

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 27.08.2025

Рабочая программа дисциплины

Алгебра и геометрия

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность образовательной программы
Системное программирование

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06 Алгебра и геометрия относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Знает методы поиска и обобщения информации по алгебре и геометрии. УК-1.2: Умеет воспринимать и анализировать тексты по алгебре и геометрии. УК-1.3: Имеет практический опыт работы с математической литературой, с источниками математических знаний в сети интернет.	Коллоквиум	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории и истории основного, теории коммуникации; знает основную терминологию ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и	ОПК-1.1: Знает основные факты, относящиеся к теории классических алгебраических систем (группа, кольцо, поле); теории многочленов; теории линейных, евклидовых, унитарных пространств; теории определителей; теории линейных преобразований; теории билинейных функций и квадратичных форм; знает понятия и факты аналитической геометрии (системы координат, прямые, плоскости, кривые и поверхности второго	Коллоквиум	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

	<p><i>применяет его в профессиональной деятельности</i></p>	<p>порядка).</p> <p>ОПК-1.2: <i>Умеет использовать разные источники, как рекомендованные преподавателем, так и дополнительные, найденные самостоятельно.</i></p> <p>ОПК-1.3: <i>Имеет практический опыт в решении элементарных задач с комплексными числами, задач с многочленами (нахождение наибольшего общего делителя и его линейного представления, нахождение интерполяционного многочлена), задач линейной алгебры (матричная алгебра, решение систем линейных уравнений, нахождение базисов суммы и пересечения подпространств, вычисление определителей, задача на собственные числа и собственные векторы, приведение квадратичной формы к каноническому виду).</i></p>		
--	---	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	7
Часов по учебному плану	252
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	96
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	4
самостоятельная работа	32
Промежуточная аттестация	72 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Целые числа. Сравнения. Классы вычетов.	8	4	2	6	2
Комплексные числа. Многочлены.	15	8	4	12	3
Системы линейных уравнений. Матрицы.	8	4	2	6	2
Линейные пространства.	27	16	8	24	3
Определители.	21	12	6	18	3
Аналитическая геометрия.	8	4	2	6	2
Евклидовы и унитарные пространства.	21	12	6	18	3
Линейные отображения и преобразования.	18	10	5	15	3
Билинейные функции и квадратичные формы.	11	6	3	9	2
Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств.	18	10	5	15	3
Кривые и поверхности второго порядка.	11	6	3	9	2
Группы. Кольца. Поля.	10	4	2	6	4
Аттестация	72				
КСР	4			4	
Итого	252	96	48	148	32

Содержание разделов и тем дисциплины

1 семестр.

1. Целые числа. Деление с остатком. Делимость. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида.
2. Линейные диофантовы уравнения.
3. Сравнения по модулю целого числа. Свойства сравнений. Линейные сравнения.
4. Классы вычетов по модулю n . Операции с классами вычетов.
5. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа, формула Муавра, извлечение корня натуральной степени из комплексного числа.
6. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера.
7. Наибольший общий делитель. Расширенный алгоритм Евклида.
8. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
9. Отделение кратных множителей.
10. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые множители.
11. Основная теорема алгебры.
12. Разложение многочлена в произведение неприводимых над полями вещественных и комплексных

чисел.

13. Рациональные корни. Признак Эйзенштейна.
14. Формулы Виета.
15. Матрицы и операции с ними.
16. Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных уравнений.
17. Линейные (векторные) пространства. Линейная зависимость системы векторов.
18. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису.
19. Сумма и пересечение подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.
20. Ранг матрицы.
21. Изоморфизм линейных пространств.
22. Теорема Кронекера-Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.
23. Определитель (детерминант) матрицы, его свойства.
24. Разложение определителя по строке и столбцу. Теорема Лапласа.
25. Обратная матрица. Правило Крамера.
26. Формула Бине-Коши.
27. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения.
28. Прямые и плоскости. Способы их задания.

2 семестр.

1. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Неравенство треугольника. Линейная независимость ортогональной системы векторов. Матрица Грама.
2. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Существование ортогонального базиса.
3. Ортогональное дополнение, его свойства.
4. Проекция и перпендикуляр вектора на подпространство.
5. Метрические задачи в евклидовых пространствах.
6. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальное решение систем линейных уравнений.
7. Метод наименьших квадратов.
8. Объём гиперпараллелепипеда. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.
9. Линейные отображения. Матрица отображения. Изменение матрицы отображения при замене базисов. Эквивалентные матрицы. Ядро и образ линейного отображения.
10. Линейные преобразования. Матрица преобразования, её изменение при замене базиса. Подобные матрицы.
11. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования.
Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Диагонализуемые преобразования.
12. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы.
13. Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы билинейной/квадратичной функции при замене базиса.
14. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной билинейной функции/квадратичной формы к каноническому виду.
15. Закон инерции.
16. Положительно определённые билинейные функции/квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
17. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряжённое преобразование.
18. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов.
19. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.
20. Унитарные и ортогональные преобразования.
21. Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное

преобразование, извлечение квадратного корня из него.

22. Приведение квадратичной формы к главным осям.

23. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.

24. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.

25. Группы. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.

26. Циклические группы и их подгруппы.

27. Нормальные подгруппы, теорема Лагранжа. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Связь нормальных подгрупп с гомоморфизмами.

28. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами.

29. Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Конспекты лекций и рекомендуемая литература.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Целые числа. Деление с остатком. Делимость. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида.
2. Линейные диофантовы уравнения.
3. Сравнения по модулю целого числа. Свойства сравнений. Линейные сравнения.
4. Классы вычетов по модулю p . Операции с классами вычетов.
5. Понятие комплексного числа. Операции с комплексными числами в алгебраической форме.
6. Тригонометрическая форма записи комплексного числа, формула Муавра.
7. Комплексно сопряженные числа, их свойства.
8. Квадратные корни из комплексных чисел.
9. Решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами.
10. Корни n -ой степени из комплексного числа, их геометрический смысл.
11. Корни из единицы. Понятие первообразного корня n -ой степени из единицы.
12. Применение комплексных чисел для выражения косинуса и синуса кратных углов через $\cos(x)$ и $\sin(x)$.
13. Арифметические операции над многочленами.
14. Деление многочлена на многочлен с остатком.
15. Теорема Безу.
16. Схема Горнера.
17. Разложение многочлена по степеням $(x-c)$.
18. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида для многочленов.
19. Расширенный алгоритм Евклида для многочленов. Коэффициенты Безу.
20. Корни многочленов, кратность корня. Производная многочлена. Связь кратности корня с производной.

21. Задача интерполяции: интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Существование и единственность.
22. Неприводимый многочлен и его свойства. Разложение многочлена в произведение неприводимых.
23. Разложение многочлена в произведение неприводимых над полями вещественных и комплексных чисел.
24. Рациональные корни многочлена.
25. Признак Эйзенштейна.
26. Основная теорема алгебры.
27. Формулы Виета.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Арифметические операции над многочленами.
2. Деление многочлена на многочлен с остатком.
3. Теорема Безу.
4. Схема Горнера.
5. Разложение многочлена по степеням (х-с).
6. Наибольший общий делитель двух многочленов.
7. Алгоритм Евклида для многочленов.
8. Расширенный алгоритм Евклида для многочленов. Коэффициенты Безу.
9. Корни многочленов, кратность корня. Производная многочлена. Связь кратности корня с производной.
10. Задача интерполяции: интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Существование и единственность.
11. Отделение кратных корней.
12. Неприводимый многочлен и его свойства. Разложение многочлена в произведение неприводимых.
13. Разложение многочлена в произведение неприводимых над полями вещественных и комплексных чисел.
14. Рациональные корни многочлена.
15. Признак Эйзенштейна.
16. Основная теорема алгебры.
17. Формулы Виета.

Критерии оценивания (оценочное средство - Коллоквиум)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Удовлетворительное знание большинства вопросов к коллоквиуму.
не зачтено	Неудовлетворительное знание предмета. Отказ от ответа.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индик)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			

атора достиж ения							
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»

	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1 семестр.

1. Целые числа. Деление с остатком. Делимость. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида.
2. Линейные диофантовы уравнения.
3. Сравнения по модулю целого числа. Свойства сравнений. Линейные сравнения.
4. Классы вычетов по модулю n . Операции с классами вычетов.
5. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа, формула Муавра, извлечение корня натуральной степени из комплексного числа.
6. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера.
7. Наибольший общий делитель. Расширенный алгоритм Евклида.
8. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
9. Отделение кратных множителей.
10. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые множители.
11. Основная теорема алгебры.
12. Разложение многочлена в произведение неприводимых над полями вещественных и комплексных чисел.
13. Рациональные корни. Признак Эйзенштейна.
14. Формулы Виета.
15. Матрицы и операции с ними.
16. Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных уравнений.
17. Решение матричных уравнений.
18. Линейные (векторные) пространства. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Их свойства. Теорема о замене. Ранг системы векторов. База и ранг системы векторов.
19. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису.
20. Сумма и пересечение подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.
21. Ранг матрицы.
22. Изоморфизм линейных пространств.
23. Теорема Кронекера-Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.
24. Определитель (детерминант) матрицы, его свойства.
25. Разложение определителя по строке и столбцу. Теорема Лапласа.
26. Обратная матрица. Правило Крамера.
27. Формула Бине-Коши.
28. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения.
29. Прямые и плоскости. Способы их задания.

30. Нахождение проекции точки на прямую и плоскость. Нахождение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми.

2 семестр.

1. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Теорема Пифагора. Неравенство треугольника.
2. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Матрица Грама. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах.
3. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Существование ортогонального базиса.
4. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств.
5. Ортогональное дополнение, его свойства.
6. Проекция и перпендикуляр вектора на подпространство.
7. Метрические задачи в евклидовых пространствах.
8. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальное решение систем линейных уравнений.
9. Метод наименьших квадратов.
10. Объём гиперпараллелепипеда. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.
11. Линейные отображения. Матрица отображения. Изменение матрицы отображения при замене базисов. Эквивалентные матрицы. Ядро и образ линейного отображения.
12. Линейные преобразования. Матрица преобразования, её изменение при замене базиса. Подобные матрицы.
13. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Диагонализуемые преобразования. Критерий диагонализуемости.
14. Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы.
15. Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы билинейной/квадратичной функции при замене базиса.
16. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной билинейной функции/квадратичной формы к каноническому виду.
17. Закон инерции.
18. Положительно определённые билинейные функции/квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
19. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряжённое преобразование.
20. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов.
21. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.
22. Унитарные и ортогональные преобразования.
23. Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.
24. Приведение квадратичной формы к главным осям.
25. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.
26. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.
27. Группы. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
28. Циклические группы и их подгруппы.
29. Нормальные подгруппы, теорема Лагранжа. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Связь нормальных подгрупп с гомоморфизмами.
30. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами.
31. Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1 семестр.

1. Целые числа. Деление с остатком. Делимость. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Расширенный алгоритм Евклида.
2. Линейные диофантовы уравнения.
3. Сравнения по модулю целого числа. Свойства сравнений. Линейные сравнения.
4. Классы вычетов по модулю n . Операции с классами вычетов.
5. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа, формула Муавра, извлечение корня натуральной степени из комплексного числа.
6. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера.
7. Наибольший общий делитель. Расширенный алгоритм Евклида.
8. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа.
9. Отделение кратных множителей.
10. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые множители.
11. Основная теорема алгебры.
12. Разложение многочлена в произведение неприводимых над полями вещественных и комплексных чисел.
13. Рациональные корни. Признак Эйзенштейна.
14. Формулы Виета.
15. Матрицы и операции с ними.
16. Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных уравнений.
17. Решение матричных уравнений.
18. Линейные (векторные) пространства. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Их свойства. Теорема о замене. Ранг системы векторов. База и ранг системы векторов.
19. Размерность и базис линейного пространства. Матрица перехода от базиса к базису.
20. Сумма и пересечение подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.
21. Ранг матрицы.
22. Изоморфизм линейных пространств.
23. Теорема Кронекера-Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.
24. Определитель (детерминант) матрицы, его свойства.
25. Разложение определителя по строке и столбцу. Теорема Лапласа.
26. Обратная матрица. Правило Крамера.
27. Формула Бине-Коши.
28. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведения.
29. Прямые и плоскости. Способы их задания.
30. Нахождение проекции точки на прямую и плоскость. Нахождение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми.

2 семестр.

1. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Теорема Пифагора. Неравенство треугольника.
2. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Матрица Грама. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах.
3. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Существование ортогонального базиса.
4. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств.
5. Ортогональное дополнение, его свойства.
6. Проекция и перпендикуляр вектора на подпространство.
7. Метрические задачи в евклидовых пространствах.
8. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальное решение систем линейных уравнений.
9. Метод наименьших квадратов.
10. Объём гиперпараллелепипеда. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.
11. Линейные отображения. Матрица отображения. Изменение матрицы отображения при замене базисов. Эквивалентные матрицы. Ядро и образ линейного отображения.
12. Линейные преобразования. Матрица преобразования, её изменение при замене базиса. Подобные матрицы.

13. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Диагонализуемые преобразования. Критерий диагонализуемости.
14. Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы.
15. Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы билинейной/квадратичной функции при замене базиса.
16. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной билинейной функции/квадратичной формы к каноническому виду.
17. Закон инерции.
18. Положительно определённые билинейные функции/квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
19. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряжённое преобразование.
20. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов.
21. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.
22. Унитарные и ортогональные преобразования.
23. Самосопряжённые и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряжённое преобразование, извлечение квадратного корня из него.
24. Приведение квадратичной формы к главным осям.
25. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.
26. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.
27. Группы. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
28. Циклические группы и их подгруппы.
29. Нормальные подгруппы, теорема Лагранжа. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Связь нормальных подгрупп с гомоморфизмами.
30. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами.
31. Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно»,

Оценка	Критерии оценивания
	ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

СЕМЕСТР 1

ЗАДАЧА 1. Найти все целочисленные решения уравнения $7x - 5y = 19$ и решение с минимальным натуральным x .

ЗАДАЧА 2. Решить уравнение $x^2 - (3 + i)x + (4 + 3i) = 0$.

ЗАДАЧА 3. Найти рациональные корни многочлена $8x^4 + 22x^3 - 3x^2 + 7x - 6$.

СЕМЕСТР 2

ЗАДАЧА 1. Пусть в евклидовом пространстве \mathbb{R}^4 со стандартным скалярным произведением даны векторы $a_1 = (1, -2, 1, 3)$, $a_2 = (2, 1, -3, 1)$. Проверить, что векторы ортогональны. Дополнить систему до ортогонального базиса пространства.

ЗАДАЧА 2. Пусть в евклидовом пространстве \mathbb{R}^4 со стандартным скалярным произведением даны векторы $a_1 = (1, -1, 1, 1)$, $a_2 = (1, 2, 3, 4)$. Построить ортогональный базис линейной оболочки этих векторов.

ЗАДАЧА 3. Найти ортогональную проекцию и перпендикуляр вектора $x = (1, 3, -3)$ на линейную оболочку системы векторов: $a = (2, 1, 1)$, $b = (1, 3, 1)$. Скалярное произведение стандартное.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

СЕМЕСТР 1

ЗАДАЧА 1. Проверить на линейную зависимость систему векторов $a = (1, 1, -2)$, $b = (2, -1, -1)$, $c = (1, -2, 1)$ и найти базу этой системы.

ЗАДАЧА 2. Найти все значения λ , при которых вектор $b = (1, 1, \lambda)$ линейно выражается через векторы $a_1 = (2, 1, -1)$, $a_2 = (3, 1, -3)$.

ЗАДАЧА 3. Найти обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

СЕМЕСТР 2

ЗАДАЧА 1. Линейное преобразование $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ задано формулой

$\varphi(x) = \begin{pmatrix} 2x_1 + 4x_2 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix}$, где $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Найдите собственные числа, собственные векторы. Если преобразование диагонализуемо, то найдите матрицу преобразования в базисе из собственных векторов.

ЗАДАЧА 2. Методом Лагранжа выделения полных квадратов найдите нормальный вид квадратичной формы $h(x) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 8x_2^2$ и соответствующую замену координат.

ЗАДАЧА 3. Кривая второго порядка задана в некоторой прямоугольной системе координат уравнением $9x^2 - 4xy + 6y^2 - 26x + 28y + 21 = 0$. Найти прямоугольную каноническую систему координат, записать каноническое уравнение и определить тип кривой.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без

Оценка	Критерии оценивания
	недочётов.
отлично	Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочётами. Выполнены все задания в полном объеме.
очень хорошо	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочётами.
хорошо	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочётами.
удовлетворительно	Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие минимальных умений решения задач. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Курош Александр Геннадиевич. Курс высшей алгебры : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Приклад. математика". - Изд. 18-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2011. - 432 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0521-3 : 800.03., 105 экз.
2. Беклемишев Дмитрий Владимирович. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : [учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов] . - 6-е изд., стер. - М. : Наука, 1987. - 319, [1] с. : ил. - 0.80., 429 экз.
3. Проскураков Игорь Владимирович. Сборник задач по линейной алгебре : [для ун-тов и пед. ин-тов]. - Изд. 5-е, стер. - М. : Наука, 1974. - 384 с. - 0.97., 4 экз.
4. Проскураков Игорь Владимирович. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие. - Изд. 12-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008. - 480 с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0707-1 : 400.00., 3 экз.
5. Линейные преобразования : учеб.-метод. пособие для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки "Приклад. математика и информатика", "Информ. технологии" / ННГУ. - Н. Новгород : [б. и.], 2010 (Тип. ННГУ). - 64 с. - 21.00., 50 экз.
6. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств : учебно-методическое пособие / Золотых Н. Ю., Сидоров С. В., Смирнова Т. Г., Чирков А. Ю. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. - 68 с. - Рекомендовано методической комиссией института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по

направлениям подготовки 010302 «Прикладная математика и информатика», 020302 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 090303 «Прикладная информатика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730338&idb=0>.

7. Золотых Н. Ю. Группы, кольца, поля: задачник / Золотых Н. Ю., Сидоров С. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2022. - 76 с. - Рекомендовано методической комиссией института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и 09.03.03 «Прикладная информатика». - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=867983&idb=0>.

8. Задачи по алгебре (часть 2) : Учебно-методическое пособие. Ч. 2. Задачи по алгебре (часть 2) / Чирков А. Ю., Киселева Л. Г., Веселов С. И., Золотых Н. Ю., Шевчук Е. А., Сидоров С. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2015. - 80 с. - Рекомендовано методической комиссией факультета ВМК для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» 09.03.03 «Прикладная информатика» 09.03.04 «Программная инженерия». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729799&idb=0>.

9. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественнонауч., пед. и техн. наук. - Изд. 5-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2007. - 416 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники) (Учебник для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0447-6 : 371.36., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Воеводин Валентин Васильевич. Матрицы и вычисления. - М. : Наука, 1984. - 318 с. - (Справочная математическая библиотека : СМБ). - 1.40., 2 экз.

2. Гантмахер Феликс Рувимович. Теория матриц. - Изд. 2-е, доп. - М. : Наука, 1966. - 576 с. : черт. - 2.99., 1 экз.

3. Стренг Гилберт. Линейная алгебра и ее применения / пер. с англ. Ю. А. Кузнецова, Д. М. Фаге ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1980. - 454 с. : ил. - 2.10., 2 экз.

4. Ильин Владимир Александрович. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - 2-е изд. - М. : Изд-во Моск. ун-та, 2002. - 320 с. - ISBN 5-211-04487-8 : 125.00., 32 экз.

5. Воеводин Валентин Васильевич. Линейная алгебра : учебное пособие. - Изд. 3-е, стер. - СПб. : Лань, 2006. - 416 с. : ил. - (Лучшие классические учебники. Математика) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 5-8114-0671-1 : 275.00., 3 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e.lanbook.com/book/440306>

<https://e.lanbook.com/book/402917>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Сидоров Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 25.06.2025, протокол № Протокол №11.