

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
03.03.02 - Физика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная физика

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06.03 Линейная алгебра относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать определение и свойства основных объектов линейной алгебры: линейные пространства и подпространства, базис, размерность, прямая сумма подпространств, линейная зависимость векторов, скалярное произведение, матрицы, линейные операторы, обратные матрицы и операторы, инвариантные и собственные подпространства, диагонализуемость операторов, Жорданова нормальная форма матриц;; симметричные, эрмитовы, унитарные операторы: билинейные и квадратичные формы, закон инерции квадратичных форм. Уметь находить базис линейного пространства, решение линейной однородной алгебраической системы, произведение матриц, матрицу линейного оператора, обратную матрицу и обратный оператор, собственные вектора матриц и операторов, Жорданову нормальную форму матриц, диагональный вид эрмитовых и унитарных операторов а	Задачи	Экзамен: Задачи Контрольные вопросы

		так же билинейных (симметричных) и квадратичных форм методами 1) ортогонального преобразования, 2) Якоби 3) Лагранжа. Владеть навыками решения задач, основанных на полученных в ходе освоения дисциплины знаниях.		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация	36
	Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о Ф о	о Ф о	о Ф о	о Ф о	о Ф о
Тема 1. Линейные пространства и подпространства, базис и размерность пространств	10	2	2	4	6
Тема 2. Пространства со скалярным произведением	14	4	4	8	6
Тема 3. Линейные операторы и их матрицы, обращение матриц и операторов	18	6	6	12	6
Тема 4.Инвариантные и собственные подпространства. Диагонализуемость матриц и операторов	18	6	6	12	6

Тема 5. Жорданова нормальная форма матриц	14	4	4	8	6
Тема 6. Эрмитовы, симметричные, унитарные и ортогональные операторы	18	6	6	12	6
Тема 7. Линейные, билинейные и квадратичные формы.	14	4	4	8	6
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Линейные пространства и подпространства, базис и размерность пространств

Тема 2. Пространства со скалярным произведением

Тема 3. Линейные операторы и их матрицы, обращение матриц и операторов

Тема 4. Инвариантные и собственные подпространства. Диагонализуемость матриц и операторов

Тема 5. Жорданова нормальная форма матриц

Тема 6. Эрмитовы, симметричные, унитарные и ортогональные операторы

Тема 7. Линейные, билинейные и квадратичные формы.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

а) основная литература:

- 1) Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html>
- 2) Бутузов В.Ф. Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М: 2002. – Режим доступа: ЭБС «Консультант студента» <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102850.html>
- 3) Аналитическая геометрия и линейная алгебра. [Электронный ресурс] / Кадомцев С. Б. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922112901.html>
- 4) Жислин Г.М. Основы линейной алгебры. Учебное пособие. Научно-исследовательский радиофизический институт и Нижегородский Государственный Университет им.Н.И. Лобачевского. Н. Новгород .2014 г., 136 стр. – 30 экз. (деканат ВШОПФ)

б) дополнительная литература:

- 1) Борович З.И. Определители и матрицы. М.: Наука, 1988. – Режим доступа: ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com/book/71#authors>
- 2) Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М., Наука, 1974 г. — Режим доступа: ЭБС «Консультант студента» <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922104814.html>

3) Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/529>

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Решите задачи. Запишите решение и ответ.

1. Найти $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

Ответ.

2. Найти матрицу, обратную $\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$.

Ответ.

3. Решить систему уравнений и указать какую-нибудь ФСР:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

Ответ.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в

Оценка	Критерии оценивания
	полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки . Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки . Допущено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки и. Ошибок	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	отказа обучающегося от ответа		ошибок	несколько негрубых ошибок	несколько несущественных ошибок	нет.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Решите задачи. Запишите решение и ответ.

1. Применить процесс ортогонализации к линейной оболочке, натянутой на векторы

$$a_1=(1, 2, 2, -1), a_2=(1, 1, -5, 3), a_3=(3, 2, 8, -7).$$

Ответ.

2. Вычислить собственные значения и собственные векторы оператора с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ответ.

3. Найти нормальный вид квадратичной формы

$$4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3$$

Ответ.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все

Оценка	Критерии оценивания
	задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

- 1) Линейная зависимость и независимость векторов.
- 2) Базис и размерность линейного пространства; координаты векторов.
- 3) Подпространства, разложение линейного пространства в прямую сумму подпространств.
- 4) Определение линейного оператора, действия над линейными операторами.
- 5) Матрицы линейных операторов; действия над матрицами.
- 6) Условия существования обратного оператора и обратной матрицы и их построение.
- 7) Определение и нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора (матрицы).
- 8) Преобразование координат вектора и матрицы оператора при переходе к новому базису.
- 9) Ранг и дефект линейного оператора; теорема об их связи.
- 10) Приведение матрицы к Жордановой нормальной форме.
- 11) Свойства скалярного произведения, вывод неравенств треугольника.

- 12) Построение ортонормированных систем векторов.
- 13) Гильбертовость конечномерных пространств.
- 14) Сопряженные операторы и их свойства.
- 15) Эрмитовы операторы и матрицы и их свойства.
- 16) Диагонализуемость эрмитовых операторов.
- 17) Унитарные операторы и матрицы; их свойства.
- 18) Ортогональные операторы и матрицы: определение и сравнение с унитарными.
- 19) Билинейные и квадратичные формы и их диагонализуемость.
- 20) Закон инерции и квадратичных форм.
- 21) Положительно определенные квадратичные формы и операторы, критерий Сильвестра.
- 22) Методы диагонализации квадратичных форм (ортогонального преобразования, Якоби, Лагранжа)

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых

Оценка	Критерии оценивания
	ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 312 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0979-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665701&idb=0>.
2. Бутузов Валентин Федорович. Линейная алгебра в вопросах и задачах : Учебное пособие. - 2-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2002. - 248 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 5-9221-0285-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=616431&idb=0>.
3. Кадомцев С. Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / Кадомцев С. Б. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 168 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-1290-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665733&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Борович Зенон Иванович. Определители и матрицы : [учеб. пособие для вузов]. - 3-е изд. - М. : Наука, 1988. - 183, [1] с. - ISBN 5-02013736-7 : 0.30., 3 экз.
2. Ильин Владимир Александрович. Линейная алгебра : [учеб. для ун-тов по специальностям "Приклад. мат." и "Физика"]. - 3-е изд., доп. - М. : Наука, 1984. - 294 с. - (Курс высшей математики и математической физики ; вып. 6). - 0.95., 207 экз.
3. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для студ. физ.-мат. спец.

вузов. - 8-е изд. - М. : Лаборатория базовых знаний, 1999. - 384 с. : ил. - (Технический университет) (Математика). - ISBN 5-93208-009-4 : 127.00., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не используется

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории. Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Жислин Григорий Моисеевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Викторов Михаил Евгеньевич, кандидат физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 31.01.2025, протокол № 2.