

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и
математическая статистика
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
специалитет
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Системы подвижной цифровой защищенной связи
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)
специалист
(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.10 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части ООП направления подготовки 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-3 Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности	Знает - основные понятия и методы теории вероятностей - основные функциональные и числовые характеристики распределений случайных величин, в том числе свойства производящих и характеристических функций - различные формы предельных теорем (ОПК-3.1)	Знает основные понятия и методы теории вероятностей, основные функциональные и числовые характеристики распределений случайных величин, в том числе свойства производящих и характеристических функций, различные формы предельных теорем	Собеседование (на экзамене)

	<p><i>Умеет</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - решать задачи на вычисление вероятностей в различных комбинаторных схемах - решать задачи на нахождение различных вероятностных характеристик типовых распределений <p>(ОПК-3.2)</p>	<p><i>Умеет</i> решать задачи на вычисление вероятностей в различных комбинаторных схемах, решать задачи на нахождение различных вероятностных характеристик типовых распределений</p>	Контрольная работа, задача (на экзамене)
--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ	0 ЗЕТ	0 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144	0	0
в том числе			
аудиторные занятия (контактная работа):			
- занятия лекционного типа	32		
- занятия семинарского типа	16		
(практические занятия / лабораторные работы)			
самостоятельная работа	40		
КСР	2		
Промежуточная аттестация – экзамен	54		

3.2 Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	самостоятельная работа обучающегося, часы

дисциплины (модуля)				Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Консультации			Всего					
	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное
Тема 1 Основные понятия теории вероятностей	28			10			6						16			12		
Тема 2 Теория случайных величин	44			16			8						24			20		
Тема 3 Элементы математической статистики	14			6			0						6			8		
Итоговая аттестация (экзамен)	2						2			2			54			0		
Итого	144			32			16			2			100			40		

Практическая подготовка предусматривает: решение и разбор задач, написание контрольных работ.

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа. Промежуточный контроль осуществляется на экзамене (в 4-ом семестре).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольным работам по основным темам изучаемой дисциплины, а также подготовку к экзамену (в 4-ом семестре) по указанной дисциплине. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по конспектам лекций и по учебникам, указанным в списке литературы, решении практических задач.

Самостоятельная работа под контролем преподавателя направлена на активизацию познавательной деятельности студента и установлению «обратной связи» между студентом и преподавателем. Текущий контроль выполнения домашних заданий осуществляется преподавателем во время практических занятий.

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),
включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
зачтено	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2.1 Список экзаменационных вопросов по теории (для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-3)

1. Основные понятия теории вероятностей: статистический эксперимент, испытание, исход испытания, событие. Относительная частота события.
2. Основные действия над событиями. Построение алгебры событий.
3. Аксиоматика теории вероятностей по Колмогорову. Обоснованность аксиом.
4. Классическая схема исчисления вероятностей. Задача о днях рождения.
5. Выборки с возвращением и без возвращения. Гипергеометрическое распределение.
6. Геометрическая схема исчисления вероятностей. Парадокс Бертрона. Задача Бюффона.
7. Свойства вероятности, вытекающие из аксиом.
8. Условная вероятность, ее частотный смысл. Попарная независимость событий и независимость в совокупности. Пример Бернштейна.
9. Теоремы «сложения» и «умножения» вероятностей. Задача о неорганизованных зрителях.
10. Формула полной вероятности. Задача о стратегии сдачи экзамена.
11. Теорема Байеса, априорные и апостериорные вероятности. Задача о двух студентах.
12. Схема независимых испытаний Бернулли. Биномиальное распределение. Полиномиальный закон.
13. Теорема Пуассона (для редких событий). Сравнение со схемой Бернулли на примере игры в «Русское лото».

14. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
15. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Оценка близости относительной частоты события к его вероятности.
16. Понятие дискретной случайной величины, ряд распределения. Примеры.
17. Определение и свойства функции распределения случайной величины.
18. Непрерывные случайные величины, свойства плотности вероятности. Примеры.
19. Свойства функции распределения случайного вектора. Вероятность попадания двумерного вектора в прямоугольник.
20. Независимость случайных величин дискретного и непрерывного типа.
21. Определение и основные свойства математического ожидания. Примеры.
22. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Примеры.
23. Начальные и центральные моменты, их связь. Абсолютные моменты. Неравенства для моментов.
24. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин, его свойства.
25. Моментные характеристики системы случайных величин. Свойства корреляционной матрицы. Соотношение независимости и некоррелированности.
26. Определение закона распределения функции от случайной величины. Примеры.
27. Отыскание плотности вероятности функции от случайного вектора. Распределение суммы двух независимых случайных величин.
28. Производящая функция дискретной случайной величины, ее свойства. Отыскание факториальных моментов. Примеры.
29. Характеристическая функция случайной величины, ее свойства. Связь с моментами. Примеры.
30. Характеристическая функция случайного вектора, ее свойства. Случай независимых случайных величин.
31. Неравенство Чебышева, его смысл.
32. Закон больших чисел. Теоремы Маркова и Чебышева.
33. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
34. Виды сходимостей последовательностей случайных величин, их соотношение.
35. Центральная предельная теорема (Линдеберга-Леви).
36. Устойчивые и безгранично делимые распределения.
37. Задачи математической статистики. Основные понятия: генеральная совокупность, выборка. Предварительная обработка выборочных значений.
38. Основные требования, предъявляемые к точечной оценке неизвестного параметра вероятностного распределения. Метод моментов. Пример.
39. Метод максимального правдоподобия для нахождения оценок параметров. Пример.
40. Оценка математического ожидания случайной величины.
41. Оценка дисперсии случайной величины.
42. Интервальные оценки. Приближенный метод построения доверительного интервала для оценки математического ожидания.
43. Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов. Линейная регрессия.
44. Проверка статистических гипотез о законе распределения. Критерий согласия.

5.2.2 Примеры практических заданий для экзамена (для оценки сформированности знаний компетенции ОПК-3)

1. Студент выучил первые 17 вопросов из 20 вопросов, заданные к зачёту. Вопрос для ответа на зачёте выбирается наудачу. Рассмотрим два события: $A = \{\text{выбран выученный вопрос}\}$, $B = \{\text{выбран вопрос из второй половины списка}\}$. Найти условную вероятность $P(A|B)$.

2. В первой урне 2 белых и 5 чёрных шаров, во второй – 3 белых и 2 чёрных. Из первой урны во вторую наудачу переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Какова вероятность, что шар чёрный?
3. В первой урне 2 белых и 5 чёрных шаров, а во второй – 3 белых и 2 чёрных. Из первой урны во вторую наудачу переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Шар, взятый из второй урны, оказался белым. Какова вероятность того, что из первой урны переложили 2 чёрных шара?
4. Найти характеристическую функцию случайной величины, принимающей три значения 1, 2, 3 с вероятностями $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ соответственно.
5. Случайная величина принимает равновероятные значения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Найти её математическое ожидание и дисперсию.
6. Из партии в 10 изделий, среди которых 1 бракованное, выбраны 3 изделия. Построить ряд и функцию распределения числа бракованных изделий в этой выборке.
7. Два стрелка сделали по одному выстрелу в общую мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго 0,7. В мишени оказалась одна пробоина. Какова вероятность того, что попал первый стрелок?
8. Невеста обронила обручальное кольцо диаметром 2 см на клетчатую скатерть со стороной клетки 5 см. Какова вероятность того, что кольцо охватит вершину каких-нибудь четырёх клеток?
9. Точку A бросают внутрь круга радиуса R . Найти плотность вероятности и математическое ожидание случайной величины ξ , равной расстоянию от точки A до центра круга, считая равновозможным попадание точки в любое место круга.
10. Пусть случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_{\xi}(x)$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = \xi^3 + 2$.
11. Случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_{\xi}(x)$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = |\xi|$.
12. Случайная точка (ξ, η) распределена равномерно в единичном круге с центром в начале координат. Найти плотность вероятности случайной величины $\varsigma = \frac{\eta}{\xi}$.
13. В урне лежат 3 белых и 7 красных шара. Какова вероятность, что два вынутых шара будут разного цвета?

14. Дана двумерная функция распределения $F_{\xi,\eta}(x,y) = \sin x \sin y$, где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ и

$0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$. Найти вероятность попадания случайной точки (ξ,η)

в прямоугольник, ограниченный прямыми $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{3}$, $y = \frac{\pi}{6}$, $y = \frac{\pi}{2}$.

15. Случайный вектор (ξ,η) равномерно распределён внутри круга радиуса R с центром в начале координат. Найти плотность вероятности случайной величины ξ .

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1982. - 255 с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1988. - 466 с.
3. Гаврилин А.Т., Дубков А.А. Задачи по теории вероятностей (практикум). - Н.Новгород: ННГУ, 2010. - 38 с.

б) дополнительная литература:

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1986. - 431 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с.
3. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982. - 255 с.
4. Зубков А.М., Севастьянов Б.А. Сборник задач по теории вероятностей. - М.: Наука, 1989. - 317 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для обучения студентов названной дисциплине имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет; присутствует полный комплект лицензионного обеспечения, необходимый для работы компьютерных программ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Автор _____ Дубков А.А.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от «25» мая 2023 года, протокол № 04/23.