

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Статистика случайных процессов

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.08.04 Статистика случайных процессов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4: Способен применять методы математического и компьютерного исследования при анализе задач на основе знаний фундаментальных математических и компьютерных наук	<p>ПК-4.1: Знает фундаментальные и теоретические основы, необходимые для исследования научных проблем</p> <p>ПК-4.2: Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определять цели и задачи исследования, а также выбирать корректный метод исследования научной проблемы</p> <p>ПК-4.3: Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой</p>	<p>ПК-4.1: Знать:</p> <p>1) базовые понятия теории случайных процессов</p> <p>2) знать основные классы случайных процессов с непрерывным временем</p> <p>3) знать элементарные понятия случайного анализа</p> <p>ПК-4.2: Уметь:</p> <p>1) выбирать модели случайных процессов на основе содержательной постановки задачи</p> <p>2) находить распределения и числовые характеристики процессов в простейших случаях, аналогичных рассмотренным на практических занятиях</p> <p>ПК-4.3: Владеть:</p> <p>практическим опытом сбора и обработки данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	Собеседование Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Понятие случайного процесса	10	2	2	4	6
Марковские процессы со счетным числом состояний	24	6	6	12	12
Процессы восстановления	18	4	4	8	10
Элементы случайного анализа	10	2	2	4	6
Некоторые задачи статистики случайных процессов.	9	2	2	4	5
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	72	16	16	33	39

Содержание разделов и тем дисциплины

1) Понятие случайного процесса. Определение случайного процесса. Способы задания случайных процессов. Свойства, определяемые конечномерными распределениями. Основные классы случайных процессов.

2) Марковские процессы со счетным числом состояний. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Дифференциальные уравнения для переходных вероятностей. Эргодическая теорема. Процессы

размножения и гибели. Ветвящиеся процессы. Закон больших чисел для времени пребывания.

3) Процессы восстановления. Конечномерные распределения рекуррентного процессы восстановления. Процесс Пуассона. Центральная предельная теорема для числа восстановлений. Парадокс теории счетчиков. Функция восстановления. Интегральное уравнение восстановления. Существование пределов в некоторых процессах. Сопровождающие процессы и парадокс инспекции.

4) Элементы случайного анализа. Пределы случайных функций. Виды непрерывности случайных функций. Дифференцирование и интегрирование случайных функций.

5) Статистические задачи. Оценка параметров входного потока и обслуживания по методу максимального правдоподобия в одной модели теории очередей. Выделение сигнала на фоне шума - байесовская фильтрация состояний марковского процессы в гауссовском шуме.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа заключается в изучении конспектов лекций и источников из списка литературы. Самостоятельная работа может осуществляться как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Что такое процесс Пуассона?
2. Что такое Винеровский процесс?
3. В чем отличие процесса Пуассона от Винеровского процесса?
4. Что такое Гауссовский процесс?

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно»

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

Задача 1. В некоторой области пространства имеются однородные частицы. Под влиянием случайных причин в эту область извне могут проникать новые такие же частицы (или там могут возникать новые частицы), но они не могут покидать эту область (или исчезать). Если в момент времени t в области имеется n частиц, то вероятность (условная) того, что за промежуток $(t, t + h)$ в этой области появится новая частица, не зависит от t и равна $n \cdot t + o(t)$, где n постоянные неотрицательные. Вероятность того, что за время t в области появится 2 или более новых частиц равна $o(t)$. В начальный момент $t = 0$ в области имелось 0 частиц.

а) Составить систему дифференциальных уравнений для вероятностей $p_n(t)$ того, что в любой момент времени t в области будет ровно n частиц.

б) Найти явные выражения вероятностей $p_n(t)$.

Задача 2. Пусть $X(t)$ – случайный процесс с независимыми приращениями $X(t) - X(s)$, распределенным по нормальному закону с математическим ожиданием равным 0, и дисперсией $\sigma^2 = t - s$. Пусть $X(0) = 0$. Найти все n - мерные плотности этого процесса.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно»

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				

компет							
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворитель	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

	но	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Пуассона
2. Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Винера
3. Будет ли стационарный случайной в узком смысле процесс стационарен в широком смысле?
4. Когда стационарный процесс в широком смысле стационарен в узком смысле?

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Вентцель Александр Дмитриевич. Курс теории случайных процессов : учеб. пособие для студентов мех.-мат. фак. ун-тов. - М. : Наука, 1975. - 320 с. : ил. - 0.93., 11 экз.
2. Гихман Иосиф Ильич. Введение в теорию случайных процессов : [учеб. пособие для физ.-мат. специальностей вузов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1977. - 567 с. - 1.40., 3 экз.
3. Булинский Александр Вадимович. Теория случайных процессов. - М. : Физматлит, 2003. - 400 с. - (Теория вероятностей. Математическая статистика). - ISBN 5-9221-0335-0 : 198.33., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Хазен Эллида Моисеевна. Методы оптимальных статистических решений и задачи

оптимального управления. - М. : Советское радио, 1968. - 256 с. - 0.95., 2 экз.

2. Боровков Александр Алексеевич. Теория вероятностей : [учеб. пособие для мат. и физ. специальностей вузов]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 431 с. : с черт. - 1.40., 87 экз.

3. Ивченко Г. И. Теория массового обслуживания : [учеб. пособие] для специальности 0647 / Моск. ин-т электронного машиностроения. - М. : [б. и.], 1975. - 244 с. - 0.30., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.