инверсий и является четной;
- 4) 8 инверсий и является четной.

16. Определитель третьего порядка: $\begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix}$ равен

- 1) $2a^2(a+x)$;
- 2) $-2a^2(a+x)$;
- 3) $a^3 + a^2x$;
- 4) $-a^3 - a^2x$.

17. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ равен

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

18. Кратность корня $c = -2$ многочлена $x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 2x^2 - 12x - 8$ равна

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

19. НОД многочленов $x^6 - x^4 + 3x^3 - 2x + 2$, $x^3 + 2$ равен

- 1) $x^2 + x - 2$, 2) $x - 1$, 3) $x^2 + x + 1$, 4) 1

20. Дробь $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2} - 2}$ равна

- 1) $\frac{1}{3}\sqrt[4]{8} + \frac{1}{3}\sqrt[4]{4} + \frac{1}{3}$ 2) $-\frac{1}{13}\sqrt[4]{8} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{4} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{2}$ 3) $-\frac{1}{13}\sqrt[4]{8} + \frac{3}{13}\sqrt[4]{4} + \frac{5}{13}$ 4) $\frac{1}{3}\sqrt[4]{8} + \frac{1}{3}\sqrt[4]{4} - \frac{1}{3}$

ОТВЕТЫ

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
№ правильного ответа	1	2	4	3	3	1,2,4	4	2,4	4	3	2

№ задания	12	13	14	15	16	17	18	19	20
№ правильного ответа	1	2	2	4	1	3	3	4	1

Задачи 3-5,9,11 и 18-19 оцениваются в 2 балла каждая, 14,15,20 – в 3 балла каждая, остальные – 1 балл. Оценка «отлично» ставится за 24-33 баллов, оценка «хорошо» – за 17-23, оценка «удовлетворительно» – за 12-16.

Вариант 1

В каждом задании следует выбрать один правильный вариант ответа из четырёх предложенных.

1. Если $\vec{b} \{1, -3, 4\}$, $\vec{c} \{5, -1, 0\}$, $\vec{e} \{0, 1, 2\}$, то вектор $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c} + 5\vec{e}$ имеет координаты

- 1) $\{31, 13, -7\}$; 2) $\{-13, 2, 18\}$; 3) $\{13, 2, -8\}$; 4) $\{-7, 13, 31\}$.

2. Пусть $ABCDEK$ – правильный шестиугольник, O – его центр, причём $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.

Тогда вектор \overrightarrow{CA} запишется в виде

- 1) $-\vec{b}$; 2) $-\vec{a} + 2\vec{b}$; 3) $2\vec{a} - \vec{b}$; 4) $3\vec{b} + \vec{a}$.

3. На чертеже в системе координат $\{O, \vec{a}, \vec{b}\}$ точка M имеет координаты

- 1) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$; 2) $(\frac{1}{2}, 0)$; 3) $(0, \frac{1}{2})$; 4) $(-1, 2)$.

4. Модуль вектора $\vec{a} \{-\sqrt{7}, 3\}$ равен

- 1) 4; 2) $\sqrt{7} + 3$; 3) $3 - \sqrt{7}$; 4) 16.

5. Из коллинеарных векторов состоит пара

- 1) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{-2, -4, 6\}$; 2) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{-2, 4, 6\}$;
3) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{-2, -4, -6\}$; 4) $\vec{a} \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} \{2, 4, -6\}$.

6. Прямой $2x + 3y - 1 = 0$ принадлежит точка

- 1) $A\left(3, \frac{5}{3}\right)$; 2) $A(2, 3)$; 3) $A\left(3, -\frac{5}{3}\right)$; 4) $A\left(3, \frac{8}{3}\right)$.

7. Если точка $K(1, c, 5)$, принадлежит плоскости $3x - 2y + 5z + 2 = 0$, то её вторая координата равна

- 1) 6; 2) -15; 3) 16; 4) 15.

8. Две прямые в пространстве

$$l_1: \begin{cases} x = 3t, \\ y = -8 - 4t, \\ z = -3 - 3t. \end{cases} \quad l_2: \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

- 1) пересекаются; 2) параллельны; 3) скрещиваются; 4) совпадают.

9. Уравнением $18x^2 - 2y^2 + 36x + 8y - 17 = 0$ задаётся

- 1) эллипс; 2) гипербола; 3) парабола; 4) пересекающиеся прямые.

10. Полуоси гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$ равны

- 1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$; 2) 3 и 2; 3) 2 и 3; 4) 4 и 9.

11. Если $A(2, 1, -1)$, $B(5, 1, 2)$, $C(3, 0, -3)$, то плоскость ABC имеет уравнение

- 1) $x + 3y - z - 6 = 0$; 2) $x - 2 = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-1}$;

- 3) $3x - 9y - 3z - 8 = 0$; 4) $x + 3y - z + 7 = 0$.

12. Прямая, проходящая через данную точку $A(2, -4, 3)$ и перпендикулярная плоскости $x - 5y - 2z - 3 = 0$ имеет уравнение

- 1) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+2}{3}$; 2) $x - 2 = \frac{y+4}{-5} = \frac{z-3}{-2}$;

- 3) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z-2}{3}$; 4) $x - 5y - 2z - 16 = 0$.

13. Вектор, полученный из $\vec{a} \{2, \sqrt{5}\}$ поворотом на 90° против часовой стрелки, имеет координаты

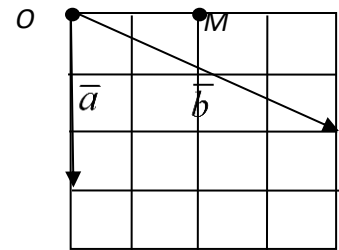
- 1) $\{\sqrt{5}, 2\}$; 2) $\{-\sqrt{5}, 2\}$; 3) $\{-2, \sqrt{5}\}$; 4) $\{-2, -\sqrt{5}\}$.

14. Изображением квадрата не является

- 1) прямоугольник; 2) параллелограмм; 3) трапеция; 4) квадрат.

15. Эйлера характеристика круга равна

- 1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) -1.



16. В проективной плоскости нет следующей линии 2-ого порядка:
 1) овальная линия; 2) 2 параллельные прямые; 3) 2 пересекающиеся прямые;
 4) нулевая линия, то есть действительных точек нет.
17. В плоскости Лобачевского не имеет места предложение:
 1) через точку, не лежащую на прямой a , можно провести две прямые, не пересекающиеся с a ;
 2) через точку, не лежащую на прямой a , можно провести бесчисленное множество прямых, не пересекающихся с a ;
 3) сумма углов треугольника больше 180° ;
 4) три точки, одинаково удалённые от данной прямой, не лежат на одной прямой.

18. Если $A(4,2)$, $B(-3,2)$, $C(4,3)$, то уравнение биссектрисы внутреннего угла A треугольника ABC имеет вид

- 1) $x + y - 2 = 0$; 2) $-x - y - 2 = 0$; 3) $2x + 2y + 4 = 0$; 4) $x + y - 6 = 0$.

19. Косинус угла между прямыми

$$l_1: \begin{cases} x + y = 0, \\ x - y + z + 4 = 0. \end{cases} \quad l_2: \begin{cases} x + 3y - 1 = 0, \\ y + z - 2 = 0. \end{cases} \text{ равен}$$

- 1) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{66}}$; 2) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$; 3) $\cos \alpha = \frac{6}{\sqrt{66}}$; 4) $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{11}}$.

20. Касательная плоскость к поверхности $2x^2 + 4y^2 + z^2 = 8$ в точке $(0,1,2)$ имеет уравнение

- 1) $2y - z + 4 = 0$; 2) $2y + z - 4 = 0$; 3) $y - 2z + 1 = 0$; 4) $y + 2z + 4 = 0$.

21. Коэффициенты первой квадратичной формы поверхности

$$\bar{r} = \{r \cos v, r \sin v, u\} \text{ равны}$$

- 1) $(1, 0, r^2)$; 2) $(r, 0, 1)$; 3) $(1, 0, r)$; 4) $(1, -1, r)$.

22. Касательная к линии $\bar{r} = \{3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3\}$ в данной точке $M(t=1)$ имеет уравнение

$$1) x + 2 = y + 3 = z + 4; \quad 2) \begin{cases} x = 2 \\ y = z - 1 \end{cases}$$

- 3) $x - 2 = y - 3 = z - 4$; 4) $y + z - 7 = 0$.

23. Если $A(-2,0,-3)$, $A_1(2,-1,3)$, $B_1(0,3,-1)$, $D_1(-2,1,4)$, то объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен

- 1) 102; 2) 112; 3) 96; 4) 122.

24. Если $A(2,0,-1)$, $B(3,-2,1)$, $D(-3,1,0)$, то площадь параллелограмма $ABCD$ равна

- 1) $\sqrt{212}$; 2) $\sqrt{187}$; 3) $\sqrt{218}$; 4) 218.

25. Если $A(-1,0,4)$, $B(2,-3,0)$, $C(1,-2,1)$, то высота треугольника ABC , проведенная из вершины A , имеет уравнение

$$1) -(x+1) = y = \frac{-(z-4)}{2}; \quad 2) -2(x+1) = -3y = \frac{z-4}{2};$$

$$3) \frac{x+1}{2} = 3(y-1) = \frac{-2(z-4)}{3}; \quad 4) 2(x-1) = 3(y-1) = \frac{3(z-4)}{2}.$$

Вариант 2.

В каждом задании следует выбрать один правильный вариант ответа из четырёх предложенных.

1. Если $\bar{b} \{1, -3, 4\}$, $\bar{c} \{5, -1, 0\}$, $\bar{e} \{0, 1, 2\}$, то вектор $\bar{a} = -2\bar{b} + \bar{c} + 7\bar{e}$ имеет координаты

- 1) $\{6, -12, 3\}$; 2) $\{23, -11, 15\}$; 3) $\{-3, -12, -6\}$; 4) $\{3, 12, 6\}$.

2. Пусть $ABCDEK$ – правильный шестиугольник, O – его центр, причём $\overline{OA} = \bar{a}$, $\overline{OB} = \bar{b}$.

Тогда вектор \overline{DB} запишется в виде

1) $\bar{a} - \bar{b}$; 2) $\bar{a} + \bar{b}$; 3) $2\bar{a} - \bar{b}$; 4) $\bar{b} - \bar{a}$.

3. На чертеже в системе координат $\{O, \bar{a}, \bar{b}\}$ точка M имеет координаты

1) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{8})$; 2) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$; 3) $(\frac{3}{8}, \frac{1}{2})$; 4) $(2, 3\frac{1}{2})$.

4. Модуль вектора \bar{a} $\{-4, 3\}$ равен

1) 7; 2) 5; 3) $\sqrt{7}$; 4) 25.

5. Из коллинеарных векторов состоит пара

1) $\bar{a}\{0, 1, 3\}$, $\bar{b}\{2, -4, -12\}$; 2) $\bar{a}\{0, 1, 3\}$, $\bar{b}\{-1, -1, -3\}$;

3) $\bar{a}\{1, 0, 3\}$, $\bar{b}\{2, 0, -6\}$; 4) $\bar{a}\{0, 2, 3\}$, $\bar{b}\{0, -4, -6\}$.

6. Прямой $-x + 3y - 5 = 0$ принадлежит точка

1) $A(3, \frac{8}{3})$; 2) $A(3, -\frac{8}{3})$; 3) $A(-1, 2)$; 4) $A(-3, -\frac{8}{3})$.

7. Если точка $K(0, 3, c)$, принадлежит плоскости $x - 3y + 4z - 3 = 0$, то её третья координата равна

1) 2; 2) -3; 3) 3; 4) -2.

8. Две прямые в пространстве

$$l_1: \begin{cases} x - 5y + z - 1 = 0, \\ 2x - y + 2z - 3 = 0. \end{cases} \quad l_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}.$$

1) пересекаются; 2) параллельны, 3) скрещиваются; 4) совпадают.

9. Уравнением $x^2 - 4y^2 + 3x + 16y - 8 = 0$ задаётся

1) эллипс; 2) парабола; 3) гипербола; 4) две пересекающиеся прямые.

10. Полуоси гиперболы $4x^2 - y^2 = 16$ равны

1) $\frac{1}{2}$ и 1; 2) 4 и 2; 3) 2 и 4; 4) 4 и 12.

11. Если $A(0, 2, 0)$, $B(3, 4, -1)$, $C(2, 3, 5)$, то плоскость ABC имеет уравнение

1) $11x - 17y - z + 34 = 0$; 2) $11x - 17y - z - 34 = 0$;

3) $11x + 17y - z - 34 = 0$; 4) $11x + 17y + z - 17 = 0$.

12. Прямая, проходящая через данную точку $B(5, -1, 2)$ и перпендикулярная плоскости $x - 2y + 3z + 3 = 0$ имеет уравнение

1) $x - 5 = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$; 2) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{2}$;

3) $x - 2y + 3z - 11 = 0$; 4) $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

13. Точка, полученная из $A(-2, \sqrt{5})$ центральной симметрией относительно точки $S(3, -1)$, имеет координаты

1) $(\sqrt{5}, -2)$; 2) $(1, -1 + \sqrt{5})$; 3) $(8, -2 - \sqrt{5})$; 4) $(5, -1 - \sqrt{5})$.

14. При параллельной проекции не сохраняется следующее свойство

1) параллельность прямых; 2) простое отношение трёх точек;

3) пересечение прямых; 4) равенство углов.

15. Эйлера характеристика плоского кольца равна

1) 2; 2) 1; 3) 0; 4) -1.

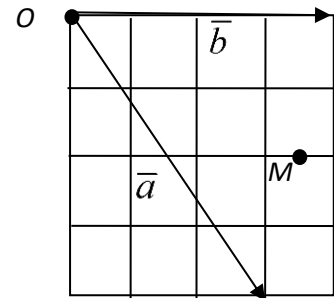
16. Овальная кривая второго порядка не может быть задана в проективной плоскости

1) пятью своими точками; 2) вписанным треугольником и касательными в двух его вершинах; 3) тремя касательными и точкой касания одной из них; 4) четырьмя касательными и точкой касания одной из них.

17. В плоскости Лобачевского не имеет места предложение:

1) через точку, не лежащую на прямой a , можно провести бесчисленное множество прямых, не пересекающихся с a ;

2) сумма углов треугольника не является постоянной величиной;



3) сумма углов треугольника меньше 180° ;

4) три точки, одинаково удалённые от данной прямой, лежат на одной прямой.

18. Если $A(3, -2)$, $B(3, 4)$, $C(5, -2)$, то уравнение биссектрисы внутреннего угла A треугольника ABC имеет вид

1) $x - y - 5 = 0$; 2) $y - 3 = 0$; 3) $x - y = 0$; 4) $x + 3 = 0$.

19. Угол между прямой и плоскостью, заданными соответственно уравнениями:

$x + 3 = \frac{y - 2}{-2} = \frac{z + 1}{2}$; $4x + 2y + 2z - 5 = 0$, равен

1) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{3}$; 2) $\arcsin \frac{2}{3\sqrt{6}}$; 3) $\arcsin \frac{\sqrt{5}}{9}$; 4) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$.

20. Касательная плоскость к поверхности $4x^2 - 2y^2 - z^2 = 8$ в точке $\left(\frac{3}{2}, 0, 1\right)$ имеет

уравнение

1) $2x + y - 3 = 0$; 2) $2x + y + 6 = 0$; 3) $6x - z - 8 = 0$; 4) $y + 2z - 1 = 0$.

21. Коэффициенты первой квадратичной формы поверхности

$r = \{u \cos v, u \sin v, u^2\}$ равны

1) $(1 - 4u^2, 0, 2u)$; 2) $(1 + 4u, 1, u)$; 3) $(1 + 4u^2, 0, u^2)$; 4) $(4u^2, 1 + u, 0)$.

22. Касательная к линии $\vec{r} = \{2t, t - t^2, 2t^3\}$ в данной точке $M(t = 1)$ имеет уравнение

1) $\frac{x - 2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z + 2}{6}$; 2) $\frac{x - 2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z - 2}{6}$;

3) $\frac{x - 2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z - 2}{6}$; 4) $\frac{x}{6} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 2}{-1}$.

23. Если точки $A(-3, 2, -1)$, $S(2, -3, 1)$, $B(4, 2, 0)$, $C(0, -3, -2)$, то объем пирамиды $SABC$ равен

1) $\frac{35}{2}$; 2) $\frac{83}{6}$; 3) $\frac{95}{6}$; 4) $\frac{31}{2}$.

24. Если точки $A(0, -3, 1)$, $B(2, 0, -1)$, $D(-1, 0, 0)$, то площадь параллелограмма $ABCD$ равна 1) 322; 2) $\sqrt{106}$; 3) $\sqrt{302}$; 4) 106.

25. Если $A(0, 1, 5)$, $B(1, -4, -1)$, $C(2, -1, 2)$, то высота треугольника ABC , проведенная из вершины A , имеет уравнение

1) $\frac{x}{19} = \frac{y - 1}{19} = \frac{z - 5}{77}$; 2) $\frac{x}{19} = \frac{y - 1}{20} = \frac{z - 5}{77}$;

1) $\frac{x}{51} = y - 1 = \frac{z - 5}{-18}$; 2) $\frac{x}{51} = \frac{y + 1}{20} = \frac{z + 5}{77}$.

Вариант 3.

В каждом задании следует выбрать один правильный вариант ответа из четырёх предложенных.

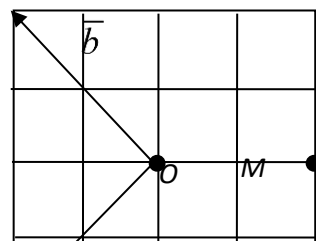
1. Если $\vec{b} \{1, -2, 4\}$, $\vec{c} \{5, 0, 0\}$, $\vec{e} \{0, 1, -2\}$, то вектор $\vec{a} = 2\vec{b} - 4\vec{c} + 3\vec{e}$ имеет координаты

1) $\{18, 1, 2\}$; 2) $\{-18, -1, 2\}$; 3) $\{22, -10, 10\}$; 4) $\{22, 10, -10\}$.

2. Пусть $ABCDEK$ – правильный шестиугольник, O – его центр, причём $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$.

Тогда вектор \vec{DK} запишется в виде

1) $2\vec{a} - \vec{b}$; 2) $\vec{b} - 2\vec{a}$; 3) $\vec{a} - 2\vec{b}$; 4) $2\vec{a} + \vec{b}$.



3. На чертеже в системе координат $\{O, \bar{a}, \bar{b}\}$

точка M имеет координаты

1) $(2,0)$; 2) $(-2,0)$; 3) $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$; 4) $(-1,-1)$.

4. Модуль вектора $\bar{a} \{2,-3\}$ равен

1) $\sqrt{13}$; 2) 1; 3) 5; 4) 13.

5. Из коллинеарных векторов состоит пара

1) $\bar{a} \{7,2,-5\}, \bar{b} \{-7,-4,10\}$; 2) $\bar{a} \{7,2,-5\}, \bar{b} \{-7,2,-5\}$;

3) $\bar{a} \{7,2,-5\}, \bar{b} \{14,4,-10\}$; 4) $\bar{a} \{7,2,-5\}, \bar{b} \left\{\frac{7}{2}, 1, -5\right\}$.

6. Прямой $x-6y+3=0$ принадлежит точка

1) $A(3,-1)$; 2) $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$; 3) $A(3,-2)$; 4) $A(3,0)$.

7. Если точка $K(c,1,3)$, принадлежит плоскости $x-y+2z-1=0$, то её первая координата равна

1) -8 ; 2) 4; 3) 8; 4) -4 .

8. Две прямые в пространстве

$$l_1: \begin{cases} x=9t, \\ y=5t, \\ z=-3+t. \end{cases} \quad l_2: \begin{cases} 2x-3y-3z-9=0, \\ x-2y+z+3=0. \end{cases}$$

1) пересекаются; 2) параллельны; 3) скрещиваются; 4) совпадают.

9. Уравнением $7x^2-8y^2+21x-24y+3=0$ задаётся

1) гипербола; 2) парабола; 3) пересекающиеся прямые; 4) окружность.

10. Полуоси гиперболы $x^2-16y^2=36$ равны

1) 6 и $\frac{3}{2}$; 2) 1 и 4; 3) 1 и $\frac{1}{4}$; 4) 1 и 20.

11. Если $A(-2,-2,-1), B(3,-1,-3), C(3,2,-3)$, то плоскость ABC имеет уравнение

1) $2x+3y+3=0$; 2) $2x+5z+9=0$;

3) $6x-15z+27=0$; 4) $6x-15z-27=0$.

12. Прямая, проходящая через данную точку $B(2,-1,-1)$ и перпендикулярная плоскости $-x+3y-z+3=0$, имеет уравнение

1) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-1}$; 2) $-x+3y-z+4=0$;

3) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-1}$; 4) $\frac{x+1}{-2} = y+3 = z+1$.

13. Точка, полученная из точки $A(-2, \sqrt{5})$ осевой симметрией относительно прямой $x=2$ имеет координаты

1) $(2+\sqrt{5}, -2)$; 2) $(0, \sqrt{5})$; 3) $(6, \sqrt{5})$; 4) $(2, -\sqrt{5})$.

14. Многоугольник, который не может быть сечением куба

1) треугольник; 2) пятиугольник; 3) шестиугольник; 4) восьмиугольник.

15. Эйлерова характеристика сферы равна

1) -1 ; 2) 0; 3) 1; 4) 2.

16. Свойство, которого нет в проективной плоскости:

1) через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит единственная параллельная ей прямая; 2) через любые две различные точки проходит единственная прямая; 3) существуют четыре различные точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой; 4) две любые различные прямых пересекаются в единственной точке.

17. В плоскости Лобачевского не имеет места предложение:

1) не существует прямоугольников;

- 2) сумма углов треугольника является постоянной величиной;
 3) существует отрезок как угодно большой длины;
 4) существуют три прямые, которые нельзя пересечь четвёртой прямой.
18. Если $A(-1,2), B(3,2), C(3,-4)$, то уравнение биссектрисы внутреннего угла B треугольника ABC имеет вид
 1) $-3x+8y+13=0$; 2) $x-y-1=0$; 3) $3x-8y+13=0$; 4) $3x+8y-11=0$.
19. Угол между плоскостями $x-4y-z-9=0, x-4y-3z=0$ равен
 1) 135° ; 2) $10\sqrt{13}/19$; 3) $\arccos \frac{10\sqrt{13}}{39}$; 4) $\arccos \frac{10}{39}$.
20. Касательная плоскость к поверхности $2x^2+y^2=8z$ в точке $(0,4,2)$ имеет уравнение
 1) $2x+3z-1=0$; 2) $y+3z+2=0$; 3) $x+y-1=0$; 4) $y-z-2=0$.
21. Коэффициенты первой квадратичной формы поверхности $r = \{u \cos v, u \sin v, ku\}$ равны
 1) $(1+k, 0, 2u)$; 2) $(1+k^2, 0, u^2)$; 3) $(k, 1+k, u)$; 4) $(k^2, k, 0)$.
22. Касательная к линии $\vec{r} = \{-t, t^3-t, 2t\}$ в данной точке $M(t=1)$ имеет уравнение
 1) $\frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{2}$; 2) $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$;
 3) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{2}$; 4) $-x+2y+3z=0$.
23. Если точки $A(-1,-1,-1), C(0,-2,3), B(1,2,0), A_1(-1,0,-2)$, то объем призмы $ABCA_1B_1C_1$ равен
 1) $\frac{5}{2}$; 2) 1; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{7}{2}$.
24. Если $A(-1,3,1), B(0,-2,1), C(-2,0,3)$, то площадь треугольника ABC равна
 1) $\sqrt{42}$; 2) $2\sqrt{42}$; 3) $3\sqrt{41}$; 4) 42.
25. Если $A(-3,0,1), B(3,-1,0), C(-1,1,1)$, то высота треугольника ABC , проведенная из вершины A , имеет уравнение
 1) $\frac{x-3}{6} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{2}$; 2) $\frac{x+3}{6} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{2}$;
 3) $\frac{x}{6} = \frac{y-1}{11} = \frac{z-1}{2}$; 4) $\frac{x+3}{6} = \frac{y-1}{11} = \frac{z-1}{2}$.

Ответы

№ задания	Правильный ответ			Количество баллов
	Вариант I	Вариант II	Вариант III	

1	2	4	2	1
2	3	2	1	1
3	1	2	3	2
4	1	2	1	1
5	3	4	3	1
6	3	1	2	1
7	4	3	4	1
8	3	3	4	3
9	2	3	1	2
10	2	3	1	2
11	1	1	2	3
12	2	1	3	2
13	2	3	3	2
14	3	4	4	2
15	2	3	4	2
16	2	3	1	1
17	3	4	2	1
18	4	1	2	3
19	1	2	3	2
20	2	3	4	3
21	1	3	2	2
22	2	3	1	2
23	1	3	2	2
24	3	2	1	3
25	1	3	2	5
Итого:				50

Время проведения теста 4 акад. часа.

Оценка «неудовлетворительно» – 0-15 баллов;

оценка «удовлетворительно» – 16-26 баллов;

оценка «хорошо» – 27-36 баллов;

оценка «отлично» – 37-50 баллов.

Вопросы к экзамену

1. Алгебраические операции. Алгебры.
2. Гомоморфизмы и изоморфизмы алгебры.
3. Группы. Свойства групп.
4. Подгруппы. Критерий подгруппы.
5. Кольца. Свойства колец.
6. Подкольца. Критерий подкольца.
7. Поля. Свойства полей.
8. Подполе. Критерий подполя.
9. Упорядоченные поля. Свойства
10. Поля рациональных и действительных чисел.
11. Комплексное расширение поля действительных чисел
12. Поле комплексных чисел. Построение.
13. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.
14. Извлечение корня n -ой степени из единицы в поле комплексных чисел.
15. Извлечение корня n -ой степени из произвольного комплексного числа.
16. Векторное пространство над полем. Свойства векторных пространств.
17. Подпространства векторного пространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка системы векторов.
18. Сумма и прямая сумма подпространств.
19. Системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений.
20. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
21. Линейная независимость системы векторов.
22. Эквивалентные системы векторов.
23. Базис и ранг системы векторов.
24. Базис векторного пространства.
25. Размерность векторного пространства.

26. Координаты векторы в данном базисе.
27. Изоморфизм векторных пространств одинаковой размерности.
28. Векторное пространство со скалярным умножением.
29. Ортогональная система векторов.
30. Дополнение ортогональной системы векторов до ортогонального базиса, процесс ортогонализации.
31. Ортогональное дополнение к подпространству.
32. Евклидово векторное пространство.
33. Норма вектора.
34. Ортонормированный базис евклидова пространства.
35. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
36. Комбинаторика. Размещения с повторениями.
37. Размещения без повторений. Перестановки.
38. Сочетания. Бином Ньютона.
39. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
40. Критерий совместности системы линейных уравнений.
41. Однородные системы линейных уравнений. Количество решений однородной системы линейных уравнений.
42. Пространство решений системы однородных уравнений.
43. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Общее решение.
44. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
45. Матрицы. Операции над матрицами.
46. Свойства операций сложения матриц и умножения числа на матрицу.
47. Свойства умножения матриц.
48. Элементарные матрицы. Обратимость элементарных матриц.
49. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы.
50. Условия необратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.
51. Перестановки.
52. Подстановки. Группа подстановок по умножению.
53. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей.
54. Миноры и Высшая алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
55. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.
56. Запись и решение системы n линейных уравнений с n переменными в матричной форме. Критерий единственности решения.
57. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей.
58. Правило Крамера.
59. Линейные отображения и их свойства.
60. Способы задания линейных отображений.
61. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора.
62. Теорема о сумме дефекта и ранга линейного оператора.
63. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Подобные матрицы.
64. Сумма линейных операторов. Произведение линейного оператора на элемент поля.
65. Произведение линейных операторов.
66. Понятие линейной алгебры. Высшая алгебра линейных операторов. Примеры линейных алгебр.
67. Матрицы линейных операторов $f + g$, pf , gf .
68. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной алгебры матриц.
69. Обратимые линейные операторы.
70. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

71. Линейные операторы с простым спектром.
72. Простое трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена.
73. Деление многочлена двучлен. Корни многочлена.
74. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера.
75. Наибольшее число корней многочлена в области целостности. Высшая алгебраически и функционально равные многочлены.
76. Деление многочленов без остатка. Свойства деления без остатка.
77. Деление многочленов с остатком. Существование и единственность частного и остатка.
78. НОД многочленов. Алгоритм Евклида.
79. НОД нескольких многочленов. Линейное представление наибольшего общего делителя.
80. НОК многочленов. Формула для вычисления наименьшего общего кратного.
81. НОК нескольких многочленов и способ их нахождения.
82. Неприводимость над полем P многочлены. Свойства неприводимых многочленов.
83. Неприводимость над полем P многочлены. Разложение многочлена в произведение неприводимых множителей.
84. Производная многочлена. Разложение многочлена по степеням $(x - c)$.
85. Неприводимые кратные корни многочлена.
86. Лексикографическое упорядочение членов многочлена от n переменных.
87. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены.
88. Разрешимость уравнений в квадратах радикалах.
89. Простое расширение поля. Строение простого Высшая алгебраического расширение. Освобождение от иррациональности в знаменатели дроби.
90. Поле алгебраических чисел и его Высшая алгебраическая замкнутость.
91. Геометрические построения циркулем и линейкой.
92. Простое Высшая алгебраическое расширение поля и его построение.
93. Разрешимость уравнений третьей степени в квадратных радикалах. Задачи на построение циркулем и линейкой.
94. Решение уравнений третьей степени.
95. Высшая алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Основная теорема алгебры.
96. Высшая алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Леммы 1 и 2.
97. Неприводимые над полем рациональных чисел многочлены. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
98. Простое алгебраическое расширение поля. Минимальный многочлен Высшая алгебраического элемента.
99. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах.
100. Результат двух многочленов.
101. Решение уравнений 4-ой степени.
102. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
103. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Неприводимые над R многочлены.
104. Кратное трансцендентное расширение $K[x_1, \dots, x_n]$ в области целостности K .
105. Теорема Виета.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ МОДУЛЯ

а) основная литература

1. Высшая математика для экономистов: Учебник / Под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юнити, 2020. - 479 с

2. Баврин, И.И. Высшая математика для педагогических направлений: Учебник для бакалавров / И.И. Баврин. - Люберцы: Юрайт, 2019. - 616 с.
3. Бугров, Я.С. Высшая математика в 3 т. Т.3 в 2 книгах. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного: Учебник / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - Люберцы: Юрайт, 2021. - 507 с
4. Бугров, Я.С. Высшая математика. задачник.: Учебное пособие для академического бакалавриата / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - Люберцы: Юрайт, 2021. - 192 с.
5. Бугров, Я.С. Высшая математика в 3 т. Т.2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для академического бакалавриата / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - Люберцы: Юрайт, 2020. - 281 с
6. Геворкян, П.С. Высшая математика. Основы математического анализа: Учебное пособие Ч.1 / П.С. Геворкян. - М.: Физматлит, 2019. - 240 с.
7. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч.2 / П.Е. Данко. - М.: Оникс, 2021. - 448 с.
8. Дорофеева, А.В. Высшая математика для гуманитарных направлений. Сборник задач: Учебно-практическое пособие / А.В. Дорофеева. - М.: Юрайт, 2023. - 175 с.
9. Зельдович, Я.Б. Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике / Я.Б. Зельдович. - М.: Физматлит, 2020. - 520 с

б) дополнительная литература:

1. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С. Задачник-практикум по алгебре. ч.1. М., Просвещение, 1982.
2. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В. Высшая алгебра (Группы. Кольца. Поля. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения.) М., Просвещение, 1978.
3. Громов А.П. Учебное пособие по линейной алгебре. М., Просвещение, 1971.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М., Просвещение, 1966.
5. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная Высшая алгебра и геометрия. Изд-во МГУ, 1980.
6. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М., Высш. школа, 1979.
7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., Наука, 1971
8. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. М., Наука, 1973.
9. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М., Наука, 1970.
10. Мохина Т.В., Елисеев Е.М. Высшая алгебра (Системы линейных уравнений. Матрицы и определители. Линейные отображения. Группы). – Арзамас: АГПИ, 2005. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С. Высшая алгебра. М., Просвещение, 1981.
11. Мохина Т.В., Елисеев Е.М. Вводный курс математики. Алгебра (Группы. Кольца. Поля. Комплексные числа. Векторные пространства.). – Арзамас: АГПИ, 2004.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.exponenta.ru>
2. <http://allmath.ru/>

Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебно-лабораторное оборудование

Для проведения лекционных и лабораторных занятий требуется аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием, а также дидактические материалы (компьютерные программы).

а. Материально-технические условия реализации программы:

Материально-техническая база

№ п.п.	Наименование модуля (тем, разделов)	Материально-технические условия для реализации программ (наличие лабораторий, производственных участков и т.п. по профилю программы профессиональной переподготовки)
1.	Основные алгебраические структуры.	Компьютер, мультимедийный проектор
2.	Общие вопросы аксиоматики. Аксиоматика Вейля, ее непротиворечивость. Аксиоматика Гильберта. Системы аксиом школьного курса геометрии.	Компьютер, мультимедийный проектор
3.	Геометрия Лобачевского и её модели. Основные факты геометрии плоскости Лобачевского.	Компьютер, мультимедийный проектор