

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 27.08.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Методы оптимизации

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и искусственный интеллект

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 Методы оптимизации относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)  | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |   | Наименование оценочного средства                      |   |
|---|---|---|---|---|
|   | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине   | Для текущего контроля успеваемости                    | Для промежуточной аттестации                  |
| ПК-3: Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям | <p>ПК-3.1: Собирает, обрабатывает, анализирует и обобщает результаты экспериментов и исследований, проводит эксперименты и наблюдения, составляет отчеты по теме или по результатам проведенных экспериментов.</p> <p>ПК-3.2: Применяет полученные знания на практике для решения производственных задач.</p> <p>ПК-3.3: Выбирает и реализовывает на практике экспериментальные исследования параметров и характеристик программных и программно-аппаратных комплексов различного функционального назначения.</p> | <p>ПК-3.1:</p> <p>ПК-3.1.1. 3-1. Знает методы проведения экспериментов и наблюдений.</p> <p>ПК-3.1.1. 3-2. Знает методы обобщения и обработки экспериментальной информации.</p> <p>ПК-3.1.1. 3-3. Знает методы анализа научно-технической информации.</p> <p>ПК-3.11. У-1. Умеет оформлять результаты научно-исследовательской работы.</p> <p>ПК-3.1.1. У-2. Умеет оформлять результаты опытно-конструкторских работ.</p> <p>ПК-3.2:</p> <p>ПК-3.2.1. 3-1. Знает цели и задачи проводимых исследований и разработок.</p> <p>ПК-3.2.1. 3-2. Знает структуру организации, содержание работы и взаимосвязи подразделений, занимающихся выполнением опытно-конструкторских работ.</p> <p>ПК-3.2.1. 3-3. Знает отечественный и международный опыт проведения исследований в сфере информационных</p> | <p>Практическое задание</p> <p>Контрольная работа</p> | <p>Экзамен:</p> <p>Разноуровневые задания</p> |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  | <p>технологий.</p> <p>ПК-3.2.1. У-1. Умеет оформлять отчет по результатам проделанной работы</p> <p>ПК-3.3:</p> <p>ПК-3.3.1. 3-1. Знает методы исследования характеристик программных и программно-аппаратных комплексов различного функционального назначения.</p> <p>ПК-3.3.1. У-1. Умеет обобщать фактический материал, используя теоретические знания и практические навыки.</p> <p>ПК-3.3.1. У-2. Умеет анализировать фактический материал, используя теоретические знания и практические навыки.</p> |  |  |
|--|--|--|--|--|

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

|  |                |
|--|----------------|
|  | <b>очная</b>   |
| <b>Общая трудоемкость, з.е.</b>  | <b>4</b>       |
| <b>Часов по учебному плану</b>   | <b>144</b>     |
| в том числе  |                |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>                           |                |
| - занятия лекционного типа   | 32             |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 64             |
| - КСР  | 2              |
| <b>самостоятельная работа</b>  | <b>10</b>      |
| <b>Промежуточная аттестация</b>  | <b>36</b>      |
|  | <b>Экзамен</b> |

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе  |                                      |
|--|--------------|--|--------------------------------------|
|  |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | Самостоятельная работа обучающегося, |

|  |     | Занятия<br>лекционного<br>типа | Занятия<br>семинарского<br>типа<br>(практические<br>занятия/ лабора<br>торные<br>работы), часы | Всего | часы |
|--|-----|--------------------------------|--|-------|------|
|  |     |                                |  |       |      |
| Раздел 1. Введение: постановки задач нелинейного математического программирования, многокритериальные задачи. Динамическое программирование. | 22  | 6                              | 14   | 20    | 2    |
| Раздел 2. Элементы выпуклого анализа. Теория условий оптимальности.  | 22  | 6                              | 14   | 20    | 2    |
| Раздел 3. Численные методы безусловной локальной оптимизации.  | 32  | 10                             | 20   | 30    | 2    |
| Раздел 4. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации.   | 30  | 10                             | 16   | 26    | 4    |
| Аттестация   | 36  |                                |  |       |      |
| КСР  | 2   |                                |  | 2     |      |
| Итого  | 144 | 32                             | 64   | 98    | 10   |

### Содержание разделов и тем дисциплины

Цели и задачи изучения дисциплины:

изучение теоретических основ и практических алгоритмов поиска наилучших решений в разноуровневых задачах широкой тематики. Дисциплина формирует навыки математического моделирования и использования численных методов для эффективного поиска оптимальных параметров.

Раздел 1. Введение.

Общая постановка однокритериальной задачи оптимизации. Понятия локально-оптимального и глобально-оптимального решений. Обобщение понятий оптимальности на многокритериальные задачи оптимизации. Решения оптимальные по Парето и Слейтеру (эффективные и слабо эффективные решения). Методы линейной свертки и свертки Гермейера, их геометрическая интерпретация. Свойства линейной свертки, свойства свертки Гермейера.

Задачи и методы динамического программирования. Задачи с фиксированным временем длительности процесса. Понятие состояния управляемого динамического процесса. Постановка задачи. Требования, накладываемые на понятие «состояние» в динамическом программировании. Определения функции Беллмана при решении «от конца» и «от начала». Метод рекуррентных уравнений Беллмана при записи «от конца». Принцип Беллмана как необходимое и как достаточное условия, формулируемые как «от начала», так и «от конца», доказательство принципа Беллмана в форме необходимого условия (в аддитивном случае) и его доказательство в форме достаточного условия (для критериев аддитивного и типа максимума). Связь принципа Беллмана с уравнениями Беллмана. Запись рекуррентных уравнений Беллмана от начала процесса. Пример использования соотношений Беллмана. Задачи с нефиксированной длительностью процесса. Обобщение уравнений Беллмана на задачи с нефиксированной длительностью процесса. Применение к задачам поиска оптимальных путей на графах. Задачи поиска оптимальных путей на графах с неотрицательными весами ребер: алгоритм метода Дейкстры, доказательство оптимальности построенных им путей (по материалам лабораторной работы), связь метода Дейкстры с принципом Беллмана в форме достаточного условия. Задачи на графах с векторными весами ребер. Отыскание оптимальных по Парето и Слейтеру решений методом сверток, согласование вида свертки с видом критерия, скаляризация графа при согласованном выборе.

Раздел 2. Элементы выпуклого анализа. Теория условий оптимальности.

2.1. Выпуклые множества, выпуклые функции (выпуклость и строгая выпуклость). Проекция точки на множество, две леммы о свойствах проекции. Отделимость точки и множества, геометрический смысл понятия отделимости, две теоремы об отделимости. Свойства выпуклых функций, два критерия выпуклости. Задача выпуклого математического программирования и ее свойства.

2.2. Градиент и производная по направлению, ее вычисление в случае дифференцируемости функции, свойства градиента, множество направлений строгого локального убывания. Условие оптимальности первого порядка при отсутствии ограничений: теорема Ферма. Задачи с ограничениями общего вида, функция Лагранжа для общей задачи математического программирования. Определение понятия регулярности допустимого множества в точке и в целом. Задачи с ограничениями-равенствами, теорема Лагранжа (метод множителей Лагранжа). Достаточное условие регулярности допустимого множества в точке для ограничений-равенств. Геометрическая интерпретация условий оптимальности из теоремы о методе множителей Лагранжа – геометрический смысл условий ее выполнения. Запись условий минимума в задачах математического программирования с ограничениями смешанного типа. Теорема о достаточности для глобального минимума условий Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме, записанных через принцип минимума. Теорема о необходимости и о достаточности условий Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме, записанных через принцип минимума для выпуклой задачи с регулярным множеством. Теорема Каруша-Куна-Таккера в недифференциальной форме для выпуклой регулярной задачи, записанная через седловую точку функции Лагранжа. Достаточное условие Слейтера регулярности допустимого множества. Теорема о необходимых и достаточных условиях минимума в дифференциальной форме для класса выпуклых регулярных задач. Геометрическая интерпретация условий оптимальности, записанных в градиентной форме для выпуклого регулярного случая. Геометрическая интерпретация ситуации  $\lambda_i < 0$  при разложении антиградиента целевой функции в выпуклой задаче при неверной гипотезе о наборе активных неравенств. Направленная коррекция гипотез об активности при решении выпуклых регулярных задач с использованием условий Каруша-Куна-Таккера. Теорема Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме для невыпуклых задач – условие оптимальности первого порядка. Конические аппроксимации вспомогательных множеств. Достаточное условие регулярности допустимого множества в точке (в форме линейной независимости специального набора градиентов). Геометрические примеры недостаточности условий первого порядка для существования локального минимума в невыпуклом случае. Теорема о достаточных условиях первого порядка для острого локального минимума (без доказательства). Теорема о достаточных условиях второго порядка для строгого локального минимума в задачах со смешанными ограничениями. Теорема о необходимых условиях второго порядка для локального минимума в задачах со смешанными ограничениями (без доказательства).

Разделы 3-5. Численные методы безусловной локальной оптимизации. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации. Численные методы многоэкстремальной оптимизации

3.1. Понятие метода поисковой оптимизации. Испытание и порядок испытания. Априорная и поисковая информация. Пассивные и последовательные алгоритмы. Принцип наилучшего гарантированного результата. Оптимальные алгоритмы. Понятие одношаговой последовательной оптимальности. Класс унимодальных функций, правило сокращения интервала по двум измерениям. Симметричные алгоритмы, свойства пропорций деления. Метод Фибоначчи. Неоптимальные алгоритмы: методы золотого сечения и два варианта метода дихотомии. Связь метода Фибоначчи с методом золотого сечения.

3.2. Метод поиска глобального минимума выпуклой дифференцируемой функции на выпуклом многограннике. Вид нижней оценки выпуклой функции по конечному числу ее испытаний первого порядка. Сведение решения задачи к последовательности задач линейного программирования. Теорема об определении решения (без доказательства).

3.3. Задачи поиска локального экстремума в задачах без ограничений. Общая структура итерационных методов локального поиска. Понятие порядка метода. Линейная, сверхлинейная и квадратичная скорости сходимости (определения). Два критерия выбора шагового множителя, их геометрическая

интерпретация. Алгоритмы Армихо и одномерной минимизации. «Аккуратный» одномерный поиск. Простые методы многомерного локального поиска и их свойства: градиентные методы, включая метод наискорейшего градиентного поиска, и метод Ньютона. Вывод итерационного соотношения метода Ньютона, геометрическая интерпретация. Свойства метода наискорейшего градиентного поиска и метода Ньютона. Теоремы сходимости для этих методов. Методы прямого поиска на примере метода Хука-Дживса.

3.4. Более сложные и эффективные методы локальной оптимизации: алгоритм метода Ньютона с регулировкой шага (по одномерной минимизации и по Армихо), модифицированный метод Ньютона с модификацией матрицы Гессе до положительной определенности на основе модифицированного преобразования Холесского (теорема о разложении Холесского, упрощенная схема модифицированного разложения Холесского без учета эффектов вычислительной неустойчивости); квазиньютоновское условие, квазиньютоновский метод Давидона-Флетчера-Пауэлла.

Разделы 4. Методы учета функциональных ограничений в локальной оптимизации. Численные методы многоэкстремальной оптимизации

Решение задач с ограничениями. Метод внешнего штрафа, функция степенного штрафа, влияние показателя степени на гладкость штрафа. Теорема сходимости. Геометрическое и аналитическое объяснение причин необходимости неограниченного возрастания коэффициента штрафа при гладком штрафе. Свойства метода штрафов: плохая обусловленность вспомогательных задач, характер приближения оценок к решению. Теорема об оценке погрешности решения в зависимости от коэффициента штрафа и показателя степени (без доказательства). Критерий останова в методе штрафа.

Практические занятия /лабораторные работы организуются, в том числе, в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий / лабораторных работ в форме практической подготовки отводится: очная форма обучения - 2 ч.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Проработка теоретического материала лекционных занятий выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов, методических материалов в виде курса лекций «Методы нелинейной оптимизации» (автор: Городецкий С.Ю.) в электронной форме, размещенного на сайте кафедры ТУиДС по адресу: <http://www.old.itmm.unn.ru/tuds/materialy/>. Домашние задания выдаются по имеющемуся задачнику, который включает краткий теоретический материал и примеры решения задач из каждого раздела:

1. Методы оптимизации в примерах и задачах. Учебно-методическое пособие. / Бирюков Р.С., Григорьева С.А., Городецкий С.Ю., Павлючонок З.Г., Савельев В.П.– Н.Новгород: ННГУ, 2010.

В форме электронного документа – URL: <http://www.itmm.unn.ru/tuds/materialy/> – доступ свободный.

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПК-3:

##### Практические задания по лабораторной работе 1

1. Изучить понятия решений в многокритериальных задачах, применительно к задачам поиска оптимальных путей на графах с векторными весами ребер.
2. Построить в программной системе OptWay примеры графов, имеющих порядка 10 оптимальных по Слейтеру путей, из которых 4–5 путей будут оптимальными по Парето.
3. Выполнить расчеты в системе OptWay по поиску оптимальных по Парето путей методами линейной свертки и свертки Гермейера, используя для решения скаляризованных задач метод Дейкстры и метод Беллмана. Оценить затраты по количеству операций сложения и сравнения при разных способах решения.
4. Доказать оптимальность путей, получаемых по методу Дейкстры в скаляризованной задаче.
5. Аналитически и геометрически обосновать основные свойства двух методов свертки.

##### Практические задания по лабораторной работе 2

1. Изучить терминологию и теорию по условиям оптимальности для невыпуклых задач математического программирования. Разобрать геометрическую интерпретацию выполнения условий оптимальности.
2. Для заданной невыпуклой двумерной задачи математического программирования с тремя ограничениями–неравенствами выполнить следующие исследования:

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Степень правильности и полноты выполнения практического задания по лабораторному практикуму не ниже 60-65%, при этом студент демонстрирует достаточное знание и адекватное понимание необходимых теоретических фактов. |
| не зачтено | Практическое задание выполнено менее, чем на 60%, при этом обнаружены значительные пробелы в знании и понимании необходимых теоретических факт   |

#### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-3:

### Пример типового задания для аудиторной контрольной работы 1:

ДП-1. Планируется производство на двух предприятиях в течение  $N$  лет. Сумма начальных средств в фонде развития, предназначенных для распределения равна  $S$ . Средства в размере  $u_i$ , выделенные  $i$ -му предприятию в начале очередного года, приносят за год доход  $J_i(u_i)$ , а также сумму  $f_i(u_i)$ , передаваемую в совместный фонд развития для дальнейшего финансирования производства. Средства выделяются предприятиям суммами, кратными величине  $d$  так, что средства фонда полностью делятся между предприятиями, за исключением сумм, меньших  $d$  (эти последние суммы теряются). В начале каждого следующего года средства, переданные в фонд, объединяются и заново делятся. Необходимо добиться максимального суммарного совокупного дохода, образованного из значений функций  $J_i$ , за счет выбора стратегии перераспределения средств.

Поставить задачу в форме задачи динамического программирования, записать вид рекуррентных уравнений Беллмана для произвольного  $N$ . Выполнить расчеты при следующих данных:  $N=3$ ,  $S=120$ ,  $f_1(u)=0.4u$ ,  $f_2(u)=0.6u$ ,  $d=20$ .

|          |   |   |   |   |   |    |
|----------|---|---|---|---|---|----|
| $u$      | 2 | 4 | 6 | 8 | 1 | 12 |
|          | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| $J_1(u)$ | 5 | 8 | 1 | 1 | 1 | 16 |
| $f_1(u)$ |   |   | 2 | 4 | 5 |    |
| $J_2(u)$ | 3 | 5 | 8 | 1 | 1 | 15 |
| $f_2(u)$ |   |   |   | 2 | 4 |    |

### Пример типового задания для аудиторной контрольной работы 2 (включает три задачи МП-1, МП-2, МП-3):

МП-1. Определить тип задачи, выяснить регулярность области.

Найти решение.

$$\min x^2 + (1/2)y^2 + z^2 + (x+y)z - 2x - z$$

$$7 + y + z \geq 0$$

$$x + z \geq 5$$

$$2x + y + z + 1 \geq 0$$

$$4z - x \geq 10$$

$$x + y + 2z = 1$$

МП-2. Построить (в геометрической форме представления) пример гладкой задачи с ограничениями-равенствами, где существует точка, удовлетворяющая условиям Лагранжа, но не являющаяся ни локальным минимумом, ни максимумом.

МП-3. Будет ли на классе гладких задач регулярно допустимое множество в виде полосы шириной  $2R$ ? из которой вырезан вписанный в нее круг радиуса  $R$ ? Привести обоснование ответа.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка       | Критерии оценивания   |
|--------------|---|
| превосходно  | Все предложенные задачи решены полностью, применены оригинальные и короткие способы решения с необходимым обоснованием, решения задач доведены до правильных ответов. |
| отлично      | Предложенные задачи решены, решения имеют необходимые обоснования, задачи доведены до ответов, в которых могут присутствовать незначительные погрешности.             |
| очень хорошо | Предложенные задачи в основном решены (около 80-85%), хотя и с незначительными погрешностями, решения в основном обоснованы, но не полностью.                         |
| хорошо       | Почти все предложенные задачи во многом решены, но решения не везде   |

| Оценка              | Критерии оценивания  |
|---------------------|--|
|                     | доведены до верного ответа. Степень выполнения заданий не ниже 60%.  |
| удовлетворительно   | Доля правильности выполнения заданий ниже 55-60%, решения приводятся без надлежащего теоретического обоснования. |
| неудовлетворительно | Степень выполнения заданий ниже 30%, демонстрируется низкий уровень знания теории.                               |
| плохо               | Обнаружены существенные пробелы в понимании материала. Степень выполнения заданий ниже 10%.                      |

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо   | неудовлетворительно  | удовлетворительно  | хорошо  | очень хорошо  | отлично  | превосходно  |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
|  | не зачтено  |  |  | зачтено   |   |  |  |
| <u>Знания</u>  | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки                          | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                               | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.   | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.   |
| <u>Умения</u>  | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа              | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |

|               |  |   |  |  |  |  |   |
|---------------|--|---|--|--|--|--|---|
|               |  |   |  |  |  | объеме   |   |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка     |                            | Уровень подготовки   |
|------------|----------------------------|--|
| зачтено    | <b>превосходно</b>         | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
|            | <b>отлично</b>             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».  |
|            | <b>очень хорошо</b>        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»  |
|            | <b>хорошо</b>              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».   |
|            | <b>удовлетворительно</b>   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»                                     |
| не зачтено | <b>неудовлетворительно</b> | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».   |
|            | <b>плохо</b>               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Разноуровневые задания) для оценки сформированности компетенции ПК-3**

2. Типовые образцы билетов-тестов для оценивания владения компетенцией ПК-4 до уровня, соответствующего оценке «удовлетворительно».

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
Кафедра ТУиДС Дисциплина Методы оптимизации – ПМИ  
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ-ТЕСТ № 1

1. Постановка задачи динамического программирования с фиксированной длительностью процесса. Определение функции Беллмана  $S_k(x)$  при решении «от конца», смысл ее аргумента и индекса.
2. Определение решений, оптимальных по Парето (эффективных решений). Метод свертки Гермейера. Геометрическая интерпретация. При каких значениях коэффициентов свертки Гермейера будет выделено решение (4,2), если оно эффективно?
3. Метод внешних штрафных функций – описание применения с геометрической иллюстрацией. Влияние показателя степени в степенном штрафе на гладкость функции штрафа. Как влияет наличие и порядок гладкости на применение метода?
4. Достаточное условие регулярности в форме линейной независимости (с доказательством). Приведите геометрическую иллюстрацию случая нарушения этих достаточных условий в плоской задаче с двумя неравенствами.
5. Необходимые условия минимума в простейшей задаче вариационного исчисления со свободными концами.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
Экзаменатор \_\_\_\_\_

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
Кафедра ТУиДС Дисциплина Методы оптимизации – ПМИ  
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ-ТЕСТ № 2

1. Общий вид рекуррентных уравнений Беллмана при записи «от начала» с пояснением всех обозначений.
2. Критерий выпуклости дифференцируемой функции (с доказательством). Используя критерий, записать вид множества точек, среди которых не может содержаться глобальный минимум выпуклой Q, если градиент функции в точке (0; 0) равен (1; 1).
3. Формулировка теоремы Каруша-Куна-Таккера в дифференциальной форме (выпуклый случай). Привести геометрическую иллюстрацию выполнения условий в задаче  $\min x_1^2 + x_2^2$ , при ограничениях  $x_2 + x_1 - 1 = 0$ ,  $x_2 \leq x_1 - 1$ .
4. Определение унимодальной функции. Правило сокращения интервала при поиске минимума. Формула гарантированной эффективности после N измерений. Перечень последовательных алгоритмов в таких задачах с указанием их гарантированных эффективностей.
5. Постановка линейной задачи на оптимальное быстроедействие. Какие требования накладываются на класс допустимых управлений? Теорема о необходимых и достаточных условиях оптимальности управления.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
Экзаменатор \_\_\_\_\_

**Критерии оценивания (оценочное средство - Разноуровневые задания)**

| Оценка       | Критерии оценивания   |
|--------------|---|
| превосходно  | Студент продемонстрировал свободное владение теоретическим материалом, способность к решению практических задач, умение обосновывать ранее неизвестные ему факты из теории, несколько выходящие за рамки стандартного материала дисциплины. |
| отлично      | Студент ответил на вопросы билета–теста с микро-заданиями на уровне выше 90%, решил предложенные практические задачи, смог провести требуемые доказательства по вопросам билета, но не владеет материалом свободно                          |
| очень хорошо | Студент ответил на вопросы билета–теста с микро-заданиями на уровне выше 70%, решил с некоторыми ошибками предложенные практические задачи, смог провести требуемое доказательство по одному из вопросов билета                             |

| Оценка              | Критерии оценивания  |
|---------------------|--|
| хорошо              | Студент ответил на вопросы билета–теста с микро-заданиями на уровне выше 60-70%, в целом решил с незначительными ошибками предложенные практические задачи, смог провести часть доказательств, требуемых по билету.  |
| удовлетворительно   | Студент ответил на вопросы билета–теста с микро-заданиями на уровне выше 50%, решил с заметными погрешностями одну из предложенных практических задач, но не смог ответить на вопросы билета по доказательствам предложенных теоретических фактов                            |
| неудовлетворительно | Студент имеет не зачтенные контрольные работы в семестре, на низком уровне ответил на вопросы теста по допуску к экзамену, не смог решить предложенную типовую практическую задачу или ответил на вопросы предложенного билета–теста с микро-заданиями на уровне ниже 40-50% |
| плохо               | Студент имеет существенные задолженности по результатам лабораторного практикума и контрольным работам в семестре и не смог ответить на основные вопросы из тестового комплекта вопросов по допуску к экзамену   |

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Васильев Федор Павлович. Численные методы решения экстремальных задач : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Приклад. математика". - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 549 с. : ил. - ISBN 5-02-013796-0 (в пер.) : 1.60., 178 экз.
2. Городецкий С. Ю. Нелинейное программирование и многоэкстремальная оптимизация : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2007. - 489 с. - (Модели и методы конечномерной оптимизации ; вып. 2). - ISBN 978-5-85746-987-3 : 90.00., 82 экз.
3. Карманов Владимир Георгиевич. Математическое программирование : [учеб. пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 286, [1] с. : граф. - 0.80., 127 экз.

Дополнительная литература:

1. Гилл Филип. Практическая оптимизация / пер. с англ. В. Ю. Лебедева ; под ред. А. А. Петрова. - М. : Мир, 1985. - 509 с. : ил. - 2.70., 32 экз.
2. Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации / Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 384 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0559-0., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665794&idb=0>.
3. Измаилов А. Ф. Численные методы оптимизации / Измаилов А. Ф., Солодов М. В. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 320 с. - Рекомендовано учебно-методическим

советом по прикладной математике и информатике для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика". - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-0975-8., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665731&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Городецкий С.Ю. Лабораторный практикум по методам локальной оптимизации в программной системе LocOpt. Электронный ресурс: <http://www.unn.ru/e-library/aids.html?pscience=6&posdate=2007>.
2. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
3. Для поддержки курса разработаны компьютерные программные лаборатории «OptWay» и «LocOpt», установленные в учебном компьютерном классе лаборатории «Динамика и оптимизация» кафедры ТУиДС (ауд. 218, корп. 2). Кроме того, при проведении лабораторных работ используются математические пакеты общего назначения, преимущественно Mathematica или MatLab. Используемое программное обеспечение является лицензионным.

#### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Бирюков Руслан Сергеевич, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 25.06.2025, протокол № Протокол №11.