

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«14» декабря 2021 г. № 4

**Рабочая программа дисциплины**

*Теория дискретных функций*

---

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

---

Направление подготовки / специальность

*02.03.01 Математика и компьютерные науки*

---

Направленность образовательной программы  
*Общий профиль*

---

Форма обучения  
*Очная*

---

Нижний Новгород  
2022 год

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Курс «Теория дискретных функций» (Б1.О.11) относится к обязательной части ООП бакалавриата по направлению подготовки «Математика». Преподается во 2 семестре первого года обучения.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.11, «Теория дискретных функций», относится к обязательной части ООП направления подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции	
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>УК-1.1.</b> Знать методы поиска, критического анализа и синтеза информации, основы системного подхода для решения поставленных задач.	Знает: базовые типы булевых функций, функций k-значной логики, основные замкнутые классы булевых функций, функций k-значной логики, критерии полноты системы булевых функций и функций k-значной логики. уметь: устанавливать полноту системы булевых функций, функций k-значной логики.
	<b>УК-1.2.</b> Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знает: основные понятия и важнейшие факты из теории дискретных функций. умеет: представлять булевы функции, функции k-значной логики в различных формах (ДНФ, КНФ, АНФ), переходить от одной формы представления к другой. владеет: основными методами эквивалентных преобразований формул булевых функций, функций k-значной логики.
	<b>УК-1.3.</b> Владеть основами критического анализа и синтеза информации, системного подхода для	Знает: базовые типы булевых функций, функций k-значной логики, основные замкнутые классы булевых функций, функций k-значной логики, критерии полноты системы булевых

	<i>решения поставленных задач.</i>	функций и функций k-значной логики. уметь: устанавливать полноту системы булевых функций, функций k-значной логики.
<i>ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</i>	<i>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</i>	Знает: основные понятия и важнейшие факты из теории дискретных функций. умеет: представлять булевы функции, функции k-значной логики в различных формах (ДНФ, КНФ, АНФ), переходить от одной формы представления к другой. владеет: основными методами эквивалентных преобразований формул булевых функций, функций k-значной логики.
	<i>ОПК-1.2. Умеет решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук</i>	Знает: базовые типы булевых функций, функций k-значной логики, основные замкнутые классы булевых функций, функций k-значной логики, критерии полноты системы булевых функций и функций k-значной логики. уметь: устанавливать полноту системы булевых функций, функций k-значной логики.
	<i>ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности</i>	Знает: основные понятия и важнейшие факты из теории дискретных функций. умеет: представлять булевы функции, функции k-значной логики в различных формах (ДНФ, КНФ, АНФ), переходить от одной формы представления к другой. владеет: основными методами эквивалентных преобразований формул булевых функций, функций k-значной логики.

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>

<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа)</b>	<b>65</b>
занятия лекционного типа	32
занятия семинарского типа	32
<b>самостоятельная работа</b>	<b>7</b>
<b>КСРИФ</b>	<b>1</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	<b>Зачет 2 сем.</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Функции алгебры логики	9	4	4		8	1
2. Нормальные формы	7	3	3		6	1
3. Замкнутые классы	7	3	3		6	1
4. Теорема о функциональной полноте	7	3	3		6	1
5. Результаты Поста	6	3	3		6	
6. Функции $k$ -значной логики	9	4	4		8	1
7. Теорема о полноте в $k$ -значной логике	7	3	3		6	1
8. Теорема Яблонского	7	3	3		6	1
9. Представление функций полиномами	8	4	4		8	
10. Теорема Кузнецова	4	2	2		4	
Текущий контроль (КСРИФ)	1				1	
Промежуточная аттестация — зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>65</b>	<b>7</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов и контрольных работ на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

### 3.3. Содержание разделов дисциплины

1. Функции алгебры логики. Задание функций таблицами. Существенные и фиктивные переменные. Элементарные функции. Формулы. Представление функций формулами. Тождества.
2. Теорема о разложении функции по переменным. Нормальные формы. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами.
3. Операция суперпозиции. Замыкание множества функций. Замкнутые классы. Полные системы функций. Достаточное условие полноты. Примеры полных систем.
4. Линейные функции. Лемма о нелинейной функции. Функции, сохраняющие константы. Самодвойственные функции и их свойства. Принцип двойственности.

- Лемма о несамодвойственной функции. Монотонные функции и их свойства. Лемма о немонотонной функции. Теорема о функциональной полноте .
- Предполные классы и базисы в  $P_2$ . Формулировки теорем Поста о конечной порожденности замкнутых классов булевых функций и мощности семейства замкнутых классов булевых функций.
  - Функции  $k$ -значной логики. Формулы и реализация функций формулами. Элементарные функции. Полные системы. Примеры полных систем.
  - Замкнутые классы. Предполные классы. Классы сохранения множеств функций в  $P_k$ . Алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в  $P_k$ . Теорема о полноте.
  - Существенные функции. Лемма о трех наборах. Лемма о существенной функции. Теорема Яблонского. Теорема Слупецкого.
  - Функции Шеффера. Критерий шефферовости функций. Особенности множества функций  $k$ -значной логики,  $k \geq 3$ . Представление функций из  $P_k$  полиномами; единственность представления для случая простых  $k$ . Пример замкнутого класса в  $P_3$ , не имеющего базиса. Пример замкнутого класса в  $P_3$ , имеющего счетный базис.
  - Мощность семейства замкнутых классов в  $P_k$ . Классы сохранения множеств функций. Теорема Кузнецова о функциональной полноте.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа включает выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением, изучение литературы и проработку теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента находится в разделе 6.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

сти [ )  )	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	п
	Не зачтено		Зачтено				
	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Урове объем превы прогр подг
	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Прод все о реше задач все з объем
	Отсутствие	При решении	Имеется	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Прод

владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	творческие решения нестандартных задач
---	--	--	--	--	--	--

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

1. Функции алгебры логики. Задание функций таблицами. Элементарные функции и их свойства. Существенные и несущественные переменные. Операции введения и удаления несущественных переменных. Равенство функций.
2. Операция суперпозиции. Формулы. Представление функций формулами.
3. Замыкание множества функций. Замкнутые классы.
4. Эквивалентность формул. Примеры эквивалентных формул.
5. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.
6. Полные системы функций. Достаточное условие полноты. Примеры полных систем.
7. Полиномы Жегалкина. Представление булевых функций полиномами. Линейные функции и их свойства. Лемма о нелинейной функции.
8. Самодвойственные функции и их свойства. Принцип двойственности. Лемма о несамодвойственной функции...
9. Монотонные функции и их свойства. Лемма о немонотонной функции.
10. Достаточное условие функциональной полноты системы булевых функций в  $P_2$ .

11. Предполные классы. Свойства предполных классов в  $P_2$ . Критерий полноты системы булевых функций в  $P_2$ . Формулировки теорем Поста о конечной порожденности замкнутых классов булевых функций и мощности семейства замкнутых классов булевых функций.
12. Функции  $k$ -значной логики. Формулы и реализация функций формулами. Элементарные функции и их свойства.
13. Полные системы. Примеры полных систем.
14. Замкнутые классы. Предполные классы. Классы сохранения множеств функций в  $P_k$  и их свойства. Алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в  $P_k$ .
15. Критерий полноты системы функций  $k$ -значной логики.
16. Существенные функции. Лемма о трех наборах.
17. Лемма о существенной функции.
18. Теорема Яблонского. Теорема Слупецкого.
19. Функции Шеффера. Критерий шефферовости функций. Пример замкнутого класса в  $P_3$ , не имеющего базиса.
20. Особенности множества функций  $k$ -значной логики,  $k \geq 3$ . Пример замкнутого класса в  $P_3$ , не имеющего базиса. Пример замкнутого класса в  $P_3$ , имеющего счетный базис
21. Представление функций из  $P_k$  полиномами; единственность представления для случая простых  $k$ .
22. Мощность семейства замкнутых классов в  $P_k$ . Теорема Кузнецова о функциональной полноте.

### 5.2.2. Типовые примеры заданий для контрольных работ для оценки компетенций УК-1, ОПК-1

1. Докажите тождество  $x_1 \vee (x_2 \leftrightarrow x_3) = (x_1 \vee x_2) \leftrightarrow (x_1 \vee x_3)$ .
2. Найдите и удалите фиктивные переменные у функции, заданной вектором значений  $f = 1110011011100110$ . Для функции, полученной после удаления фиктивных переменных, постройте СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина.
3. Выясните, полна ли система функций  $\{\overline{x_1 x_2 x_3}, x_1 \leftrightarrow x_2\}$ .
4. Сколько функций от переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  содержит множество  $L \cup (S \cap T_0)$ ?
5. Представить функцию  $x^2 \div x$  из  $P_5$  полиномом по модулю 5

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Теория дискретных функций»

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=1911>

созданные в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. — М.: Высшая школа, 2002. — 384 с. (42 экз.)
2. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике. — Н. Новгород: ННГУ, 2012. Рег. № 487.12.08.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/alekseev.pdf)
3. Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Функции алгебры логики в примерах и задачах. — Н. Новгород: ННГУ, 2017. Рег. № 1434.17.14.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Alg\\_log.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Alg_log.pdf)

### б) Дополнительная литература

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. — М.: Наука, 1977. — 368 с. (150 экз.)



2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. — СПб. ; М. ; Краснодар: Лань, 2009. — 400 с. (11 экз.)
3. Гашков С.Б., Фролов А.Б. Дискретная математика: учебник и практикум для академического бакалавриата. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2017. — 448 с.  
<https://biblio-online.ru/book/D7F91C17-137D-4B22-8B74-EA7E8114E31E>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (3++) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор Ph.D., ст. преп. Макаров Е.М.

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.