

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.03 - Прикладная информатика

Направленность образовательной программы
Проектирование и автоматизация производства изделий микроэлектроники

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06 Математический анализ относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|--|--|--|-------------------------------------|---|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности; | ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования ОПК-1.2: Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности | ОПК-1.1: Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным: 1. раскрывать неопределенности и вычислять пределы последовательностей и функций (с помощью замечательных пределов, эквивалентных бесконечно малых, правила Лопиталя); 2. исследовать функцию на непрерывность и дифференцируемость; 3. дифференцировать явно и неявно заданные функции; 4. дифференцировать параметрически заданные функции; 5. исследовать функцию с помощью производных и строить графики; 6. находить локальные и глобальные экстремумы функций; 7. находить условные экстремумы функции; 8. раскладывать функции по формуле Тейлора; 9. интегрировать функции; 10. представить функцию в виде степенного ряда и ряда Фурье; | Собеседование Контрольная работа | Экзамен: Контрольные вопросы Задачи |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | <p>11. находить длины кривых, площади плоских фигур, объемы и массы тел, площади поверхностей координаты центра масс. Знать понятия и утверждения, основные методы и приемы дисциплины «Математический анализ»</p> <p>ОПК-1.2: Уметь применять приемы раскрытия неопределенностей, технику дифференцирования, методы интегрирования, исследование рядов на сходимость и равномерную сходимость, раскладывать функции в ряды Тейлора и Фурье, определять области сходимости рядов. Владеть различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье</p> <p>ОПК-1.3: Владеть навыком взятия производных, исследовать на экстремум функции одной и многих переменных, применять определенный интеграл к решению геометрических и физических задач, выбирать наиболее подходящий прием или метод для решения практической задачи.</p> | | |
|--|--|--|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|------------------------------|
| | очная |
| Общая трудоемкость, з.е. | 20 |
| Часов по учебному плану | 720 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 256 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 96 |
| - КСР | 8 |
| самостоятельная работа | 216 |
| Промежуточная аттестация | 144 Экзамен |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|--|-----------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о |
| Тема 1. Введение | 4 | 4 | | 4 | |
| Тема 2. Вещественные числа | 10 | 6 | | 6 | 4 |
| Тема 3. Числовые последовательности | 17 | 10 | | 10 | 7 |
| Тема 4. Предел функции | 17 | 10 | | 10 | 7 |
| Тема 5. Непрерывные функции | 17 | 10 | | 10 | 7 |
| Тема 6. Производная функции | 20 | 12 | | 12 | 8 |
| Тема 7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения | 22 | 12 | | 12 | 10 |
| Тема 8. Неопределенный интеграл | 21 | 10 | | 10 | 11 |
| Тема 9. Определенный интеграл | 21 | 10 | | 10 | 11 |
| Тема 10. Приложения определенного интеграла | 19 | 8 | | 8 | 11 |
| Тема 11. Функции многих переменных и пределы | 21 | 10 | | 10 | 11 |
| Тема 12. Непрерывные функции многих переменных | 18 | 8 | | 8 | 10 |

| | | | | | |
|--|-----|-----|----|-----|-----|
| Тема 13. Дифференцирование функции многих переменных | 21 | 10 | | 10 | 11 |
| Тема 14. неявно-заданные функции | 10 | 4 | | 4 | 6 |
| Тема 15. Экстремумы функций многих переменных | 8 | 4 | | 4 | 4 |
| Тема 16. Числовые ряды | 34 | 12 | 12 | 24 | 10 |
| Тема 17. Функциональные последовательности и ряды | 34 | 12 | 12 | 24 | 10 |
| Тема 18. Степенные ряды | 36 | 14 | 12 | 26 | 10 |
| Тема 19. Определенные интегралы, зависящие от параметра | 34 | 12 | 12 | 24 | 10 |
| Тема 20. Ряды Фурье | 38 | 14 | 14 | 28 | 10 |
| Тема 21. Несобственные интегралы | 26 | 12 | 6 | 18 | 8 |
| Тема 22. Несобственные интегралы, зависящие от параметра | 23 | 10 | 5 | 15 | 8 |
| Тема 23. Кратные интегралы | 24 | 10 | 6 | 16 | 8 |
| Тема 24. Криволинейные интегралы | 24 | 10 | 6 | 16 | 8 |
| Тема 25. Поверхностные интегралы | 23 | 10 | 5 | 15 | 8 |
| Тема 26. Теория поля (Векторный анализ) | 26 | 12 | 6 | 18 | 8 |
| Аттестация | 144 | | | | |
| КСР | 8 | | | 8 | |
| Итого | 720 | 256 | 96 | 360 | 216 |

Содержание разделов и тем дисциплины

1 семестр:

1. Введение.

Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения.

2. Вещественные числа.

Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Элементы теории множеств. Ограниченные и неограниченные множества, грани множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств. Счетные и несчетные множества. Несчетность множества действительных чисел.

3. Числовые последовательности:

Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой последовательности.

Примеры. Свойства пределов и числовых последовательностей. Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями. Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число e . Принцип вложенных отрезков. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши существования предела. Полнота числовой прямой.

4. Предел функции.

Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел. Свойства пределов функций. Предел суперпозиции функции. Бесконечно малые функции и их сравнение. Замечательные пределы. Раскрытие неопределенностей. Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.

5. Непрерывные функции:

Свойства непрерывных функций. Локальная устойчивость знака. Различия определения непрерывности функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях. Теорема Вейерштрасса об ограниченности

непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней. Условия непрерывности монотонной функции на отрезке. Теорема о непрерывности обратной функции.

6. Производная функции:

Задачи, приводящие к понятию производной функции. Средняя и мгновенная скорость изменения процесса. Производная и дифференциал функции в точке. Дифференцируемость функции.

Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику функции в точке.

Свойства производных и дифференциалов функций. Производная суперпозиции и обратной функции.

Таблица производных. Дифференцируемость элементарных функций. Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически. Инвариантность формы первого дифференциала. Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.

7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:

Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума.

Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений. Формула Тейлора.

Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума. Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции.

Нахождение глобального экстремума функции. Приближенные методы нахождения корней уравнений.

Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.

2 семестр:

1. Неопределенный интеграл:

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла. Таблица интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Рационализация подинтегральной функции. Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.

2. Определенный интеграл:

Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня.

Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость и ограниченность функции.

Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Колебание функции на отрезке. Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций.

Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале.

3. Приложения определенного интеграла

Спрямоугольность кривой, вычисление длины дуги в различных координатах. Квадрируемость плоских фигур, Критерий квадрируемости. Множества нулевой площади. Свойство аддитивности площади.

Формулы площади областей, граница которых задана в различных координатах. Кубируемость тел. Критерий кубируемости тела. Аддитивность объема. Вычисление объема тела по известным площадям сечений. Объем тела вращения. Вычисление площади поверхности вращения. Общая схема применения интеграла Римана к вычислению геометрических, механических и физических величин. Вычисление работы переменной силы, массы неоднородной материальной кривой и пластины, статических моментов и моментов инерции неоднородной кривой и материальной пластины относительно координатных осей.

Вычисление координат центра

масс неоднородной кривой и материальной пластины. Теоремы Приближенное вычисление интегралов Римана: формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Оценка погрешности.

4. Функции многих переменных и пределы:

Арифметическое Евклидово пространство R^n . Связное множество в R^n . Шаровая и кубическая окрестности точки. Открытые и замкнутые множества в R^n . Последовательность в R^n . Сходимость и предел последовательности. Покоординатная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательности в R^n . Ограниченные и неограниченные множества в R^n . Теорема Больцано-Вейерштрасса. Компакты. Критерий компактности. Функции многих переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши.

5. Непрерывные функции многих переменных

Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным. Свойства непрерывных функций. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве. Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности.

6. Дифференцирование функции многих переменных:

Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости. Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала. Абсолютная и относительная погрешность. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Практические следствия инвариантности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциала высших порядков.

Неинвариантность формы высших

дифференциалов. Инвариантность при аффинной замене переменных. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений.

7. неявно-заданные функции:

Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функций. Вычисление старших производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно.

8. Экстремумы функций многих переменных

Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные).

3 семестр:

1. Числовые ряды:

Понятие числового ряда. Связь с приближенными вычислениями. Частичные суммы числового ряда, сходимость и расходимость рядов. Сумма, отрезок и остаток ряда. Эквивалентность сходимости числовых рядов и числовых последовательностей. Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов.

Знакопостоянные ряды. Критерий сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения для сходимости знакопостоянного ряда. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов Даламбера, Коши, Раабе. Интегральный признак сходимости. Обобщенные гармонические ряды.). Абсолютная и условная сходимости произвольных числовых рядов. Признаки абсолютной сходимости рядов. Теорема о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Оценки суммы и остатка знакопеременного ряда, их использование для оценки погрешности вычислений. Признаки Абеля и Дирихле сходимости произвольных рядов. Теорема Римана о зависимости суммы условно (неабсолютно) сходящегося ряда от порядка следования членов.

2. Функциональные последовательности и ряды:

Понятия функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимость в точке и области. Эквивалентность сходимости функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость функциональных рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов. Функциональные свойства рядов, связанные с равномерной сходимостью. Теорема о почленном переходе к пределу. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании.

3. Степенные ряды

Понятие степенного ряда. Лемма Абеля об абсолютной сходимости. Область и радиус сходимости. Вычисление радиуса сходимости: формулы Даламбера, Коши и Коши - Адамара. Свойства степенного ряда: равномерная сходимость на внутреннем отрезке; непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование на интервале сходимости. Ряды Тейлора. Аналитические функции. Достаточное условие аналитичности. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Понятие ряда с комплексными членами. Формулы Эйлера.

4. Определенные интегралы, зависящие от параметра

Равномерная сходимость функций по параметру. Критерий Коши равномерной сходимости. Определенный интеграл как функция параметров. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование, интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Непрерывность и дифференцирование по параметру в случае, когда пределы интегрирования также зависят от параметра.

Примеры приложения к вычислению определенных интегралов.

5. Ряды Фурье:

Периодические функции. Понятие гармоник, амплитуды, фазы. Тригонометрическая система функций и тригонометрический ряд. Ортогональность тригонометрической системы. Вычисление коэффициентов равномерно сходящегося тригонометрического ряда через его сумму. Определение тригонометрического ряда Фурье. Периодическое продолжение произвольной функции. Стремление коэффициентов Фурье к нулю. Представление частичной суммы ряда Фурье для абсолютно-интегрируемой функции интегралом Дирихле. Принцип локализации. Поточечная сходимость рядов Фурье. Регулярные точки функции.

Суммы Фейера. Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Полнота и замкнутость тригонометрической системы. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Условие полноты Парсеваля. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье. Оценки скорости сходимости рядов Фурье. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Ряды Фурье на произвольном интервале. Комплексная запись рядов Фурье. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

4 семестр:

1. Несобственные интегралы:

Задачи, приводящие к понятию несобственных интегралов. Интеграл с бесконечными пределами. Сходимость и расходимость интегралов. Критерий Коши. Замена переменной и интегрирование по

частям. Сходимость интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Условная сходимость. Признак Абеля-Дирихле. Интегралы от неограниченных функций.

Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости. Эквивалентность несобственных интегралов обоих типов. Главные задачи Коши несобственных интегралов.

2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра

Интегралы с бесконечными пределами, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточный признак Вейерштрасса абсолютной и равномерной сходимости.

Предельный переход, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Равенство повторных интегралов. Интегралы от неограниченных функций, зависящие от параметра. Эйлера интегралы.

3. Кратные интегралы

Задачи, приводящие к понятию кратного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла.

Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных. Геометрический смысл якобиана преобразования. Полярная замена координат. Тройные и многократные интегралы. Приведение к повторным. Замена переменных. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.

Геометрические приложения двойных интегралов: объем бруса, площадь поверхности в случае явного и параметрического задания. Приложения кратных интегралов к задачам механики: масса, статические моменты,

центр масс, моменты инерции.

4. Криволинейные интегралы

Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла. Криволинейный интеграл первого рода, его вычисление. Криволинейный интеграл второго рода. Соотношение криволинейных интегралов.

Вычисление криволинейного интеграла второго рода. Ориентация контура. Плоская односвязная область. Интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью формулы Грина.

Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции двух переменных по ее полному дифференциалу.

5. Поверхностные интегралы

Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Вычисление с помощью двойного интеграла. Связь поверхностных интегралов. Поверхностно односвязная область. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла по пространственной кривой от пути интегрирования.

Восстановление функции трех переменных по ее полному дифференциалу. Пространственно односвязная область. Формула Остроградского и ее геометрические приложения.

6. Теория поля (Векторный анализ)

Физические задачи, приводящие к понятиям скалярного и векторного полей. Оператор Гамильтона.

Градиент. Поле градиентов. Дивергенция (расходимость) векторного поля. Ротор. Поле роторов.

Циркуляция векторного поля. Поток векторного поля. Формулы Грина, Стокса и Остроградского-Гаусса в векторной форме. Соленоидальные векторные поля. Условия соленоидальности поля, физический смысл дивергенции.

Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности векторного поля.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Математический анализ (ПрИнф), <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6864>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

| |
|---|
| Сформулируйте определение окрестности точки $x \in \mathbb{R}$. |
| Сформулируйте определение ε -окрестности точки $x \in \mathbb{R}$. |
| Сформулируйте определение окрестности $+\infty$. |
| Сформулируйте определение окрестности $-\infty$. |
| Сформулируйте определение окрестности ∞ . |
| Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества. |
| Какое число называется верхней гранью множества. |
| Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества. |
| Всегда ли существуют точные верхние грани множества? |
| Сформулируйте определение предела последовательности. |
| Сформулируйте определение сходящейся (расходящейся) последовательности. |
| Какая последовательность называется бесконечно малой (бесконечно большой)? |
| Сколько пределов может иметь сходящаяся последовательность? |
| Перечислите свойства пределов, связанные с неравенствами. |
| Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности. |
| Всякая ли сходящаяся последовательность ограничена? Всякая ли ограниченная последовательность |

| |
|---|
| сходится? |
| Сформулируйте свойства бесконечно малых последовательностей. |
| Сформулируйте определение монотонной последовательности. |
| Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) последовательности. |
| Если последовательность монотонная, она будет иметь предел? |
| Как определяется число ε ? |
| Сформулируйте определение фундаментальной последовательности. |
| Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности. |
| Дайте определение частичного предела. |
| Сформулируйте критерий частичного предела. |
| Что такое верхний (нижний) предел последовательности? |
| Какая связь между сходимостью последовательности и ее частичными пределами? |
| Сформулируйте определение по Гейне предела функции. |
| Сформулируйте определение по Коши , где $a, b \in \mathbb{R}$. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией). |
| Сформулируйте определение по Коши , где $a \in \mathbb{R}$. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией). |
| Сформулируйте определение по Коши . Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией). |
| Сформулируйте определение по Коши , где $a \in \mathbb{R}$. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией). |
| Сформулируйте определение бесконечно малой функции. |
| Сформулируйте определение бесконечно большой функции. |

| |
|---|
| |
| Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка. |
| Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций. |
| Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой. |
| Сформулируйте определение приращения функции. |
| Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое). |
| Сформулируйте определение непрерывности функции на множестве. |
| Сформулируйте определение точки разрыва. |
| Сформулируйте определение точки устранимого разрыва. |
| Сформулируйте определение точки разрыва I-го рода. |
| Сформулируйте определение точки разрыва II-го рода. |
| Сформулируйте основные свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса, теоремы Больцано-Коши). |
| Дайте классификацию точек множества на числовой прямой. |
| Какое множество называется открытым? Замкнутым? Может ли множество быть открытым и одновременно замкнутым? |
| Сформулируйте определение производной функции в точке. |
| Сформулируйте определение односторонней производной функции. |
| Сформулируйте определение производной n-го порядка. |
| Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке. |
| Сформулируйте определение дифференциала первого порядка. |
| Какой геометрический смысл имеет производная функции в точке и дифференциал функции в точке? |
| Сформулируйте определение дифференциала n-го порядка. |
| Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке. |
| Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции. |

| |
|--|
| Как найти производную (дифференциал) произведения. |
| Как найти производную (дифференциал) частного. |
| В чем заключается свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка. |
| Продемонстрируйте неинвариантность формы второго дифференциала. |
| Сформулируйте определение возрастающей строго (нестрого) функции. |
| Сформулируйте определение убывающей строго (нестрого) функции. |
| Сформулируйте определение монотонной функции. |
| Сформулируйте определение локального минимума (максимума). |
| Сформулируйте основные теоремы о дифференцируемых на интервале функциях: Ферма, Ролля, Лагранжа. |
| Какие следствия из теоремы Лагранжа вам известны? |
| Что такое формула Тейлора? |
| Сформулируйте определение строгого локального минимума (максимума). |
| Сформулируйте определение экстремума. |
| Сформулируйте определение строгого экстремума. |
| Сформулируйте определение стационарной точки. |
| Сформулируйте определение критической точки. |
| Сформулируйте необходимое условие экстремума? |
| Сформулируйте достаточные условия экстремума? |
| Какая точка называется точкой перегиба дифференцируемой функции? |
| Сформулируйте необходимое условие точки перегиба. |
| Сформулируйте достаточное условие точки перегиба. |
| Сформулируйте определение вертикальной, наклонной асимптоты. |
| Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты. |
| Что такое первообразная и неопределенный интеграл? |

| |
|--|
| |
| Сформулируйте свойства неопределенного интеграла. |
| Чему равен интеграл от суммы функций? |
| Равен ли интеграл от произведения функций произведению интегралов от этих функций? Приведите пример. |
| Перечислите простейшие рациональные дроби. |
| Какое выражение называется дифференциальным биномом? |
| При каких условиях дифференциальный бином интегрируется в элементарных функциях? |
| Сформулируйте понятие определенного интеграла (интеграла Римана). |
| Какое условие является необходимым для интегрируемости функции? |
| Что такое суммы Дарбу и зачем они нужны? |
| Какие функции являются интегрируемыми по Риману? |
| Что такое интеграл с переменным верхним пределом? |
| Какими свойствами обладает интеграл с переменным верхним пределом? |
| Какая связь между определенным и неопределенным интегралом? |
| Как задается кривая на плоскости и в пространстве? Что такое параметризация кривой? |
| Сформулируйте определение длины дуги и спрямляемой кривой. |
| Как определяется площадь плоской фигуры по Жордану? |
| Как найти площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора? |
| Как найти площадь плоской фигуры с параметрически заданной границей? |
| Как найти площадь поверхности и объем тел вращения? |
| Что такое векторное пространство R^n ? |
| Дайте определение евклидова пространства. |
| Какое пространство называется метрическим? |

| |
|---|
| Что является пределом последовательности в пространстве \mathbb{R}^n ? |
| Что такое покоординатная сходимость? |
| Что такое повторные пределы функции двух переменных? |
| Сформулируйте определение предела функции нескольких переменных. |
| Какая функция называется непрерывной в точке по совокупности переменных? |
| Какая функция называется непрерывной в точке по отдельным переменным? |
| Какое множество называется компактным? |
| Сформулируйте критерий Больцано-Вейерштрасса компактности множества. |
| Какое множество называется связным? |
| Сформулируйте свойства непрерывных функций на компактном множестве (теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора). |
| Сформулируйте свойства непрерывных функций на связном множестве (теоремы Больцано-Коши). |
| Дайте определение частной производной функции. |
| Какая функция двух переменных называется дифференцируемой в точке? |
| Если функция имеет частные производные в точке, будет ли она дифференцируемой в этой точке? |
| Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции в точке. |
| Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности? |
| Напишите формулу Тейлора для функции многих переменных. |
| Какая функция называется заданной неявно? |
| Каким условиям должна удовлетворять функция $F(x,y)$, чтобы уравнение $F(x,y)=0$ определяло в окрестности точки x^0 единственную непрерывную функцию $y(x)$ так, что $y(x^0)=y^0$. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки x^0 ? |
| Каким условиям должна удовлетворять функция $F(x,y,z)$, чтобы уравнение $F(x,y,z)=0$ определяло в окрестности точки (x^0, y^0) единственную непрерывную функцию $z(x,y)$ так, что $z(x^0, y^0)=z^0$. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки (x^0, y^0) ? |
| Какая функция называется заданной неявно системой уравнений? |

| |
|---|
| Сформулируйте теорему о неявной функции, заданной системой уравнений? |
| Что такое замена переменных? |
| Дайте определение локального экстремума функции нескольких переменных. |
| Сформулируйте необходимое условие локального экстремума, достаточное условие локального экстремума. |
| Какая точка называется точкой условного экстремума функции нескольких переменных? |
| Как найти условный экстремум функции? |
| В чем заключается метод множителей Лагранжа? |
| Что такое числовой ряд? |
| Что называется суммой ряда? |
| Какой числовой ряд называется сходящимся (расходящимся)? |
| Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда? |
| Если общий член ряда стремится к нулю, что можно сказать о сходимости ряда? |
| Сформулируйте критерий Коши сходимости числового ряда. |
| Какой числовой ряд называется гармоническим и почему он так называется? |
| Сходится ли гармонический ряд и почему? |
| Какой числовой ряд называется знакоположительным? |
| Сформулируйте признаки сходимости знакоположительного числового ряда. |
| (ограниченность последовательности частичных сумм, признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши-Маклорена). |
| Когда говорят, что ряд сходится абсолютно? Условно? |
| Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством ассоциативности сложения? Когда это возможно? |
| Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством коммутативности сложения? Когда это возможно? |
| Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. |

| |
|---|
| Как оценить остаток знакопередающего ряда? |
| Сформулируйте признаки Дирихле и Абеля сходимости произвольных рядов. |
| Дайте понятия функциональной последовательности, функционального ряда. |
| Как найти область сходимости функциональной последовательности, функционального ряда? |
| Дайте определение поточечной и равномерной сходимости на множестве функциональной последовательности, функционального ряда. |
| Сформулируйте признаки равномерной сходимости функциональной последовательности, функционального ряда (критерий Коши, достаточные признаки Вейерштрасса, Дирихле, Абеля). |
| При каких условиях для функционального ряда справедливы следующие свойства: «предел от суммы равен сумме пределов», «интеграл от суммы равен сумме интегралов», «производная от суммы равна сумме производных»? |
| Какой ряд называется степенным? |
| Как найти радиус сходимости степенного ряда? |
| Что является областью сходимости степенного ряда? |
| Сходится ли степенной ряд в области сходимости равномерно? |
| Будет ли непрерывной сумма степенного ряда в области сходимости? |
| Когда говорят, что функция раскладывается в степенной ряд в некоторой точке? |
| Как определить, раскладывается ли функция в степенной ряд? |
| Какие степенные ряды можно получить при разложении функции? |
| Какая функция называется аналитической? |
| Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Каково значение этих теорем? |
| Какое пространство называется бесконечномерным евклидовым пространством? |
| Приведите пример бесконечномерного евклидова пространства. Определите в нем скалярное произведение, норму, метрику. |
| Что такое сходимость по норме, сходимость в среднем? |
| Какая система функций называется ортогональной? Приведите пример. |

| |
|--|
| Какая система функций называется ортонормированной? Приведите пример. |
| Какой ряд называется общим рядом Фурье. Каким свойством обладают коэффициенты Фурье? |
| Что из себя представляет неравенство Бесселя, равенство Парсеваля? |
| Сформулируйте свойства полноты и замкнутости ортонормированной системы. |
| Запишите ряд Фурье по тригонометрической системе. |
| Как записать ряд Фурье для чётных и нечётных функций? |
| Когда ряд Фурье, построенный по некоторой функции, сходится к ней равномерно? Поточечно? |

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Ответы на вопросы верны или недопущены незначительные ошибки. |
| не зачтено | Ответа нет; ответ не верен и/или содержит грубую ошибку. |

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Вариант контрольной работы:

| Вариант 1 | Вариант 2 |
|--|---|
| <p>Найти пределы</p> <ol style="list-style-type: none"> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^5 - (n-1)^5 - 10n^4}{n^3 - n + 4}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2n^2+1}{3n^2+2}}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^6 + 8} (\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 + 1})$ Доказать по определению, что $x_n = \frac{3n^2 + n - 1}{2^n}$ бесконечно малая последовательность. Найти $\inf x_n$, $\sup x_n$, верхний и нижний пределы последовательности $x_n = \frac{n+2}{2n-1} \cos \frac{\pi n}{2}$ Пользуясь теоремой о монотонной и ограниченной последовательности или критерием Коши исследовать на сходимость последовательность $x_n = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$ Доказать по определению, что $x_n = \frac{n!}{4^n}$ бесконечно большая последовательность. | <p>Найти пределы</p> <ol style="list-style-type: none"> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(3n-1)^3 + (n+1)^3}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{n^2}$ Доказать по определению, что $x_n = \frac{(n^3+3) \cos \frac{1}{n}}{3^n}$ бесконечно малая последовательность. Найти $\inf x_n$, $\sup x_n$, верхний и нижний пределы последовательности $x_n = \frac{n+1}{2n+1} \cos \frac{\pi n}{3}$ Пользуясь теоремой о монотонной и ограниченной последовательности или критерием Коши исследовать на сходимость последовательность $x_n = \frac{5}{2^n} + \frac{7}{3^n} + \dots + \frac{2n+3}{(n+1)^2}$ Доказать по определению, что $x_n = 1 - (-1)^n \sqrt[n]{n}$ бесконечно большая последовательность. |

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Все задания контрольной выволены верно или с негрубыми ошибками. |
| не зачтено | Контрольная не выполнена или выполнена с грубыми ошибками. |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | Уровень подготовки |
|--------|--------------------|
|--------|--------------------|

| | | |
|-------------------|----------------------------|--|
| | | |
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

| |
|--|
| <p>1. Что такое действительные числа? В чем выражается главное отличие между рациональными и действительными числами?</p> <p>Сформулируйте определение окрестности точки $x \in \mathbb{R}$.</p> <p>Сформулируйте определение ε-окрестности точки $x \in \mathbb{R}$.</p> <p>Сформулируйте определение окрестности $+\infty$.</p> <p>Сформулируйте определение окрестности $-\infty$.</p> <p>Сформулируйте определение окрестности ∞.</p> |
| <p>2. Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества.</p> <p>Какое число называется верхней гранью множества. Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества. Всегда ли существуют точные верхние грани множества?</p> |
| <p>3. Сформулируйте определение предела последовательности. Сформулируйте определение сходящейся</p> |

| |
|---|
| (расходящейся) последовательности. Какая последовательность называется бесконечно малой (бесконечно большой)? Сколько пределов может иметь сходящаяся последовательность? |
| 4. Перечислите свойства пределов, связанные с неравенствами. |
| 5. Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности. |
| 6. Всякая ли сходящаяся последовательность ограничена? Всякая ли ограниченная последовательность сходится? |
| 7. Сформулируйте свойства бесконечно малых последовательностей. Сформулируйте определение монотонной последовательности. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) последовательности. Если последовательность монотонная, она будет иметь предел? |
| 8. Как определяется число ϵ ? |
| 9. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности. |
| 10. Дайте определение частичного предела. Сформулируйте критерий частичного предела. Что такое верхний (нижний) предел последовательности? Какая связь между сходимостью последовательности и ее частичными пределами? |
| 11. Сформулируйте определение по Гейне предела функции. |
| 12. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)=b]$, где $a, b \in \mathbb{R}$. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией). |
| 13. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)=+\infty]$, где $a \in \mathbb{R}$. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией). |
| 14. Сформулируйте определение по Коши $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x)=0]$. Приведите соответствующий пример (с геометрической иллюстрацией). |
| 15. Сформулируйте определение бесконечно малой функции. |
| 16. Сформулируйте определение бесконечно большой функции. |
| 17. Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка. |
| 18. Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций. |
| 19. Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой. |
| 20. Сформулируйте определение приращения функции. |
| 21. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое). |

Сформулируйте определение непрерывности функции на множестве.

Сформулируйте определение точки разрыва.

Сформулируйте определение точки устранимого разрыва.

Сформулируйте определение точки разрыва I-го рода.

Сформулируйте определение точки разрыва II-го рода.

22. Сформулируйте основные свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса, теоремы Больца Коши).

23. Дайте классификацию точек множества на числовой прямой.

24. Какое множество называется открытым? Замкнутым? Может ли множество быть открытым и одновременно замкнутым?

25. Сформулируйте определение производной функции в точке.

26. Сформулируйте определение односторонней производной функции.

27. Сформулируйте определение производной n -го порядка.

28. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке.

29. Сформулируйте определение дифференциала первого порядка.

30. Какой геометрический смысл имеет производная функции в точке и дифференциал функции в точке?

31. Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка.

32. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.

33. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции.

34. Как найти производную (дифференциал) произведения. Как найти производную (дифференциал) частного.

35. В чем заключается свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка. Продемонстрируйте инвариантность формы второго дифференциала.

36. Сформулируйте определение возрастающей строго (нестрого) функции. Сформулируйте определение убывающей строго (нестрого) функции.

Сформулируйте определение монотонной функции.

Сформулируйте определение локального минимума (максимума).

37. Сформулируйте основные теоремы о дифференцируемых на интервале функциях: Ферма, Ролля, Лагранжа. Как

| |
|--|
| следствия из теоремы Лагранжа вам известны? |
| 38. Что такое формула Тейлора? |
| 39. Сформулируйте определение строгого локального минимума (максимума). Сформулируйте определение экстремума. Сформулируйте определение строгого экстремума. Сформулируйте определение стационарной точки. Сформулируйте определение критической точки. Сформулируйте необходимое условие экстремума? Сформулируйте достаточные условия экстремума? |
| 40. Какая точка называется точкой перегиба дифференцируемой функции? Сформулируйте необходимое условие точки перегиба. Сформулируйте достаточное условие точки перегиба. |
| 41. Сформулируйте определение вертикальной, наклонной асимптоты. Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты. |
| 42. Что такое первообразная и неопределенный интеграл? Сформулируйте свойства неопределенного интеграла. Чем равен интеграл от суммы функций? Равен ли интеграл от произведения функций произведению интегралов от этих функций? Приведите пример. |
| 43. Перечислите простейшие рациональные дроби. |
| 44. Какое выражение называется дифференциальным биномом? |
| 45. При каких условиях дифференциальный бином интегрируется в элементарных функциях? |
| 46. Сформулируйте понятие определенного интеграла (интеграла Римана). Какое условие является необходимым для интегрируемости функции? |
| 47. Что такое суммы Дарбу и зачем они нужны? |
| 48. Какие функции являются интегрируемыми по Риману? |
| 49. Что такое интеграл с переменным верхним пределом? Какими свойствами обладает интеграл с переменным верхним пределом? Какая связь между определенным и неопределенным интегралом? |
| 50. Как задается кривая на плоскости и в пространстве? Что такое параметризация кривой? Сформулируйте определение длины дуги и спрямляемой кривой. |
| 51. Как определяется площадь плоской фигуры по Жордану? Как найти площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора? Как найти площадь плоской фигуры с параметрически заданной границей? |
| 52. Как найти площадь поверхности и объем тел вращения? Что такое векторное пространство R^n ? Дайте определение евклидова пространства. Какое пространство называется метрическим? Что является пределом последовательности в пространстве R^n ? |

| |
|--|
| <p>53. Что такое покоординатная сходимость? Что такое повторные пределы функции двух переменных? Сформулируйте определение предела функции нескольких переменных.</p> |
| <p>54. Какая функция называется непрерывной в точке по совокупности переменных?</p> <p>Какая функция называется непрерывной в точке по отдельным переменным?</p> <p>Какое множество называется компактным?</p> <p>Сформулируйте критерий Больцано-Вейерштрасса компактности множества.</p> |
| <p>55. Какое множество называется связным?</p> <p>Сформулируйте свойства непрерывных функций на компактном множестве (теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора).</p> <p>Сформулируйте свойства непрерывных функций на связном множестве (теоремы Больцано-Коши). Дайте определение частной производной функции.</p> |
| <p>56. Какая функция двух переменных называется дифференцируемой в точке?</p> <p>Если функция имеет частные производные в точке, будет ли она дифференцируемой в этой точке? Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции в точке. Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности?</p> |
| <p>57. Напишите формулу Тейлора для функции многих переменных.</p> <p>Какая функция называется заданной неявно?</p> <p>Каким условиям должна удовлетворять функция $F(x,y)$, чтобы уравнение $F(x,y)=0$ определяло в окрестности точки единственную непрерывную функцию $y(x)$ так, что $y(x_0)=y_0$. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки x_0?</p> <p>Каким условиям должна удовлетворять функция $F(x,y,z)$, чтобы уравнение $F(x,y,z)=0$ определяло в окрестности точки (x_0,y_0) единственную непрерывную функцию $z(x,y)$ так, что $z(x_0,y_0)=z_0$. При каких условиях эта функция будет дифференцируемой в окрестности точки (x_0,y_0)?</p> |
| <p>58. Какая функция называется заданной неявно системой уравнений?</p> <p>Сформулируйте теорему о неявной функции, заданной системой уравнений?</p> <p>Что такое замена переменных?</p> <p>Дайте определение локального экстремума функции нескольких переменных.</p> <p>Сформулируйте необходимое условие локального экстремума, достаточное условие локального экстремума.</p> |
| <p>59. Какая точка называется точкой условного экстремума функции нескольких переменных? Как найти условный экстремум функции?</p> <p>В чем заключается метод множителей Лагранжа? Что такое числовой ряд? Что называется суммой ряда? Какой числовой ряд называется сходящимся (расходящимся)? Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда? Если общий член ряда стремится к нулю, что можно сказать о сходимости ряда? Сформулируйте критерий Коши</p> |

сходимости числового ряда.

60. Какой числовой ряд называется гармоническим и почему он так называется?

Сходится ли гармонический ряд и почему? Какой числовой ряд называется знакоположительным? Сформулируйте признаки сходимости знакоположительного числового ряда. (ограниченность последовательности частичных сумм, признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши-Маклорена). Когда говорят, что ряд сходится абсолютно? Условно?

61. Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством ассоциативности сложения? Когда это возможно? Можно ли при нахождении суммы ряда пользоваться свойством коммутативности сложения? Когда это возможно? Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Как оценить остаток знакочередующегося ряда?

Сформулируйте признаки Дирихле и Абеля сходимости произвольных рядов.

62. Дайте понятия функциональной последовательности, функционального ряда.

Как найти область сходимости функциональной последовательности, функционального ряда? Дайте определение поточечной и равномерной сходимости на множестве функциональной последовательности, функционального ряда. Сформулируйте признаки равномерной сходимости функциональной последовательности, функционального ряда (критерий Коши, достаточные признаки Вейерштрасса, Дирихле, Абеля).

63. При каких условиях для функционального ряда справедливы следующие свойства: «предел от суммы равен сумме пределов», «интеграл от суммы равен сумме интегралов», «производная от суммы равна сумме производных»?

Какой ряд называется степенным? Как найти радиус сходимости степенного ряда? Что является областью сходимости степенного ряда?

Сходится ли степенный ряд в области сходимости равномерно?

Будет ли непрерывной сумма степенного ряда в области сходимости?

Когда говорят, что функция раскладывается в степенной ряд в некоторой точке?

64. Как определить, раскладывается ли функция в степенной ряд?

Какие степенные ряды можно получить при разложении функции?

Какая функция называется аналитической?

Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций на отрезке тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Каково значение этих теорем?

Какое пространство называется бесконечномерным евклидовым пространством?

Приведите пример бесконечномерного евклидова пространства. Определите в нем скалярное произведение, норму, метрику.

Что такое сходимость по норме, сходимость в среднем?

Какая система функций называется ортогональной? Приведите пример.

65. Какая система функций называется ортонормированной? Приведите пример.

Какой ряд называется общим рядом Фурье. Каким свойством обладают коэффициенты Фурье? Что из себя представляет неравенство Бесселя, равенство Парсеваля? Сформулируйте свойства полноты и замкнутости ортонормированной системы. Запишите ряд Фурье по тригонометрической системе. Как записать ряд Фурье для чётных и нечётных функций?

Когда ряд Фурье, построенный по некоторой функции, сходится к ней равномерно? Поточечно?

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|---|
| превосходно | Уровень знаний в объеме, превышающ ем программу подготовки |
| отлично | Уровень знаний в объеме, соответствующ ем программе подготовки, без ошибок |
| очень хорошо | Уровень знаний в объеме, соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько несущественн ых ошибок |
| хорошо | Уровень знаний в объеме, соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок |
| удовлетворительно | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. |
| неудовлетворительно | Уровень знаний ниже минимальны х требований. Имели место грубые ошибки. |
| плохо | Отсутствие знаний теоретическо го материала. Невозможнос ть оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа |

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Примеры задач:

1. Доказать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{1-2n} = -\frac{1}{2}$.
2. Найти пределы последовательностей a_n , обосновывая свои действия:

$$(a) \ a_n = \frac{(n+1)^5 + (n-1)^5 - (2n+3)^5}{n^2 + (4-n)^5};$$

$$(b) \ a_n = \frac{n \sqrt[3]{6n} - \sqrt[4]{81n^6 - 1}}{(n+4\sqrt{n})\sqrt{n^2-5}};$$

$$(c) \ a_n = \sqrt{n^6 + 8}(\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 + 1});$$

$$(d) \ a_n = \sqrt[n]{\frac{2^n + 3^n}{4^n - 2^n}}.$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|---|
| превосходно | Продемонстрированы все основные умения, Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| отлично | Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме. |
| очень хорошо | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. |
| хорошо | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. |
| удовлетворительно | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. |
| неудовлетворительно | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. |
| плохо | Отсутствие минимальных умений . Невозможно оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Ильин В. А. Основы математического анализа : Учеб. для вузов. Ч. II. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II / Ильин В. А., Позняк Э. Г. - 5-е изд., стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2022. - 464 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика". - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0537-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=802930&idb=0>.

2. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды : Учебник. - 4-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2015. - 444 с. - Профессиональное образование. - ISBN 978-5-9221-1585-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=620670&idb=0>.
3. Кудрявцев Лев Дмитриевич. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ : Учебное пособие. - 3-е изд. - Москва : Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2003. - 424 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 5-9221-0185-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=621730&idb=0>.
4. Демидович Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 400 с. - Рекомендовано Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям 510000 «Естественные науки и математика», 550000 «Технические науки», 540000 «Педагогические науки». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0799-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799673&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 608 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-45809-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=859125&idb=0>.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 800 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47277-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=883765&idb=0>.
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Том 3 : учебник для вузов / Фихтенгольц Г. М. - 14-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 656 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-47239-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=876886&idb=0>.
4. Никольский С. М. Курс математического анализа / Никольский С. М. - 6-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2001. - 592 с. - Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0160-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665764&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6864>
<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/Web/SearchResult/ToPage/1>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной

программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Федоткин Андрей Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.