

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Вероятностные модели в теории очередей

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения

Очная

Нижний Новгород
2023 г.

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений. Код дисциплины **Б1.В.ДВ.09.04. «Вероятностные модели в теории очередей»**

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД |
|------------|---|---|
| 2 | Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений | Дисциплина Б1.В.ДВ.09.04. «Вероятностные модели в теории очередей» относится к части ООП направления подготовки <i>01.03.02 «Прикладная математика и информатика»</i> , формируемой участниками образовательных отношений. |

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства |
|---|--|---|--|
| | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине** | |
| ПК-13. Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике | ПК-13.1. Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике | Знать: - понятия случайной функции и случайного процесса, их классификацию; - свойства пуассоновского входного потока и других важных для практики потоков. | Контрольные вопросы, тестовые задания |
| | ПК-13.2. Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований | Знать: - понятие системы Эрланга и метод изучения процесса обслуживания в этой системе; основные показатели качества работы систем с потерями и систем с ожиданием. | Контрольные вопросы, практические задачи |
| | ПК-13.3. Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности | Уметь: - анализировать свойства реального процесса обслуживания; строить математическую модель реального процесса обслуживания; - вычислять критериальные характеристики систем массового обслуживания. | Контрольные вопросы, тестовые задания |
| | ПК-13.4. Владеет навыками использования математических методов обработки | Владеть: - навыками построения и анализа систем массового обслуживания; - методами решения задач оптими- | Контрольные вопросы, |

| | | | |
|--|--|--|----------------------------|
| | информации, полученной в результате экспериментальных исследований | зации в управляемых стохастических системах. | контрольная работа, доклад |
|--|--|--|----------------------------|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

| | Очная форма обучения |
|--|----------------------|
| Общая трудоемкость | 2 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | 33 |
| - занятия лекционного типа | 16 |
| - занятия семинарского типа | 16 |
| - занятия лабораторного типа | |
| - текущий контроль (КСР) | 1 |
| -самостоятельная работа | 39 |
| Промежуточная аттестация - зачет | |

3.2. Содержание дисциплины

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | В том числе | | | | |
|---|--------------|---|---------------------------|----------------------------|-----------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них | | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Занятия лабораторного типа | Всего | |
| Элементы теории случайных процессов Определение, способы задания, классификация, основные типы. | 16 | 4 | 2 | | 6 | 10 |
| Система массового обслуживания Основные элементы и способы их описания, приоритеты, классификация, примеры. | 16 | 2 | 4 | | 6 | 10 |
| Теория входного потока Способы описания, простейший поток и его свойства, некоторые важные для практики типы входных потоков и их свойства. | 19 | 6 | 4 | | 10 | 9 |
| Система с потерями и система с ожиданием Система Эрланга с конечным числом линий, система с ожиданием при бесконечном объеме бункера-накопителя, основные показатели качества обслуживания и их нахождение. | 20 | 4 | 6 | | 10 | 10 |
| Текущий контроль (КСР) | 1 | | | | 1 | |
| Промежуточная аттестация - зачет | | | | | | |
| Итого | 72 | 16 | 16 | | 33 | 39 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов включает в себя самостоятельное изучение некоторых разделов курса "Вероятностные модели в теории очередей" и подготовку доклада по заданной теме. При выполнении самостоятельной работы студенту предлагается использовать конспекты лекций и литературу, указанную ниже.

Темы докладов:

1. Исследование системы массового обслуживания с потерями и приоритетным обслуживанием.
2. Принцип введения дополнительных переменных при рассмотрении многомерных марковских моделей массового обслуживания.
3. Статистическое моделирование.
4. Исследование систем с малой загрузкой.
5. Функционирование системы в условиях большой загрузки.
6. Системы с полной информацией.
7. Системы с неполной информацией.
8. Системы обслуживания с возможностью изменения вероятностной структуры входных потоков
9. Управление потоками требований по алгоритму с приоритетом.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций | | | | | | |
|--|--|--|---|---|---|--|---|
| | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
| | Не зачтено | | Зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозмож- | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без | Уровень знаний в объеме, превышающем программу под- |

| | | | | | | | |
|---------------|--|--|---|---|--|--|--|
| | ность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | ошибки. | ошибки. | несколько негрубых ошибок | несколько существенных ошибок | ошибок. | готовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами. | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов. | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач. |

Шкала оценки при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|---------------------|--|
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| | Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| | Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| | Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| | Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |

| | | |
|--|-------|---|
| | Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |
|--|-------|---|

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы для оценки сформированности компетенции ПК-13:

| <i>вопросы</i> | <i>Код формируемой компетенции</i> |
|---|------------------------------------|
| 1. Определение случайной функции, способы ее задания, примеры. | ПК - 13 |
| 2. Классификация случайных процессов. | ПК - 13 |
| 3. Марковские случайные процессы с конечным и счетным числом состояний | ПК - 13 |
| 4. Основные элементы классических систем массового обслуживания и их описание, классификация систем массового обслуживания. | ПК - 13 |
| 5. Понятие входного потока требований. Классические способы его описания. | ПК - 13 |
| 6. Свойства стационарности, ординарности и отсутствия последствия входного потока. | ПК - 13 |
| 7. Понятие простейшего потока. | ПК - 13 |
| 8. Одномерные вероятности для простейшего потока. Элементарное решение. | ПК - 13 |
| 9. Система дифференциальных уравнений для одномерных вероятностей для простейшего потока. | ПК - 13 |
| 10. Получение одномерных распределений для простейшего потока методом производящих функций. | ПК - 13 |
| 11. Получение одномерных распределений для простейшего потока методом замены искомых функций. | ПК - 13 |
| 12. Интенсивность простейшего потока. | ПК - 13 |
| 13. Распределение интервалов между моментами поступления требований в пуассоновском потоке. | ПК - 13 |
| 14. Нестационарный пуассоновский поток. Примеры реальных потоков. Система дифференциальных уравнений для его одномерных распределений. | ПК - 13 |
| 15. Получение одномерных распределений для нестационарного пуассоновского потока. Смысл параметра распределения. | ПК - 13 |
| 16. Стационарные потоки без последствия. Определение и примеры. Система дифференциальных уравнений для одномерных распределений потока. | ПК - 13 |
| 17. Получение одномерных распределений стационарного потока без последствия методом производящих функций. | ПК - 13 |
| 18. Интенсивность стационарного потока без последствия. | ПК - 13 |
| 19. Потоки с ограниченным последствием. Поток Пальма, определение, примеры. | ПК - 13 |

| | |
|--|---------|
| 20. Простейшая система массового обслуживания с потерями. Основные предпосылки | ПК - 13 |
| 21. Описание процесса обслуживания, доказательство его марковского свойства. | ПК - 13 |
| 22. Система уравнений Эрланга для конечного числа линий. | ПК - 13 |
| 23. Получение стационарного распределения для процесса обслуживания в системе с потерями. | ПК - 13 |
| 24. Важнейшие показатели качества работы системы с потерями. Примеры. | ПК - 13 |
| 25. Простейшая система массового обслуживания с ожиданием, примеры, описание. | ПК - 13 |
| 26. Получение дифференциальных уравнений для одномерных распределений процесса функционирования системы с ожиданием. | ПК - 13 |
| 27. Стационарное распределение для системы с ожиданием. | ПК - 13 |
| 28. Распределение времени ожидания начала обслуживания. | ПК - 13 |
| 29. Основные числовые характеристики для систем с ожиданием. | ПК - 13 |

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-13:

В заданиях 1- 5 выберите ОДИН правильный ответ.

- Первые работы по ТМО связаны с именем
а) Бернулли б) Гаусса в) Лапласа г) Эрланга
- Необязательным элементом СМО является
а) входной поток б) выходной поток в) обслуживающее устройство г) очередь
- Пятиразрядная строка, используемая для сокращения словесного описания СМО, называется символикой
а) Кендалла б) Мендалла в) Пуассона г) Симпсона
- Функция, получаемая из семейства $\{\xi(\omega, t), t \in T\}$ при фиксировании ω , называется
а) вещественной величиной б) выборочной функцией в) графической функцией г) случай-
ной величиной
- Классификация случайных процессов $\{\xi(\omega, t), t \in T\}$ НЕ проводится по
а) сложности задания процесса б) статистическим связям между с.в. в) структуре множе-
ства T г) числу значений с.в.

В задании 6 выберите ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ ответы.

- При изучении потоков различной вероятностной структуры необходимо учитывать, что
а) показательное распределение для интервалов между последовательными моментами по-
ступления заявок является необходимым и достаточным условием для того, чтобы входной
поток был простейшим

- б) описание нестационарного потока нельзя выполнить с помощью случайного процесса, не учитывающего начало отсчета
- в) для потоков с ограниченным последствием удобно использовать описание с помощью случайной последовательности $\{z_i, i \geq 1\}$
- г) задание потока Пальма обязательно включает в себя задание функции $\varphi_0(t)$

В заданиях 7 - 9 вставьте пропущенное слово или несколько слов.

- 7. Стационарный поток описывается случайным процессом со стационарными ...
- 8. Для задания стационарного потока без последствия достаточно задания ... распределений случайного процесса.
- 9. Среднее число заявок, поступивших по потоку в единицу времени, называется ... потока.

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-13:

- 1. Простейший поток с заданной интенсивностью подвергся процедуре прореживания: сохраняется только каждая третья заявка в потоке. Определить вероятностную структуру нового входного потока.
- 2. В ателье по ремонту радиоаппаратуры работают 5 мастеров. В среднем в течение дня от населения поступает 10 приборов. Общее число приборов в эксплуатации у населения велико, и они выходят из строя независимо друг от друга. Каждый аппарат ремонтируется случайное время, распределенное показательно. В среднем в течение дня каждый мастер ремонтирует 2,5 аппарата. Оценить работу ателье с точки зрения качества обслуживания клиентов.

Пример контрольной работы:

- 1. На вход одноканальной СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью $\lambda = 0.2$. Время обслуживания показательное с параметром $\mu = 0.3$. В начальный момент времени канал занят. Построить размеченный граф состояний СМО. Написать и решить дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний системы. Найти финальные вероятности состояний и абсолютную и относительную пропускную способность СМО.
- 2. Найти для простейшей одноканальной СМО с неограниченной очередью среднее число заявок в системе и среднее число заявок в очереди при $\lambda = 0.4$ и $\mu = 0.5$.
- 3. Вычислить непосредственно по графу состояний, пользуясь схемой гибели и размножения, финальные вероятности состояний для простейшей двухканальной СМО с четырьмя местами в очереди при $\lambda = 0.7$ и $\mu = 0.3$. Найти для этой системы среднее число заявок в СМО и среднее время пребывания заявки в очереди в стационарном режиме.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

- а) основная литература:

1. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. - М: ГИФМЛ, 1963. — В форме электронного документа доступна на сайте EdWorld «Мир математических уравнений», ИПМ РАН, 2004-2016, URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>
2. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее применение. — М: Советское радио. 1971. — В форме электронного документа доступна на сайте «Публичная библиотека» – портал создателей электронных книг, авторов произведений и переводов, 1998-2017. URL: [http://publ.lib.ru/ARCHIVES/S/SAATI Tomas Lori/ Saati T.L..html](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/S/SAATI_Tomas_Lori/Saati_T.L..html) – доступ свободный.
3. Федоткин М. А. Модели в теории вероятностей. Учебник. — М.: Наука — ФИЗМАТЛИТ, 2012 (196 экз. в библиотеке).

б) дополнительная литература:

1. Гихман И.И. Введение в теорию случайных процессов. — М.: Наука, 1965 (36 экз. в библиотеке).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ
<http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры ТВиАД Голышева Н. М.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой ТВиАД: д.ф.-м.н. Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики
от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.