Приложение 4

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Методы оптимизации

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

15.03.03 - Прикладная механика

Направленность образовательной программы

Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.27 Методы оптимизации относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине**	**Для текущего контроля успеваемости**	**Для промежуточной аттестации**
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;	*ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности* *ОПК-1.2: Демонстрирует умение применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности* *ОПК-1.3: Владеет методикой проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности*	*ОПК-1.1:* *Знать основы проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности* *ОПК-1.2:* *Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности* *ОПК-1.3:* *Владеть навыками проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности*	*Задания*	*Зачёт:* *Задания* *Контрольные вопросы*
ОПК-11: Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной	*ОПК-11.1: Демонстрирует знание методов выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной*	*ОПК-11.1:* *Знает методы выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной*	*Задания*	*Зачёт:* *Задания* *Контрольные вопросы*

деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии;	*деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения* *ОПК-11.2: Демонстрирует умение выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии* *ОПК-11.3: Владеет методикой выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения*	*деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения* *ОПК-11.2:* *Умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.* *ОПК-11.3:* *Владеть навыками выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения*		
ОПК-12: Способен учитывать современные тенденции развития техники и технологий в своей профессиональной деятельности;	*ОПК-12.1: Демонстрирует знание методов учета современных тенденций развития техники и технологий в своей профессиональной деятельности* *ОПК-12.2: Демонстрирует умение учитывать современные тенденции развития техники и технологий в своей профессиональной деятельности* *ОПК-12.3: Владеет методикой учета современных тенденций развития техники и технологий в своей профессиональной деятельности*	*ОПК-12.1:* *Знать методы учета современных тенденций развития техники и технологий в своей профессиональной деятельности* *ОПК-12.2:* *Уметь учитывать современные тенденции развития техники и технологий в своей профессиональной деятельности* *ОПК-12.3:* *Владеть навыками учета современных тенденций развития техники и технологий в своей профессиональной*	*Задания*	*Зачёт:* *Задания* *Контрольные вопросы*

		деятельности		
ОПК-9: Способен внедрять и осваивать новое технологическое оборудование;	*ОПК-9.1: Демонстрирует знание методов внедрения и освоения нового технологического оборудования* *ОПК-9.2: Демонстрирует умение внедрять и осваивать новое технологическое оборудование* *ОПК-9.3: Владеет методикой внедрения и освоения нового технологического оборудования*	*ОПК-9.1:* *Знать методы внедрения и освоения нового технологического оборудования* *ОПК-9.2:* *Уметь внедрять и осваивать новое технологическое оборудование* *ОПК-9.3:* *Владеть навыками внедрения и освоения нового технологического оборудования*	*Коллоквиум*	*Зачёт:* *Задания* *Контрольные вопросы*

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	**3**
Часов по учебному плану	**108**
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	**32**
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	**32**
- КСР	**1**
самостоятельная работа	**43**
Промежуточная аттестация	**0** **Зачёт**

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	

	офо	офо	офо	офо	офо
Тема 1. Элементарный выпуклый анализ. Выпуклые множества. Выпуклые конусы. Возможные направления. Выпуклые функции. Критерии выпуклости. Точки минимума выпуклых функций.	19	0	6	6	13
Тема 2. Гладкие конечномерные задачи на экстремум. Теорема Вейерштрасса и ее следствия. Безусловный минимум: необходимые условия минимума первого и второго порядков, достаточные условия. Условный минимум: принцип Лагранжа в задачах с ограничениями типа равенства и неравенства, регулярность, гладко-выпуклые задачи, условия второго порядка.	27	8	9	17	10
Тема 3. Выпуклые конечномерные задачи на экстремум. Различные формы записи задач выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Теория двойственности. Случай задач линейного программирования.	33	14	9	23	10
Тема 4. Численные методы конечномерной оптимизации. Терминология. Классификация методов. Одномерный поиск для унимодальных и липшицевых функций. Безусловная минимизация функций нескольких переменных: градиентные методы, метод Ньютона, методы сопряженных направлений для квадратичных функций, метод сопряженных градиентов. Условная минимизация функций нескольких переменных: методы штрафных функций, симплекс-метод решения задач линейного программирования.	28	10	8	18	10
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	32	32	65	43

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1.
Элементарный выпуклый анализ.
Выпуклые множества. Выпуклые конусы. Возможные направления. Выпуклые функции. Критерии выпуклости. Точки минимума выпуклых функций.
Тема 2.
Гладкие конечномерные задачи на экстремум.
Теорема Вейерштрасса и ее следствия. Безусловный минимум: необходимые условия минимума первого и второго порядков, достаточные условия. Условный минимум: принцип Лагранжа в задачах с ограничениями типа равенства и неравенства, регулярность, гладко-выпуклые задачи, условия второго порядка.
Тема 3.
Выпуклые конечномерные задачи на экстремум.
Различные формы записи задач выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Теория двойственности. Случай задач линейного программирования.
Тема 4.
Численные методы конечномерной оптимизации.
Терминология. Классификация методов. Одномерный поиск для унимодальных и липшицевых функций. Безусловная минимизация функций нескольких переменных: градиентные методы, метод Ньютона, методы сопряженных направлений для квадратичных функций, метод сопряженных градиентов. Условная минимизация функций нескольких переменных: методы штрафных функций, симплекс-метод решения задач линейного программирования.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Методы оптимизации» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к зачету. Самостоятельная работа студентов (выполнение домашних практических заданий, подготовка к коллоквиуму, зачету) обеспечивается доступной студентам основной и дополнительной литературой, а также доступными им интернет-ресурсами.

Для подготовки к зачету по темам 1 - 3, связанным с математическим программированием, студентам можно воспользоваться:

1. Сумин В.И. Начала математического программирования. Теорема Вейерштрасса. Безусловный экстремум. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 40 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 973.15.06).
2. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 974.15.06).
3. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 975.15.06).

Указанные пособия содержат теоретический материал с иллюстрирующими подробными примерами и упражнениями для самостоятельного выполнения.

Для подготовки к зачету по теме 4, связанной с численными методами оптимизации, студентам можно воспользоваться:

1. Сумин В.И. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Методическая разработка по курсу ”Методы оптимизации”. - Горький: Изд-во ГГУ, 1989 (40).
2. Чернов А.В. Численные методы одномерной минимизации. Н.Новгород: ННГУ, 2009 (62).
3. Чернов А.В. Численные методы безусловной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (52).
4. Чернов А.В. Численные методы условной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (70).

Указанные пособия содержат теоретический материал с иллюстрирующими подробными примерами и упражнениями для самостоятельного выполнения, а также примеры программ на языке MATLAB и задания для выполнения лабораторных работ.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задача 1. Проверить на выпуклость функцию $f(x) = (x_1)^2 - x_1 x_2 + (x_2)^2$ на множестве $X = R^2$.

Задача 2. Существует ли точка глобального минимума в задаче оптимизации: $f(x, y) = 5x - 3y \to \min$, $x^2 + y^2 \le 4$? Почему?

Задача 3. Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации: $f(x, y) = 5x - 3y \to \min$, $x^2 + y^2 \le 4$.

Задача 4. Решить задачу линейного программирования с помощью теории двойственности:

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 2x - y + 3z \to \min \\ x + 3y - 2z \le 2, \qquad 2x - y + z = 4, \\ y, z \ge 0. \end{cases}$$

Задача 5. Решить задачу $f(x, y) = x^2 + y^2 \to \min$ методом Ньютона, начав с точки $(1,1)$.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-11:

Вариант 1 (Выпуклый анализ)

Задание 1. Проверить на выпуклость множество $X = \Gamma_{c,\alpha}$.

Задание 2. Проверить на выпуклость функцию $f(x) = 3(x^1)^2 - x^1 x^2 + (x^2)^2$.

Вариант 2 (Общая задача оптимизации)

Задание 1. Для задачи $f(x) = x^1 + x^2 \to \min$, $(x^1)^2 + x^2 \le 1$, $x^2 \ge 0$, построить допустимое множество и линии уровня целевой функции; указать точку глобального минимума (если она существует). Выполняются ли какие-то достаточные условия существования глобального минимума в этой задаче?

Задание 2. Решить задачу безусловной минимизации: $f(x) = 0.5(Ax, x) - (b, x) + c \to \min$, $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 3 (Гладкие задачи математического программирования)

Задание 1. Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации: $f(x) = x^1 + x^2 \to \min$, $(x^1)^2 + x^2 \le 1$, $x^2 \ge 0$.

Задание 2. Решить с помощью теоремы Куна-Таккера в дифференциальной форме задачу оптимизации: $f(x) = 0.5(Ax, x) - (b, x) + c \to \min$, $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $x^1 + x^2 = 1$, $x^1, x^2 \ge 0$.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-12:

Вариант 1 (Выпуклое и линейное программирование)

Задание 1. Решить задачу линейного программирования с помощью теории двойственности:
$$\begin{cases} f(x,y,z) = 2y - x + 3z \to \min \\ 3x + y - 2z \le 2, \qquad 2y - x + z = 4, \\ x, z \ge 0. \end{cases}$$

Задание 2. Решить ту же задачу с помощью теоремы Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке.

Вариант 2 (Численные методы оптимизации)

Задание 1. Решить задачу $f(x,y) = x^2 + 4y^2 \to \min$ методом Ньютона, начав с точки $(1,-1)$.

Задание 2. Решить симплекс-методом задачу линейного программирования: $f(x) = (c, x) \to \min$, $Ax = b$, $x \ge 0$, $A = \begin{pmatrix} 2, 1, 1, 0 \\ 1, 3, 0, 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c = (1, -2, 2, 3)$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции ОПК-9:

Коллоквиум по теме «Выпуклый анализ»

Коллоквиум по теме «Симплекс-метод»

Критерии оценивания (оценочное средство - Коллоквиум)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора	**плохо**	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
	не зачтено		**зачтено**				

достижения							
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		**Уровень подготовки**
зачтено	**превосходно**	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»

	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	**неудовлетворительно**	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задание 1. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x,y) = x + y \to \min$, $x^2 + y^2 \le 1$.

Задание 2. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x,y) = x + y \to \min$, $x^2 + y \le 1$, $y \ge 0$.

Задание 3. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x,y) = x - y \to \min$, $x^2 + y = 1$.

Задание 4. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x,y) = y - x \to \min$, $x^2 + y = 1$, $y \ge 0$.

Задание 5. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x,y) = x - y \to \min$, $x + y^2 = 1$, $x \ge 0$.

Задание 6. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x,y) = x + y \to \min$, $x^2 + y^2 = 4$.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-11

Задание 1. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x, y) = x \to \min$, $4x^2 + 9y^2 = 36$.

Задание 2. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x, y) = y \to \min$, $4x^2 + 9y^2 = 36$.

Задание 3. Сформулировать принцип Лагранжа для задачи математического программирования и с его помощью решить задачу:

$f(x, y) = x \to \max$, $4x^2 + 9y^2 = 36$.

Задание 4. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$f(x) = (c, x) \to \min$, $Ax \begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b$, $x^2, x^3 \ge 0$, $A = \begin{pmatrix} 1, & 3, & -2 \\ 2, & -1, & 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $c = (2, -1, 3)$.

Задание 5. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$f(x) = (c, x) \to \min$, $Ax \begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b$, $x^2, x^3 \ge 0$, $A = \begin{pmatrix} 3, & -5, & 7 \\ 2, & -3, & -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $c = (7, -5, -3)$.

Задание 6. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$f(x) = (c, x) \to \min$, $Ax \begin{bmatrix} \ge \\ = \end{bmatrix} b$, $x^2, x^3 \ge 0$, $A = \begin{pmatrix} 4, & -1, & 3 \\ 1, & 1, & 2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c = (5, -4, 3)$.

Задание 7. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$f(x) = (c, x) \to \min$, $Ax \begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b$, $x^2, x^3 \ge 0$, $A = \begin{pmatrix} 4, & -1, & 3 \\ 1, & -1, & -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $c = (2, 4, -3)$.

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-12

Задание 1. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$$f(x)=(c,x)\to\min,\ Ax\begin{bmatrix}\le\\=\end{bmatrix}b,\ x^2,x^3\ge 0,\ A=\begin{pmatrix}4,-3,\ 3\\1,-4,-2\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix},\ c=(3,4,-2).$$

Задание 2. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$$f(x)=(c,x)\to\min,\ Ax\begin{bmatrix}\le\\=\end{bmatrix}b,\ x^2,x^3\ge 0,\ A=\begin{pmatrix}2,-1,\ 3\\3,-2,-1\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix},\ c=(3,1,-2).$$

Задание 3. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$$f(x)=(c,x)\to\min,\ Ax\begin{bmatrix}\le\\=\end{bmatrix}b,\ x^2,x^3\ge 0,\ A=\begin{pmatrix}2,-3,\ 1\\5,-7,-3\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix},\ c=(2,3,-1).$$

Задание 4. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме двойственности и с ее помощью решить задачу:

$$f(x)=(c,x)\to\min,\ Ax\begin{bmatrix}\le\\=\end{bmatrix}b,\ x^2,x^3\ge 0,\ A=\begin{pmatrix}2,-1,3\\1,-3,2\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix},\ c=(1,5,4).$$

Задание 5. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x)=(c,x)\to\min,\ Ax\begin{bmatrix}\le\\=\end{bmatrix}b,\ x^2,x^3\ge 0,\ A=\begin{pmatrix}1,-2,3\\1,-3,2\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix},\ c=(1,4,5).$$

Задание 6. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x)=(c,x)\to\min,\ Ax\begin{bmatrix}\le\\=\end{bmatrix}b,\ x^2,x^3\ge 0,\ A=\begin{pmatrix}2,-2,3\\1,\ -1,1\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix},\ c=(3,2,2).$$

Задание 7. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x)=(c,x)\to\min,\ Ax\begin{bmatrix}\le\\=\end{bmatrix}b,\ x^2,x^3\ge 0,\ A=\begin{pmatrix}2,-1,3\\1,\ 2,\ 1\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix},\ c=(2,7,5).$$

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-9

Задание 1. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x) = (c, x) \to \min,\ Ax\begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b,\ x^2, x^3 \ge 0,\ A = \begin{pmatrix} 2, -2, 2 \\ 1,\ 1,\ 3 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix},\ c = (2,5,7).$$

Задание 2. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x) = (c, x) \to \min,\ Ax\begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b,\ x^2, x^3 \ge 0,\ A = \begin{pmatrix} 1, 1, -1 \\ 1, 3,\ 1 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix},\ c = (2,8,5).$$

Задание 3. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x) = (c, x) \to \min,\ Ax\begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b,\ x^2, x^3 \ge 0,\ A = \begin{pmatrix} 1,\ 2,\ -1 \\ 2, -3, -5 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},\ c = (4,9,7).$$

Задание 4. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x) = (c, x) \to \min,\ Ax\begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b,\ x^2, x^3 \ge 0,\ A = \begin{pmatrix} 1,\ 2,\ -3 \\ 2, -7, -5 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},\ c = (4,5,3).$$

Задание 5. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x) = (c, x) \to \min,\ Ax\begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b,\ x^2, x^3 \ge 0,\ A = \begin{pmatrix} 1,\ 3,\ -1 \\ 2, -1, -2 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix},\ c = (5,3,-2).$$

Задание 6. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x) = (c, x) \to \min,\ Ax\begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b,\ x^2, x^3 \ge 0,\ A = \begin{pmatrix} 1, -2,\ 3 \\ 2, -2, -5 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix},\ c = (5,2,-4).$$

Задание 7. Постановка задачи выпуклого программирования. Сформулировать теорему Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке и с ее помощью решить задачу:

$$f(x) = (c, x) \to \min,\ Ax\begin{bmatrix} \le \\ = \end{bmatrix} b,\ x^2, x^3 \ge 0,\ A = \begin{pmatrix} 1, -3,\ 3 \\ 2,\ 1,\ -5 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix},\ c = (5,3,-3).$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Определение и простейшие свойства выпуклых множеств.

2. Граничные точки выпуклых множеств.

3. Проекция точки на множество. Теоремы о проекции.

4. Неотрицательная и выпуклая комбинации точек.

5. Коническая и выпуклая оболочки множества.

6. Теоремы отделимости выпуклых множеств.

7. Опорные гиперплоскости.

8. Сопряженный конус. Теорема Фаркаша.

9. Возможные (допустимые) направления.

10. Определение выпуклой функции и его геометрический смысл. Простейшие свойства выпуклых функций.

11. Дифференцируемость выпуклой функции по возможным направлениям.

12. Свойство непрерывности выпуклой функции.

13. Критерии выпуклости в классе дифференцируемых функций нескольких переменных.

5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-11

1. Достаточное условие глобального минимума в задаче выпуклого программирования.
2. Простейшее условие регулярности в задаче математического программирования.
3. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие Слейтера.
4. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: условие линейности.
5. Необходимые условия второго порядка в задаче математического программирования.
6. Достаточные условия второго порядка в задаче математического программирования
7. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.
8. Понятие седловой точки функции Лагранжа. Критерий седловой точки.
9. Теорема Куна-Таккера в форме утверждения о седловой точке. Связь с теоремой Куна-Таккера в дифференциальной форме.
10. Понятие двойственной задачи и ее свойства.
11. Теорема двойственности.
12. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности.
13. Теорема существования решения в задачах ЛП.

5.3.7 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-12

1. Теория двойственности для задач ЛП
2. Классификация численных методов оптимизации.
3. Метод дихотомии.
4. Метод половинного деления.
5. Метод золотого сечения.
6. Безусловная минимизация функций многих переменных: овражный эффект.
7. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод наискорейшего спуска. Теорема о сходимости.
8. Безусловная минимизация функций многих переменных: метод Ньютона: идея, алгоритм, достоинства и недостатки, сравнение с градиентными методами.
9. Условная минимизация функций многих переменных: метод проекции градиента. Теорема о сходимости.
10. Условная минимизация функций многих переменных: метод условного градиента. Теорема о сходимости.
11. Условная минимизация функций многих переменных: метод квадратичного штрафа.
12. Симплекс-метод решения задач линейного программирования: каноническая задача ЛП. Приведение задач ЛП к каноническому виду.
13. Основные определения симплекс-метода: вершина, ребро, базис вершины. Соответствие между вершинами и базисами. Ребра, выходящие из невырожденной вершины.
14. Итерационный алгоритм симплекс-метода в невырожденном случае. Итерационные формулы. Симплекс-таблица (СТ). Анализ и пересчет СТ.
15. Симплекс-метод решения задач линейного программирования: отыскание начальной вершины методом искусственного базиса

5.3.8 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-9

1. Критерий выпуклости в классе дважды дифференцируемых функций многих переменных.
2. Точки минимума выпуклых функций. Критерий точки минимума выпуклой функции.
3. Сильно выпуклые функции.
4. Понятие о математической теории оптимизации и математическом программировании (МП) как одном из ее разделов. Примеры задач оптимизации.
5. Теорема Вейерштрасса и ее следствия.
6. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия первого порядка.
7. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия второго порядка.
8. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Достаточные условия второго порядка.
9. Направления спуска. Необходимое условие оптимальности в общей задаче минимизации. Необходимое и достаточное условия направления спуска для дифференцируемых функций.
10. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности первого порядка.
11. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций.
12. Гладкие задачи на условный экстремум. Достаточное условие оптимальности в классе дважды дифференцируемых функций
13. Классификация задач математического программирования.
14. Принцип Лагранжа и его геометрический смысл.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Васильев Федор Павлович. Численные методы решения экстремальных задач : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Приклад. математика". - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 549 с. : ил. - ISBN 5-02-013796-0 (в пер.) : 1.60., 178 экз.
2. Алексеев Владимир Михайлович. Сборник задач по оптимизации. Теория, примеры, задачи : учеб. пособие. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. - 288 с. - 28.00., 159 экз.
3. Чернов Андрей Владимирович. Численные методы оптимизации : учебно-методическое пособие / А. В. Чернов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 164 с. - Текст : электронный., https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=892332&idb=0.
4. Чернов А. В. Численные методы оптимизации / Чернов А. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2024. - 164 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.01 «Математика», 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 01.03.03 «Механика и математическое моделирование», 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика». - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Ветеринария и сельское хозяйство., https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=927217&idb=0.

Дополнительная литература:

1. Сухарев Алексей Григорьевич. Курс методов оптимизации. - М. : Наука, 1986. - 325, [1] с. : ил. - 1.80., 3 экз.
2. Поляк Борис Теодорович. Введение в оптимизацию. - М. : Наука, 1983. - 384 с. : ил. - 2.40., 12 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Фонд электронных изданий ННГУ. Режим доступа: http://www.unn.ru/books/resources.html

1. Сумин В.И. Начала математического программирования. Теорема Вейерштрасса. Без-условный экстремум. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 40 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 973.15.06).
2. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 1. Выпуклые множества. Электронное учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 32 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 974.15.06).
3. Сумин В.И. Начала выпуклого анализа. Часть 2. Выпуклые функции. Электронное учеб-но-

методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 28 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Регистрационный номер 975.15.06).

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Чернов Андрей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.