

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Математические модели процессов отбора

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и искусственный интеллект

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.07.01 Математические модели процессов отбора относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-13: Способен участвовать в исследовании математических моделей в естественных науках и технике	<p>ПК-13.1: Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей в естественных науках и технике</p> <p>ПК-13.2: Знает математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p> <p>ПК-13.3: Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей, умеет применять численные и аналитические методы решения базовых математических задач и классических задач естествознания в практической деятельности</p> <p>ПК-13.4: Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p>	<p>ПК-13.1: Знает методы создания, анализа и исследования математических моделей процессов отбора в естественных науках и технике</p> <p>ПК-13.2: Знает математические методы обработки информации о процессах отбора, полученные в экспериментальных исследованиях</p> <p>ПК-13.3: Умеет корректно использовать методы создания, анализа и исследования математических моделей процессов отбора.</p> <p>ПК-13.4: Владеет навыками использования математических методов обработки информации о процессах отбора, полученные в экспериментальных исследованиях</p>	Проектная работа	<p>Экзамен:</p> <p>Проектная работа</p>

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>16</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>38</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	
Тема 1	8	2	2	4	4
Тема 2	8	2	2	4	4
Тема 3	9	2	2	4	5
Тема 4	9	2	2	4	5
Тема 5	9	2	2	4	5
Тема 6	9	2	2	4	5
Тема 7	9	2	2	4	5
Тема 8	9	2	2	4	5
Аттестация	36				
КСР	2			2	
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>34</b>	<b>38</b>

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение. Общее понятие процесса отбора и выбора. Процессы отбора в разных предметных областях: биофизике, экономике, химии и т. п. Процессы выбора оптимального решения. Цели и задачи курса. Актуальность курса.

Тема 2. Системы дифференциальных уравнений на стандартном симплексе – математическая основа построения моделей систем отбора. Понятие динамической системы, фазового пространства, фазового портрета, фазовой траектории. Сосредоточенные и распределенные системы. Требования к правым частям системы дифференциальных уравнений, разрешенных относительно первых производных, описывающих динамическую систему. Инвариантность положительного октанта относительно дифференциального преобразования. Теорема о необходимых и достаточных условиях инвариантности положительного октанта. Примеры динамических

систем с положительными фазовыми координатами. Модели роста микроорганизмов, модель роста банковского капитала, модель Симона Стевина. Системы с наследованием.

Тема 3. Стандартный симплекс в конечномерном пространстве и его свойства. Инвариантность стандартного симплекса относительно дифференциального преобразования. Теорема о необходимых и достаточных условиях инвариантности стандартного симплекса. Примеры динамических систем с инвариантным симплексом. Модель динамики биологической популяции с линейным интегральным типом лимитирования;

модель производства в системе конкурирующих предприятий при выполнении гипотез Вальраса-Леонтьева.

Тема 4. Представление систем на единичном симплексе. Две общие теоремы о представлении. Теорема о представлении в частном случае. Примеры. Сведение систем к системам на стандартном симплексе.

Линейная замена. Условия приведения модели Вольтера -Лотки к системе на стандартном симплексе.

Модель химической кинетики: закон сохранения массы, закон действующих масс, балансные уравнения, балансный многогранник. Нормирующая замена. Теорема о возможности применения нормирующей замены. Модель динамики удельных численностей видов в биологической популяции. Модель динамики численности популяции при лимитировании по типу обратной связи. Степенная замена.

Тема 5. Динамические системы на конечномерном шаре и других компактных множествах. Обобщенная модель Вольтера «хищник – жертвы». Проектирование симплекса. Интегрирование систем на единичном симплексе. Теоремы о выражении решения системы дифференциальных уравнений со специальной правой частью через решение вспомогательной однородной системы дифференциальных уравнений. Решение примеров

Тема 6. Условия отбора. Понятие отбора в системе на стандартном симплексе. Строгий отбор и нестрогий отбор. Критерий отбора в системе размерности 2. Отбор в системах произвольной размерности. Достаточные условия отбора. Необходимые условия отбора. Интегральный критерий отбора. Следствия. Временное среднее. Необходимые и достаточные условия отбора для систем со специальной правой частью. Исследование моделей

Тема

7. Устойчивость вершины симплекса. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Связь устойчивости и отбора. Теоремы Ляпунова об устойчивости. Анализ уравнений химической кинетики методом функции Ляпунова. Функция Массье как функция Ляпунова. Связь метода функции Ляпунова со вторым началом термодинамики. Случай положения состояния равновесия на границе балансного многогранника. Квазитермодинамические системы. Понятие энтропии и энтропийный анализ в системах на единичном симплексе. Особенности понятия энтропии для систем на произвольном симплексе.

Тема 8. Системы близкие к системам отбора. Достаточные условия близости к системе отбора.

Примеры. Модель динамики численности биологической популяции при наличии явления мутагенеза. Возможные обобщения систем отбора. Разностные системы. Распределенные системы.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Математические модели процессов отбора, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=9343>.

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Проектная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-13:

Оптимизация настроек сложных технических устройств

Распознавание характеристик эволюционно устойчивых стратегий

Моделирование коллективного поведения на основе нейронных сетей

Агентное моделирование популяционного поведения

Идентификация функции конкурентоспособности методами ранжирования

### Критерии оценивания (оценочное средство - Проектная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Проектная работа выполнена
не зачтено	Проектная работа не выполнена

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено		зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний	Уровень знаний ниже	Минимально	Уровень знаний в	Уровень знаний в	Уровень знаний в	Уровень знаний в

	теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	минимальных требований. Имели место грубые ошибки	допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Проектная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-13

Оптимизация настроек сложных технических устройств

Распознавание характеристик эволюционно устойчивых стратегий

Моделирование коллективного поведения на основе нейронных сетей

Агентное моделирование популяционного поведения

Идентификация функции конкурентоспособности методами ранжирования

Идентификация функции конкурентоспособности методами ранжирования

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Проектная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Компетенция сформирована на уровне "превосходно"
отлично	Компетенция сформирована на уровне "отлично"
очень хорошо	Компетенция сформирована на уровне "очень хорошо"
хорошо	Компетенция сформирована на уровне "хорошо"
удовлетворительно	Компетенция сформирована на уровне "удовлетворительно"
неудовлетворительно	Компетенция сформирована на уровне "неудовлетворительно"
плохо	Компетенция сформирована на уровне "плохо"

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Кузенков О. А. Математические модели процессов отбора : электронное учебно-методическое пособие / Кузенков О. А., Рябова Е. А., Круподёрова К. Р. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2012. - 133 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из

коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730413&idb=0>.

2. Кузенков Олег Анатольевич. Проектно-ориентированное обучение в рамках курса "Математическое моделирование процессов отбора" : учебно-методическое пособие / О. А. Кузенков ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 134 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850582&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Савельев Владимир Петрович. Concepts of natural sciences = Концепции современного естествознания : учебно-методическое пособие / В. П. Савельев, А. В. Островский, Г. В. Кузенкова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2018. - 82 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=796338&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

OS WINDOWS, C++, Microsoft Office

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Кузенков Олег Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензент(ы): Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № №6.