

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт биологии и биомедицины

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Теория вероятностей

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

30.05.02 - Медицинская биофизика

---

Направленность образовательной программы

Медицинская биофизика

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.14 Теория вероятностей относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен использовать и применять фундаментальные и прикладные медицинские, естественнонаучные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Обладает фундаментальными и прикладными знаниями в области медицинских и естественнонаучных дисциплин ОПК-1.2: Критически рассматривает возможные варианты решения задач профессиональной деятельности ОПК-1.3: Умеет грамотно применять знания в области медицинских и естественнонаучных дисциплин для решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Умеет применять классическую формулу, геометрическую формулу, теоремы сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и формулы Байеса для вычисления вероятностей случайных событий.  ОПК-1.2: Умеет находить различные числовые характеристики одномерных случайных величин (математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, квантиль порядка $p$ , медиану, моду. Умеет находить вероятностные законы распределения одномерных случайных величин (интегральную функцию, плотность распределения, ряд распределения).  ОПК-1.3: Знает основные понятия и методы теории вероятностей, классификацию случайных событий и умеет совершать операции над ними	Контрольная работа Тест	Зачёт: Задачи Контрольные вопросы

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>30</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>30</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>47</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
Случайные события и их классификация. Теоретико-множественные операции над случайными событиями .	9	2	3	5	4
Различные подходы к определению вероятности случайных событий: классический, статистический	20	5	6	11	9
Различные подходы к определению вероятности случайных событий: геометрический, аксиоматический.	16	5	4	9	7
Теоремы сложения и умножения вероятностей.	10	2	4	6	4
Формулы полной вероятности и Байеса.	13	2	4	6	7
Одномерные случайные величины (дискретные и непрерывные): законы распределения вероятностей, основные числовые характеристики.	21	8	5	13	8
Наиболее важные для практики классы случайных величин: биномиальное, геометрическое, Пуассоновское, равномерное, показательное, нормальное распределения.	18	6	4	10	8
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	108	30	30	61	47

## Содержание разделов и тем дисциплины

Случайные события и их классификация. Теоретико-множественные операции над случайными событиями. Невозможное и достоверное события. Операции пересечения, объединения, разность и симметрическая разность.

Различные подходы к определению вероятности случайных событий: классический, статистический. Выбор конкретного способа вычисления вероятности в зависимости от особенностей пространства элементарных событий.

Различные подходы к определению вероятности случайных событий: геометрический, аксиоматический. Выбор конкретного способа вычисления вероятности в зависимости от особенностей пространства элементарных событий.

Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условия применимости формул, упрощенные выражения в случае несовместных и независимых событий.

Формулы полной вероятности и Байеса. Понятие гипотез, условия применимости формул, понятие условной вероятности.

Одномерные случайные величины (дискретные и непрерывные): законы распределения вероятностей, основные числовые характеристики. Формулы законов распределения и для вычисления характеристик приводятся для обоих типов случайных величин.

Наиболее важные для практики классы случайных величин: биномиальное, геометрическое, Пуассоновское, равномерное, показательное, нормальное распределения. Законы распределения и основные числовые характеристики для распределений.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Вероятностные модели ДО" (<https://e-earning.unn.ru/course/view.php?id=248>).

### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

(каждая задача оценивается максимально в 1 балл)

Решена полностью	1
Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами	0,5
Решение неверное, решение отсутствует	0

## **Контрольная 1**

### **ВАРИАНТ 1**

1. Проводится числовая тиражная лотерея «Спортлото 5 из 36». Найти вероятность угадать хотя бы 1 номер, 2) ровно 3 номера. 1)
2. В партии из 12 деталей 4 бракованных. Из партии наудачу отбираются 5 деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 3 бракованных.
3. У неграмотного ребенка 10 карточек с буквами: на трех – «А», на двух – «М», на двух – «Т» и по одной с буквами «Е», «И», «К». Найти вероятность того, что он сложит слово «МАТЕМАТИКА».
4. В интервале времени  $[0, T]$  в случайный момент  $U$  появляется сигнал длительности  $t$ . Приемник включается в случайный момент  $V \in [0, T]$  на время  $t$ . Найти вероятность обнаружения сигнала.
5. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата  $a$  наудачу бросают монету радиуса  $r$  ( $2r < a$ ). Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной стороны квадрата.

## **Контрольная работа 2**

### **ВАРИАНТ 1**

1. Студент знает 25 вопросов из 35. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Для успешной сдачи экзамена студент должен ответить, по крайней мере, на 2 вопроса билета. Найти вероятность того, что экзамен будет сдан, при условии, что студент не знает ответ на первый вопрос.
2. Из букв «а», «б», «в», «г», «д», «е» по схеме выбора с возвращением составляют слово из 5-ти букв. Найти вероятность событий  $A = \{\text{в слово не войдут «б» или «в»}\}$ ,  $B = \{\text{в слово войдет хотя бы одна буква «г»}\}$ . Проверить, являются ли события  $A$  и  $B$  независимыми.
3. Для сигнализации об аварии установлены 3 независимо работающих датчика. Вероятность того, что при аварии датчик сработает, равна 0,85 для первого датчика, 0,8 – для второго и 0,9 – для третьего датчиков. Найти вероятность того, что при аварии сработает не менее двух датчиков.
4. В упаковке 10 микросхем. Среди них с одинаковой вероятностью может оказаться 0, 1, 2 или 3 бракованных. Из упаковки взяли 2 микросхемы, они обе оказались исправные. Найти вероятность того, что в упаковке 1 бракованная микросхема.
5. Радиолокационная станция ведет наблюдение за объектом, который может применять или не применять помехи. Если объект не применяет помехи, то за один цикл обзора станция обнаруживает его с вероятностью  $p_0$ , если применяет, то с вероятностью  $p_1 < p_0$ . Вероятность того, что во время одного цикла будут применены помехи, равна  $p$ . Найти вероятность того, что объект будет обнаружен ровно один раз за  $n$  циклов.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	суммарное количество баллов более 5
отлично	суммарное количество баллов 5
очень хорошо	суммарное количество баллов от 4,5 до 5

Оценка	Критерии оценивания
хорошо	суммарное количество баллов от 3,5 до 4
удовлетворительно	суммарное количество баллов от 2,5 до 3
неудовлетворительно	суммарное количество баллов от 1,5 до 2
плохо	суммарное количество баллов не более 1

**5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

Тип – одиночный выбор.

Наудачу выбирается группа из 100 человек. При этом мы интересуемся только числом курящих людей. Элементарное событие  $\{\omega_i\}$  означает, что в отобранной группе будет ровно

$i = 0, 1, \dots, 100$  курящих людей. Для этого эксперимента определить множество  $\Omega$ .

- $\Omega = \{\omega_0, \omega_{100}\}$
- $\Omega = \{0, \{\omega_1\}, \dots, \{\omega_{100}\}\}$
- $\Omega = \{0, 1, \dots, 100\}$
- $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{100}\} (+)$ .

Тип – множественный выбор.

Указать справедливые соотношения для событий  $A, \bar{A} \cap B, \overline{A \cup B}$ .

- $A \cap (\bar{A} \cap B) = \emptyset (+)$
- $A \cap \overline{A \cup B} = \emptyset$
- $A \cap \overline{A \cup B} = \emptyset (+)$
- $(\bar{A} \cap B) \cap \overline{A \cup B} \neq \emptyset$
- $A \cup (\bar{A} \cap B) \cup \overline{A \cup B} = \Omega (+)$
- $B \cup \overline{B \cap A} = \Omega \quad \bar{B} \cup (\bar{B} \cap A) = \Omega$

Тип – ввод значения.

В партии из  $r$  изделий имеется  $q$  бракованных. Из партии наугад выбирается  $d$  изделий. Вычислить вероятность  $P(A(r, q, d, l))$  того, что среди  $d$  изделий имеется ровно  $l$  бракованных при  $r = 5, q = 3, d = 3, l = 2$  и при  $r = 6, q = 4, d = 4, l = 3$ .

Примечание: ответ следует вводить в виде несократимой дроби п/м.

Ответ1  $P(A(5, 3, 3, 2)) = 3/5$

Ответ2  $P(A(6, 4, 4, 3)) = 8/15$

### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	96 - 100 Баллы, %
отлично	91 - 95 Баллы, %
очень хорошо	80 - 90 Баллы, %
хорошо	65 - 79 Баллы, %
удовлетворительно	50 - 64 Баллы, %
неудовлетворительно	31 - 49 Баллы, %

Оценка	Критерии оценивания
плохо	0 - 30 Баллы, %

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач



	ответа		и недочетами	недочетами		недочетов	
--	--------	--	-----------------	------------	--	-----------	--

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если есть одна цифра, которая повторяется в числе ровно два раза, а все другие цифры разные?
2. Сколькими различными способами можно разложить в  $n$  различных ящиков  $g$  белых и  $s$  чёрных шариков, если в каждом ящике может находиться любое количество шариков, некоторые ящики могут оставаться пустыми?
3. В комнате общежития пять студентов. Каким числом способов можно выбрать троих на дежурство, если они направляются: а) в один и тот же пункт; б) в три разных пункта?
4. Сколькими способами можно переставить буквы слова «БИОЛОГИЯ» так, чтобы второе, третье, пятое и седьмое места всегда были заняты гласными буквами?
5. Тестирование для получения двух грантов одинаково успешно прошли 7 студентов ННГУ, в том числе 2 студента Института биологии и биомедицины. Жюри наудачу выбирает двух студентов. Найти вероятность того, что один (хотя бы один) из обладателей грантов окажется студентом Института биологии и биомедицины.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Верное решение задачи
не зачтено	Ошибки в решении задачи или отсутствие решения

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Случайный эксперимент. Пространство элементарных исходов.
2. Случайные события и операции над ними.
3. Алгебры и -алгебры. Измеримые пространства.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрическое определение вероятности.
6. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
7. Условные вероятности и их свойства.
8. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
9. Независимые случайные события.
10. Формула полной вероятности и формула Байеса.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Полный ответ на контрольный вопрос
не зачтено	Неполный ответ на контрольный вопрос или отсутствие ответа

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
2. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
3. Пройдакова Е. В. Практикум по теории вероятностей. Часть 1 : Практикум. Ч. 1 : Практикум по теории вероятностей. Часть 1 / Пройдакова Е. В., Федоткин М. А., Зорин В. А. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2015. - 59 с. - Рекомендовано методической комиссией факультета ВМК для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 010400 «Прикладная математика и информатика» и 010300 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. -

Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика.,

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730224&idb=0>.

4. Пройдакова Е. В. Практикум по теории вероятностей. Часть 2 : Практикум. Ч. 2 : Практикум по теории вероятностей. Часть 2 / Пройдакова Е. В., Федоткин М. А., Зорин В. А. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2015. - 45 с. - Рекомендовано методической комиссией факультета ВМК для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 010400 «Прикладная математика и информатика» и 010300 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика.,  
<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730225&idb=0>.

#### Дополнительная литература:

1. Бородина Т. С. Задания для самоконтроля по теме «Одномерные случайные величины» : учебно-методическое пособие / Бородина Т. С., Пройдакова Е. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2020. - 66 с. - Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 09.03.04 «Программная инженерия», 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 09.03.03 «Прикладная информатика» и 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика.,  
<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=783301&idb=0>.
2. Гмурман Владимир Ефимович. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : [для вузов]. - 2-е изд., доп. - М. : Высшая школа, 1975. - 333 с. : с черт. - 0.53., 14 экз.
3. Гмурман Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов. - 6-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 1997. - 479 с. : ил. - ISBN 5-06-003464-X : 48.00., 20 экз.

#### Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ <http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

#### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 30.05.02 - Медицинская биофизика.

Автор(ы): Пройдакова Екатерина Вадимовна, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 05.12.2023г., протокол № 2.