

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
президиумом Ученого совета ННГУ
от 14.12.2021 г. протокол № 4

Рабочая программа дисциплины

Практикум по математическому анализу

Уровень высшего образования
специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Практикум по математическому анализу» относится к обязательной части.

| № варианта | Место дисциплины в учебном плане образовательной программы | Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД |
|------------|--|--|
| 1 | Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть | Дисциплина Б1.О.33, «Практикум по математическому анализу», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.05.01 Фундаментальные математика и механика |

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства |
|---|--|---|----------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине** | |
| ОПК-1 <i>Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики</i> | ОПК-1.1. Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. | <i>Знает</i> алгоритмы исследования функций при построении графиков и при вычислении основных характеристик геометрических фигур и физических величин, используя фундаментальные методы и приемы математического анализа. | зачет |
| | ОПК-1.2. Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук | <i>Умеет</i> проводить доказательства математических утверждений на основе опыта аналогичных доказательств из курса математического анализа. | зачет |
| | ОПК-1.3. Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики. | <i>Владеет</i> различными методами и способами вычисления пределов, методами дифференциального и интегрального исчисления, методами разложения функции в степенные ряды и ряды Фурье. <i>Умеет</i> решать математические задачи и проблемы на основе полученных знаний из | зачет |

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | математического анализа при вычислении длины кривых, площади плоских фигур, объемов и массы тел, площади поверхностей, координат центра масс. | |
|--|--|---|--|

3. Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»

3.1. Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|-----------------------------|
| | очная форма обучения |
| Общая трудоемкость | 4 ЗЕТ |
| Часов по учебному плану | 144 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | 130 |
| - занятия лекционного типа | 0 |
| - занятия семинарского типа | 128 |
| - текущий контроль (КСР) | 2 |
| самостоятельная работа | 14 |
| Промежуточная аттестация – зачет | 0 |

3.2.Содержание дисциплины

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине | Всего (часы) | контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы | | | |
|--|--------------|---|---------------------------|--------------|------------------------|
| | | из них | | | |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Лабораторные | Всего контактных часов |
| | | | | | КСР |
| 1. Введение 1.Предмет математического анализа. Очерк истории развития математического анализа. Математическая символика, обозначения | 0 | 0 | | | 0 |
| 2. Вещественные числа Числовая прямая. Числовые множества: промежутки, интервалы, лучи. Окрестность точки. Ограниченные и неограниченные множества, граничные множества. Существование точных граней ограниченных числовых множеств. | 5 | 0 | 4 | | 4 |
| 3. Числовые последовательности: Определение числовой последовательности. Сходимость и предел числовой | 22 | 0 | 20 | | 20 |

| | | | | | | |
|---|----|---|----|--|----|---|
| <p>последовательности. Примеры.</p> <p>Свойства пределов и числовых последовательностей.</p> <p>Теорема о единственности предела, теорема об ограниченности сходящейся последовательности, предельный переход в неравенствах, арифметические действия со сходящимися последовательностями.</p> <p>Бесконечно малые и большие последовательности, связь между ними. Свойства бесконечно малых последовательностей.</p> <p>Предел монотонной последовательности.</p> <p>Число ε. Принцип вложенных отрезков.</p> <p>Подпоследовательности.</p> <p>Теорема Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Предельные точки числового множества. Верхний и нижний пределы последовательности.</p> <p>Критерий Коши существования предела.</p> <p>Полнота числовой прямой.</p> | | | | | | |
| <p>4. Предел функции.</p> <p>Функции действительного переменного. Область определения, множество значений. Способы задания функций. График функции.</p> <p>Определение предела функции в точке по Гейне и Коши.</p> <p>Теорема эквивалентности определений. Локальная ограниченность функции, имеющей предел.</p> <p>Свойства пределов функций.</p> <p>Предел суперпозиции.</p> <p>Бесконечно малые функции и их сравнение.</p> <p>Замечательные пределы $\lim \sin x$, $\lim (1+x)^n$. Раскрытие неопределенностей.</p> <p>Обобщение понятия предела: односторонние пределы, бесконечно большие функции, пределы на бесконечности.</p> <p>Критерий Коши существования конечного предела функции в точке и на бесконечности.</p> | 11 | 0 | 10 | | 10 | 1 |
| <p>5. Непрерывные функции:</p> <p>Свойства непрерывных функций.</p> <p>Локальная устойчивость знака.</p> <p>Различия определения непрерывности функции в точке.</p> <p>Арифметические действия над непрерывными функциями.</p> <p>Непрерывность суперпозиции.</p> <p>Классификация точек разрыва функции.</p> <p>Непрерывность функции на множестве. Непрерывность элементарных функций. Теорема о промежуточных значениях.</p> <p>Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции на отрезке и достижении точных граней.</p> <p>Условия непрерывности монотонной функции на отрезке.</p> <p>Теорема о непрерывности обратной функции.</p> | 11 | 0 | 10 | | 10 | 1 |
| <p>6. Производная функции:</p> <p>Задачи, приводящие к понятию производной функции.</p> <p>Средняя и мгновенная скорость изменения процесса.</p> <p>Производная и дифференциал функции в точке.</p> <p>Дифференцируемость функции.</p> <p>Геометрический смысл производной и дифференциала.</p> <p>Касательная к графику функции в точке.</p> <p>Свойства производных и дифференциалов функций.</p> <p>Производная суперпозиции и</p> | 11 | 0 | 10 | | 10 | 1 |

| | | | | | | |
|--|---------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------|-------------------------------|------------|
| <p>обратной функции. Таблица производных.</p> <p>Дифференцируемость элементарных функций.</p> <p>Функции и кривые на плоскости, заданные параметрически.</p> <p>Дифференцирование функций, заданных параметрически.</p> <p>Уравнения касательной и нормали к плоской кривой, заданной параметрически.</p> <p>Инвариантность формы первого дифференциала.</p> <p>Приложения дифференциала к приближенным вычислениям значений функции.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Формула Лейбница.</p> <p>Неинвариантность формы дифференциалов высшего порядка.</p> | | | | | | |
| <p>7. Основные теоремы о дифференцируемых функциях и их приложения:</p> <p>Локальный экстремум функции. Теорема Ферма о необходимом условии локального экстремума.</p> <p>Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о среднем. Формулы конечных приращений.</p> <p>Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций.</p> <p>Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.</p> <p>Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума.</p> <p>Направления выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Достаточное условие перегиба. Асимптоты функции. Общая схема исследования и построения графиков функции.</p> <p>Нахождение глобального экстремума функции.</p> <p>Приближенные методы нахождения корней уравнений.</p> <p>Метод деления отрезка пополам, метод хорд, метод касательной, оценка погрешности.</p> | 11 | 0 | 10 | | 10 | 1 |
| Промежуточная аттестация - зачет | | | | | | |
| В т.ч. текущий контроль | 1 | | | | 1 | |
| ИТОГО в 1-м семестре: | 72 | 0 | 64 | | 65 | 7 |
| <p>Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,</p> <p>форма промежуточной аттестации по дисциплине</p> | Всего (часы) | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Лабораторные | Всего контактных часов | СРС |
| <p>1. Неопределенный интеграл:</p> <p>Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства интеграла.</p> <p>Таблица интегралов.</p> <p>Метод замены переменной в неопределенном интеграле.</p> <p>Интегрирование по частям. Рациональные и дробно-рациональные функции. Разложение правильной дробно-рациональной функции в сумму простейших дробей.</p> <p>Интегрирование простейших дробей.</p> <p>Метод неопределенных коэффициентов.</p> <p>Рационализация подинтегральной функции.</p> <p>Интегрирование выражений, рационально зависящих от тригонометрических функций.</p> <p>Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциального бинома. Теорема Чебышева.</p> | 8 | 0 | 8 | | 8 | 0 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|--|---|---|
| | | | | | | |
| 2. Определенный интеграл: Задачи о площади подграфика функции, о работе переменной силы, о массе неоднородного стержня. Интегральные суммы Римана. Определенный интеграл. Интегрируемость и ограниченность функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Колебание функции на отрезке. Определение равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла и интегрируемых функций. Теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела. Свойства интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Метод замены переменной и интегрирование по частям в определенном интервале. | 9 | 0 | 8 | | 8 | 1 |
| 3. Приложения определенного интеграла: Понятие кривой на плоскости и в пространстве. Параметризация кривой. Эквивалентность параметризаций. Гладкие и кусочно-гладкие кривые. Определение длины дуги и спрямляемой кривой. Вычисление длины дуги кривой в различных координатах. Дифференциал дуги кривой. Определение площади плоской фигуры. Критерий квадратуемости области. Квадратуемость области со спрямляемой границей. Вычисление площади плоских фигур. Объем тела. Критерий кубируемости тела. Вычисление объема тела с известными сечениями, и тела вращения. Площадь поверхности вращения. Приложения к задачам механики: масса, статические моменты, координаты центра масс, моменты инерции (материальной кривой и пластины). Теорема Гульдина. | 9 | 0 | 8 | | 8 | 1 |
| 4. Функции многих переменных и пределы: Арифметическое Евклидово пространство R . Связное множество в R . Шаровая и кубическая окрестности точки. Открытые и замкнутые множества в R . 11 ^.Последовательность в R . Сходимость и предел последовательности. Покоординатная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательности в R . Ограниченные и неограниченные множества в R Теорема Больцано-Вейерштрасса. Компакты. Критерий компактности. Функции многих переменных. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Кратные и повторные пределы функции. Свойства пределов. Критерий Коши. | 9 | 0 | 8 | | 8 | 1 |
| 5. Непрерывные функции многих переменных Различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность по совокупности переменных и по отдельным переменным. Свойства непрерывных функций. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции на связном множестве. Свойства функции, непрерывной на компакте: теорема | 9 | 0 | 8 | | 8 | 1 |

| | | | | | | |
|--|------------|----------|------------|--|------------|-----------|
| Вейерштрасса об ограниченности и существовании глобальных экстремумов, теорема Кантора о равномерной непрерывности. | | | | | | |
| 6. Дифференцирование функции многих переменных: Частные производные. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции. Достаточное условие дифференцируемости. Линеаризация функций Приближенные вычисления функции с помощью дифференциала. Абсолютная и относительная погрешность. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Практические следствия инвариантности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциал высших порядков. Неинвариантность формы высших дифференциалов. Инвариантность при аффинной замене переменных. Формула Тейлора. Оценка остаточного члена и приближенное вычисление функции с помощью формулы Тейлора. Формула Лагранжа конечных приращений. | 9 | 0 | 8 | | 8 | 1 |
| 7. Неявно-заданные функции: Неявно-заданные функции и система неявных функций, одной и многих переменных. Теорема о существовании, единственности и дифференцируемости. Якобиан системы функций. Вычисление старших производных неявных функций. Уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной неявно. | 9 | 0 | 8 | | 8 | 1 |
| 8. Экстремумы функций многих переменных Необходимое условие локального экстремума. Стационарные точки. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум функции. Метод множителей Лагранжа. Глобальные экстремумы функций (безусловные и условные). | 9 | 0 | 8 | | 8 | 1 |
| Промежуточная аттестация - зачет | | | | | | |
| В т.ч. текущий контроль | 1 | | | | 1 | |
| Итого во 2-м. семестре | 72 | 0 | 64 | | 65 | 7 |
| ИТОГО ВСЕГО: | 144 | 0 | 128 | | 130 | 14 |

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках групповых или индивидуальных консультаций

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в виде работы с рекомендованной обязательной и дополнительной литературой, подготовке к зачету. Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | Шкала оценивания сформированности компетенций | | | | | | |
|--|--|--|--|---|---|--|---|
| | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
| | Не зачтено | | зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок. | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. | Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки. | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов . | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценки при промежуточной аттестации

По результатам промежуточной аттестации в виде зачета проставляются оценки «Зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «удовлетворительно» и выше) и «Не зачтено» (соответствует уровням оценки компетенций «плохо» и «неудовлетворительно»).

Соответствие между баллами и качественной оценкой

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|---------------------|--|
| зачтено | Превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| | Отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| | Очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| | Хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| | Удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| | Плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1. Задачи к зачёту по дисциплине «Практикум по математическому анализу»

| I семестр | |
|---|-------|
| <p>1.</p> <p>1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x^2} + x^3 - 1}{\ln(\cos x)}$</p> <p>2. Найти $f'_+(0); f'_-(0)$</p> <p>$f(x) = \arcsin(e^{-x^2})$</p> | ОПК-1 |
| <p>2.</p> <p>1. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sign}\left(\sin \frac{1}{x}\right)$ не существует.</p> <p>2. Разложить по формуле Тейлора функцию $f(x) = xe^{2x}$ в окрестности точки $x_0 = 1$ до $o((x-1)^n)$.</p> | ОПК-1 |
| <p>3.</p> <p>1. Доказать, что последовательность сходится</p> <p>$x_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{2n}$</p> <p>2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$.</p> | ОПК-1 |
| <p>4.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \ln(1-3x+x^2)}{x^2}$.</p> <p>2. Найти $f'_+(0); f'_-(0)$</p> <p>$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2^{\frac{1}{x}} - 1}; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$</p> | ОПК-1 |

| | |
|---|-------|
| <p>5.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}.$</p> <p>2. Найти $f'_+(0); f'_-(0)$</p> $f(x) = \begin{cases} x \arcsin\left(\cos \frac{1}{x}\right); & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ | ОПК-1 |
| <p>6.</p> <p>1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1 - \sin x}{\ln(1+x)}$</p> <p>2. Найти точки разрыва функции и установить их род $f(x) = \frac{1}{1+2^{\lg x}}.$</p> | ОПК-1 |
| <p>7.</p> <p>1. Найти $\mathcal{Y}'_x, \mathcal{Y}''_{xx} \begin{cases} x = a \cdot (sht - t) \\ y = a(cht - 1) \end{cases}$, где a - постоянная</p> <p>2. Исследовать на дифференцируемость функцию</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}; & x > 0 \\ e^{x^2} - 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$ | ОПК-1 |
| <p>8.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + \sqrt{\frac{x^3 + 2x^2}{x+1}} \right).$</p> <p>2. Найти $f'(x)$</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + x & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$ | ОПК-1 |
| <p>9.</p> | ОПК-1 |

| | |
|--|-------|
| <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}.$</p> <p>2. Найти асимптоты графика функции</p> $y = \sqrt{x^4 + x^3} - \sqrt{x^4 - x^3}$ | |
| <p>10.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}.$</p> <p>2. Найти $f'(0)$</p> $f(x) = \begin{cases} \sin\left(x^4 \sin \frac{5}{x}\right) ; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ | ОПК-1 |
| <p>11.</p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{2^{n+1} - (-3)^n}{(-2)^n + 3^{n+1}}$ <p>2. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x \ln(1+x)}{\sqrt{x}}$</p> | ОПК-1 |
| <p>12.</p> <p>1. Доказать, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2}$ <p>2. $\lim_{x \rightarrow +0} (2\sqrt{x} + x)^{\frac{1}{\ln x}}$</p> | ОПК-1 |
| <p>13.</p> <p>1. Доказать, что последовательность сходится</p> $x_n = \frac{\cos 1}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{\cos(2n-1)}{n(n+1)}$ | ОПК-1 |

| | |
|--|-------|
| <p>2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x} \cdot \ln(\ln x)}{\sqrt[3]{2x+3} \cdot \sqrt{\ln x}}$</p> | |
| <p>14.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)}{\sin(\sin^2 x)}$</p> <p>2. Найти $f'(0)$</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ | ОПК-1 |
| <p>15.</p> <p>1. Найти асимптоты графика функции</p> $y = x + \sqrt{4x^2 + 1}$ <p>2. Разложить функцию $f(x) = \frac{x}{x+4}$ по формуле Тейлора в точке $x_0 = -1$ до $o((x+1)^n)$.</p> | ОПК-1 |
| <p>16.</p> <p>1. Доказать расходимость по критерию Коши</p> $x_n = \operatorname{tg} 1 + \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ <p>2. Исследовать на дифференцируемость.</p> <p>Найти $f'_+(0); f'_-(0)$</p> $f(x) = \begin{cases} x + x^3, & x \geq 0 \\ \sin x \cdot \cos x, & x < 0 \end{cases}$ | ОПК-1 |
| <p>17.</p> <p>1. Доказать, что $x_n = n^2 \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$ неограниченна, но не бесконечно большая.</p> <p>2. Найти $f'(0)$</p> | ОПК-1 |

| | |
|---|-------|
| $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} + x & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$ | |
| <p>18.</p> <p>1. Доказать, используя критерий Коши, что последовательность расходится</p> $x_n = \frac{1}{\sqrt[3]{6}} + \frac{1}{\sqrt[3]{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{7n-1}}$ <p>2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x - x^x}$</p> | ОПК-1 |
| <p>19.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1+\operatorname{tg} x} - e^{\sqrt{1+2x}}}{\operatorname{tg} x}$</p> <p>2. Найти точки разрыва функции и установить их род</p> $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{1}{x^2}} & ; x \neq 0, x < 1 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ | ОПК-1 |
| <p>20.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^x - 1}{x^2}$</p> <p>2. Найти точки разрыва функции и установить их род $f(x) = 2^{-2^{\frac{1}{1-x}}}$</p> | ОПК-1 |
| <p>21.</p> <p>1. Найти предел $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n} - \frac{1}{2^n}}$</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}) \sqrt{x}$</p> | ОПК-1 |
| <p>22.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{2x^2 + 10x + 1} - \sqrt[7]{x^2 + 10x + 1}}{x}$</p> <p>2. Найти $f'(0)$</p> | ОПК-1 |

| | |
|---|--------------|
| $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ | |
| II семестр | |
| <p>23.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}$</p> <p>2. Найти асимптоты графика функции</p> $y = x \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x$ | <i>ОПК-1</i> |
| <p>24.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - \ln(\operatorname{ch} x^2))$</p> <p>2. Найти y''_{x^2}</p> $x(t) = t^3 + 3t$ $y(t) = t \cdot \operatorname{arctgt} - \ln \sqrt{1+t^2}$ | <i>ОПК-1</i> |
| <p>25.</p> <p>1. Найти y'_x, если: $y(t) = (\ln t)^{\sin t^2}, x(t) = \cos \operatorname{arctgt}$</p> <p>2. Найти $f'(0)$</p> $f(x) = \begin{cases} \sin \left(x^4 \sin \frac{5}{x} \right) & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ | <i>ОПК-1</i> |
| <p>26.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(4^{\frac{1}{x}} - 4^{\frac{1}{x+1}} \right)$</p> <p>2. Найти $f'(0)$</p> | <i>ОПК-1</i> |

| | |
|--|-------|
| $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \cdot \operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x^2} & ; x \neq 0 \\ 1/3 & ; x = 0 \end{cases}$ | |
| <p>27.</p> <p>1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin 4x + \cos 4x} \right)^{\frac{1}{x}}$</p> <p>2. Найти асимптоты графика функции $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$</p> | ОПК-1 |
| <p>28.</p> <p>Исследовать функции на непрерывность и построить графики.</p> <p>а) $y = \begin{cases} -x & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ x+1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$ б) $y = 8^{\frac{1}{5-x}}$</p> | ОПК-1 |
| <p>29.</p> <p>Исследовать функции и построить их графики:</p> <p>а) $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$; б) $y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$.</p> | ОПК-1 |
| <p>30.</p> <p>Найти интегралы:</p> <p>1. $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx$. 2. $\int x \cdot 7^{x^2} dx$.</p> | ОПК-1 |
| <p>31.</p> <p>Найти интегралы:</p> <p>1. $\int \ln(4x^2 + 1) dx$. 2. $\int (x^2 + 7x + 12) \cos 6x dx$.</p> | ОПК-1 |

| | |
|---|-------|
| <p>32.</p> <p>Найти интегралы:</p> <p>1. $\int \frac{dx}{3x^2 - x + 1}$. 2. $\int \frac{2x^3 - 1}{x^2 + x - 6} dx$.</p> | ОПК-1 |
| <p>33.</p> <p>Найти интегралы:</p> <p>1. $\int \frac{-6x^2 + 11x - 10}{(x-2)(x+2)^2} dx$. 2. $\int \frac{6x^2 + 9x + 6}{(x+1)(x^2 + 2x + 3)} dx$.</p> | ОПК-1 |
| <p>34.</p> <p>Дана функция $z = f(x; y)$. Проверить, удовлетворяет или нет эта функция данному уравнению.</p> $z = \sin^2(y - ax); \quad a^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$ | ОПК-1 |
| <p>35.</p> <p>Найти наименьшее и наибольшее значения функции в замкнутой области.</p> $z = x^2 - xy + y^2 - 4x; \quad D: \quad x = 0; \quad y = 0; \quad 2x + 3y - 14 = 0.$ | ОПК-1 |
| <p>36.</p> <p>Даны: функция $z = z(x, y)$, точка A и вектор \vec{a}. Найти 1) $\text{grad } z$ в $(\cdot)A$; 2) производную в $(\cdot)A$ по направлению вектора \vec{a}.</p> $z = \ln(3x^2 + 5y^2); \quad A(2;3); \quad \vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}.$ | ОПК-1 |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. ИЛЬИН В. А., ПОЗНЯК Э. Г. Основы математического анализа: Учеб.: ФИЗМАТЛИТ, 2001 (50 экз.)
2. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Краткий курс математического анализа. Том 1. 2002. - 400 с. (40 экз.)
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1966
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы <http://www.unn.ru/books/resources.html>
<http://new.e-vmk.unn.ru/sites/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по специальности **01.05.01 Фундаментальные математика и механика.**

Автор _____ к.ф.-м.н., доцент Малкин М.И.

Заведующий кафедрой _____ А.В. Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики
от 01.12.2021 года, протокол № 2.