

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория дискретных функций

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.03.02 Теория дискретных функций относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-6: Владение навыками самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации	ПК-6.1: Умеет самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его ПК-6.2: Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения	ПК-6.1: Умения: представлять булевы функции, функции k -значной логики в различных формах (ДНФ, КНФ, АНФ), переходить от одной формы представления к другой, устанавливать полноту системы булевых функций, функций k -значной логики. ПК-6.2: Владения: основными методами эквивалентных преобразований формул булевых функций, функций k -значной логики.	Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация	0

	Зачёт
--	-------

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
1. Функции алгебры логики	13	4	4	8	5
2. Нормальные формы	13	4	4	8	5
3. Замкнутые классы	9	2	2	4	5
4. Теорема о функциональной полноте	13	4	4	8	5
5. Результаты Поста	9	2	2	4	5
6. Функции k-значной логики	13	4	4	8	5
7. Теорема о полноте в k-значной логике	12	4	4	8	4
8. Теорема Яблонского	7	2	2	4	3
9. Представление функций полиномами	11	4	4	8	3
10. Теорема Кузнецова	7	2	2	4	3
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	108	32	32	65	43

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Функции алгебры логики. Задание функций таблицами. Существенные и фиктивные переменные. Элементарные функции. Формулы. Представление функций формулами. Тождества.
2. Теорема о разложении функции по переменным. Нормальные формы. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами.
3. Операция суперпозиции. Замыкание множества функций. Замкнутые классы. Полные системы функций. Достаточное условие полноты. Примеры полных систем.
4. Линейные функции. Лемма о нелинейной функции. Функции, сохраняющие константы. Самодвойственные функции и их свойства. Принцип двойственности. Лемма о несамодвойственной функции. Монотонные функции и их свойства. Лемма о немонотонной функции. Теорема о функциональной полноте.
5. Предполные классы и базисы в P_2 . Формулировки теорем Поста о конечной порожденности замкнутых классов булевых функций и мощности семейства замкнутых классов булевых функций.
6. Функции k-значной логики. Формулы и реализация функций формулами. Элементарные функции. Полные системы. Примеры полных систем.
7. Замкнутые классы. Предполные классы. Классы сохранения множеств функций в P_k . Алгоритм

распознавания полноты конечных систем функций в R_k . Теорема о полноте.

8. Существенные функции. Лемма о трех наборах. Лемма о существенной функции. Теорема Яблонского. Теорема Слупецкого.

9. Функции Шеффера. Критерий шефферовости функций. Особенности множества функций k -значной логики, $k \geq 3$. Представление функций из R_k полиномами; единственность представления для случая простых k . Пример замкнутого класса в R_3 , не имеющего базиса. Пример замкнутого класса в R_3 , имеющего счетный базис.

10. Мощность семейства замкнутых классов в R_k Классы сохранения множеств функций. Теорема Кузнецова о функциональной полноте.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа включает выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением, изучение литературы и проработку теоретического материала лекционных занятий.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

Вариант 1

1. Докажите тождество $(x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2x_3) \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 = \overline{x_1x_2x_3}(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$.
2. Найдите и удалите фиктивные переменные у функции, заданной вектором значений $f = 0111100101111001$. Для функции, полученной после удаления фиктивных переменных, постройте СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина.
3. Выясните, полна ли система функций $\{(x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3, \overline{x_1 \oplus x_2 \oplus x_3}\}$.
4. Сколько функций от переменных x_1, x_2, \dots, x_n содержит множество $S \cup (T_0 - T_1)$?

Вариант 2

1. Докажите тождество $x_1 \vee (x_2 \leftrightarrow x_3) = (x_1 \vee x_2) \leftrightarrow (x_1 \vee x_3)$.
2. Найдите и удалите фиктивные переменные у функции, заданной вектором значений $f = 1101110011011100$. Для функции, полученной после удаления фиктивных переменных, постройте СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина.
3. Выясните, полна ли система функций $\{x_1 \leftrightarrow x_2, \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}\}$.
4. Сколько функций от переменных x_1, x_2, \dots, x_n содержит множество $(S \cap L) \cup T_0$?

Вариант 3

1. Докажите тождество $x_1x_2 \rightarrow x_1x_3 = x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)$.
2. Найдите и удалите фиктивные переменные у функции, заданной вектором значений $f = 1001101110011011$. Для функции, полученной после удаления фиктивных переменных, постройте СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина.
3. Выясните, полна ли система функций $\{x_1 \vee x_2x_3 \vee x_1x_3, (x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus 1\}$.
4. Сколько функций от переменных x_1, x_2, \dots, x_n содержит множество $L \cap (T_0 \cup S)$?

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько не существенных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые	Продемонстрированы все основные умения. Решены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены все	Продемонстрированы все основные умения. Решены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные

	вследствие отказа обучающегося от ответа	умения. Имели место грубые ошибки	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Дать определение функции алгебры логики. Дать определения понятий существенная и несущественная переменные булевой функции, а также равенства булевых функций.
2. Дать определение понятий формулы над системой булевых функций, эквивалентности формул
3. Дать определения элементарных функций алгебры логики и их свойства
4. Дать определения понятий замыкания системы булевых функций, замкнутого класса
5. Дать определения СДНФ и СКНФ.
6. Дать определение понятия функциональной полноты системы булевых функций. Сформулировать и доказать достаточное условие полноты заданной системы булевых функций.
7. Дать определение полинома Жегалкина
8. Дать определение линейной булевой функции. Сформулировать и доказать лемму о нелинейной функции
9. Дать определение булевой функции, двойственной заданной. Сформулировать и доказать принцип двойственности
10. Дать определение самодвойственной булевой функции. Сформулировать и доказать лемму о не самодвойственной функции

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Яблонский Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика". - Изд. 5-е, стер. - М. : Высшая школа, 2008. - 384 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005943-4 : 574.00., 2 экз.
2. Сборник задач по дискретной математике : практикум. Ч. 2 / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова, Д. Б. Мокеев, Т. Г. Смирнова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2023. - 46 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=877236&idb=0>.
3. Киселева Л. Г. Функции алгебры логики в примерах и задачах : учебно-методическое пособие /

Киселева Л. Г., Смирнова Т. Г. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. - 58 с. - Рекомендовано методической комиссией института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 010302 «Прикладная математика и информатика», 020302 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», 090303 «Прикладная информатика (в информационной сфере)», 090304 «Программная инженерия». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=729704&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Гаврилов Гарий Петрович. Сборник задач по дискретной математике : [для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1977. - 368 с. : ил. - 0.84., 96 экз.
2. Кузнецов Олег Петрович. Дискретная математика для инженера. - Изд. 6-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 400 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0570-1 : 454.96., 11 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Гашков С.Б., Фролов А.Б. Дискретная математика: учебник и практикум для академического бакалавриата. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2017. — 448 с.
<https://biblio-online.ru/book/D7F91C17-137D-4B22-8B74-EA7E8114E31E>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Макаров Евгений Маратович.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.