

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
президиумом Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат
(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
03.03.03 Радиофизика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Радиофизика и электроника
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Базовая. Блок 1.	Дисциплина <i>Б1.О.18 Теория вероятностей и математическая статистика</i> относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП по направлению подготовки 03.03.03 "Радиофизика" с профилем «Радиофизика и электроника». Дисциплина обязательна для освоения в 4 семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в	ОПК-1.1. Обладает фундаментальным и знаниями в области физики и радиофизики.	Знает основные понятия теории вероятностей и математической статистики. Умеет применять основной аппарат теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности. Имеет опыт практического применения основного аппарата теории вероятностей и математической статистики для решения задач по физике и радиофизике.	Теоретический вопрос на экзамене

том числе в сфере педагогической деятельности.	ОПК-1.2. Анализирует физические аспекты теории и возможности ее использования для решения научно-исследовательских задач.	<p>Знает методы доказательства основных утверждений теории вероятностей и математической статистики.</p> <p>Умеет применять основной аппарат теории вероятностей и математической статистики к анализу физических аспектов теории при решении научно-исследовательских задач.</p> <p>Владеет опытом анализа физических аспектов теории вероятностей и математической статистики и возможностей ее использования для решения научно-исследовательских задач.</p>	Теоретический вопрос на экзамене
	ОПК-1.3. Решает научно-исследовательские задачи, в том числе в сфере педагогической деятельности.	<p>Знает методы решения ключевых задач теории вероятностей и математической статистики.</p> <p>Умеет решать практические задачи в области физики и радиофизики с помощью прикладных аспектов теории вероятностей и математической статистики.</p> <p>Владеет навыками применения аппарата теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.</p>	Контрольная работа, практическое задание на экзамене

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	50
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСРИФ)	2
самостоятельная работа	49
Промежуточная аттестация – экзамен.	45

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Консультации	Всего	
	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная
1. Основные понятия теории вероятностей		10	6	0	16	10
2. Теория случайных величин		14	9	0	23	15
3. Элементы математической статистики		8	0	0	8	10
Промежуточная аттестация (контрольная работа)		0	1	0	1	2
Итоговая аттестация (экзамен)		0	0	2	2	12
Итого	144	32	16	2	50	49

Практические занятия организуются, в том числе, в форме практической подготовки.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Алгебра событий. Вероятностное пространство. Классический и геометрический способы задания вероятностей.
2. Независимость. Условная вероятность.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема независимых испытаний.
4. Одномерные дискретные случайные величины. Контрольная работа по теме «Случайные события».
5. Одномерные непрерывные случайные величины. Локальная теорема Муавра и интегральная теорема Муавра-Лапласа.
6. Моментные характеристики случайных величин.
7. Случайный вектор.
8. Распределение функций от случайных величин.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие знаний, умений и навыков применения аппарата теории вероятностей и математической статистики для решения задач профессиональной деятельности.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме проведения контрольной работы и проверки выполнения домашних заданий.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» включает выполнение практических заданий под контролем преподавателя, а также подготовку к контрольной работе и экзамену.

Контрольные вопросы и практические задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми и ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Уровень подготовки

Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Вопросы по теории к экзамену по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вопрос	Код компетенции
1. Случайные события: элементарное событие, события и действия над ними, диаграмма Эйлера-Венна.	ОПК-1
2. Понятие вероятности и вероятностного пространства. Классическое определение вероятности. Парадокс Кардано. Задача де Мере.	ОПК-1
3. Основные правила комбинаторики. Сочетания и размещения (с повторениями и без повторений). Перестановки. Формула включений и исключений.	ОПК-1
4. Геометрическое определение вероятности. Задача Бюффона.	ОПК-1
5. Статистическое определение вероятности. Свойства вероятности события.	ОПК-1
6. Аксиоматическое определение вероятности.	ОПК-1
7. Условная вероятность. Вероятность произведения событий.	ОПК-1
8. Зависимые и независимые случайные события. Теорема сложения вероятностей (с доказательством).	ОПК-1
9. Формула полной вероятности (с доказательством).	ОПК-1
10. Теорема Байеса (с доказательством).	ОПК-1

11. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли. Полиномиальная формула.	ОПК-1
12. Теорема о наиболее вероятном числе успехов в схеме Бернулли (<i>с доказательством</i>).	ОПК-1
13. Асимптотическая формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Их области применения.	ОПК-1
14. Понятие случайной величины. Функция распределения одномерной случайной величины и ее свойства (<i>с доказательством</i>). Мода и медиана случайной величины.	ОПК-1
15. Одномерная дискретная случайная величина и ее закон распределения. Математические операции над дискретными случайными величинами: сумма, разность, произведение. Зависимые и независимые случайные величины.	ОПК-1
16. Одномерная непрерывная случайная величина и ее закон распределения. Свойства плотности распределения вероятностей.	ОПК-1
17. Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Свойства математического ожидания (<i>с доказательством</i>).	ОПК-1
18. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретных и непрерывных случайных величин. Моменты высших порядков. Свойства дисперсии (<i>с доказательством</i>).	ОПК-1
19. Биномиальное распределение: его матожидание и дисперсия (<i>с выводом</i>).	ОПК-1
20. Полиномиальное и геометрическое распределения. Матожидание и дисперсия геометрического распределения (<i>с выводом</i>).	ОПК-1
21. Распределение Пуассона: его матожидание и дисперсия (<i>с выводом</i>).	ОПК-1
22. Теорема о сумме двух независимых случайных величин, распределенных по закону Пуассона (<i>с доказательством</i>).	ОПК-1
23. Равномерное распределение: его матожидание и дисперсия (<i>с выводом</i>).	ОПК-1
24. Показательное (экспоненциальное) распределение: его матожидание и дисперсия (<i>с выводом</i>).	ОПК-1
25. Нормальное распределение: его матожидание, дисперсия, скошенность, островершинность. Понятие стандартного нормального распределения. Функция Лапласа. Интеграл Лапласа. Правило “трех сигм”.	ОПК-1
26. Зависимые и независимые случайные величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Утверждения о зависимости и коррелированности.	ОПК-1
27. Теорема о свойствах ковариации (<i>с доказательством</i>). Свойства коэффициента корреляции.	ОПК-1
28. Двумерная дискретная случайная величина и ее закон распределения. Свойства функции распределения двумерного случайного вектора.	ОПК-1
29. Свойства плотности распределения вероятностей двумерного случайного вектора.	ОПК-1
30. Функции случайных величин: замена переменных, законы композиции.	ОПК-1
31. Матожидание и дисперсия функции случайных величин.	ОПК-1
32. Условные законы распределения. Регрессия.	ОПК-1
33. Двумерное нормальное распределение. Теорема о нормальной корреляции. Сумма независимых нормальных случайных величин с параметрами (0; 1).	ОПК-1
34. Неравенства Чебышева и неравенство Маркова, их смысл.	ОПК-1
35. Закон больших чисел: теорема Чебышева, теорема Бернулли.	ОПК-1
36. Центральная предельная теорема и ее смысл.	ОПК-1
37. Предмет математической статистики. Понятия генеральной и выборочной	ОПК-1

совокупности, статистического и вариационного ряда.	
38. Графическое изображение статистического распределения: полигон частот, гистограмма. Эмпирическая функция распределения.	ОПК-1
39. Числовые характеристики статистического распределения.	ОПК-1
40. Статистические оценки неизвестных параметров и их свойства.	ОПК-1
41. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии.	ОПК-1
42. Нахождение точечных оценок: метод моментов.	ОПК-1
43. Нахождение точечных оценок: метод максимального правдоподобия.	ОПК-1
44. Нахождение точечных оценок: метод наименьших квадратов.	ОПК-1
45. Понятие интервального оценивания параметров.	ОПК-1
46. Доверительный интервал для математического ожидания при известной дисперсии.	ОПК-1
47. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии.	ОПК-1
48. Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормального распределения.	ОПК-1

5.2.3. Типовые практические задания для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ОПК-1)

1. В урне лежат 3 белых и 7 красных шара. Какова вероятность, что два вынутых шара будут разного цвета?
2. Студент выучил первые 17 вопросов из 20 вопросов, заданные к зачёту. Вопрос для ответа на зачёте выбирается наудачу. Рассмотрим два события: $A = \{\text{выбран выученный вопрос}\}$, $B = \{\text{выбран вопрос из второй половины списка}\}$. Найти условную вероятность $P(A | B)$.
3. В первой урне 2 белых и 5 чёрных шаров, во второй – 3 белых и 2 чёрных. Из первой урны во вторую наудачу переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Какова вероятность, что шар чёрный?
4. В первой урне 2 белых и 5 чёрных шаров, а во второй – 3 белых и 2 чёрных. Из первой урны во вторую наудачу переложили 2 шара, после чего из второй урны наудачу достали один шар. Шар, взятый из второй урны, оказался белым. Какова вероятность того, что из первой урны переложили 2 чёрных шара?
5. Невеста обронила обручальное кольцо диаметром 2 см на клетчатую скатерть со стороной клетки 5 см. Какова вероятность того, что кольцо охватит вершину каких-нибудь четырёх клеток?
6. Два стрелка сделали по одному выстрелу в общую мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго 0,7. В мишени оказалась одна пробоина. Какова вероятность того, что попал первый стрелок?
7. В двух ящиках находится по 2 красных и 2 синих шара. Из 1-го ящика во 2-й перекладывают 1 шар. Потом из 2-го вынимают 2 шара. Затем система шаров возвращается в исходное состояние. Далее указанная процедура повторяется. Найти вероятность того, что из 2-го ящика будут вынуты 1 красный и 1 синий шар (событие A) с 3-ей попытки. Чему равно ожидаемое (среднее) число попыток для реализации события A ?

8. Случайная величина принимает равновероятные значения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Найти её математическое ожидание и дисперсию.
9. Из партии в 10 изделий, среди которых 1 бракованное, выбраны 3 изделия. Построить ряд и функцию распределения числа бракованных изделий в этой выборке.
10. Сколько раз нужно бросить монету, чтоб выпадение хотя бы одного герба произошло с вероятностью не менее 0,8?
11. АТС получает в среднем за час 480 вызовов. Определить вероятность того, что она получит а) за 1 минуту ровно 3 вызова; б) за 30 секунд от 2 до 4 вызовов.
12. Вероятность опоздания на работу равна 0.2. Найти вероятность того, что за 400 дней было а) ровно 80 опозданий; б) от 70 до 100 опозданий.
13. Случайные величины X и Y независимы и имеют указанное распределение. Для случайных величин $Z=X+Y$ и $W=X-Y$:

X	1	2
$P(x)$	1/3	2/3

Y	1	2
$P(y)$	1/3	2/3

- а) построить таблицу совместного распределения случайных величин Z и W ;
 б) Найти ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин Z и W .
14. Точку A бросают внутрь круга радиуса R . Найти плотность вероятности и математическое ожидание случайной величины ξ , равной расстоянию от точки A до центра круга, считая равновозможным попадание точки в любое место круга.
15. Случайный вектор (ξ, η) имеет плотность распределения $f_{\xi\eta}(x, y) = \frac{1}{\pi} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$.
- Определить вероятность следующих событий:
- а) $\eta < \xi$; б) $|\eta| < \xi$; в) $\eta < |\xi|$.
16. Дана двумерная функция распределения $F_{\xi, \eta}(x, y) = \sin x \sin y$, где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ и $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.
 Найти вероятность попадания случайной точки (ξ, η) в прямоугольник, ограниченный прямыми $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{3}$, $y = \frac{\pi}{6}$, $y = \frac{\pi}{2}$.
17. Случайная величина ξ имеет функцию распределения $F_{\xi}(x)$. Найти функцию распределения случайной величины $\eta = |\xi|$.
18. Случайная точка (ξ, η) распределена равномерно в единичном круге с центром в начале координат. Найти плотность вероятности случайной величины $\varsigma = \frac{\eta}{\xi}$.
19. Случайный вектор (ξ, η) равномерно распределён внутри круга радиуса R с центром в начале координат. Найти плотность вероятности случайной величины ξ .
20. Случайный вектор (ξ, η) имеет нормальное распределение с параметрами $(0, 0, \sigma^2, \sigma^2, 0)$. Найти закон распределения полярных координат (ρ, φ) вектора (ξ, η) .

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Зубков А. М., Севастьянов Б. А. - Сборник задач по теории вероятностей. - М.: Наука, 1989. - 317, [2] с. (587 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=62148>)
2. Гнеденко Б. В. - Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1988. - 466, [1] с. (694 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=63465>)

б) дополнительная литература:

1. Шильман С. В., Конышева В. М. - Курс теории вероятностей: учеб. пособие. - Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 1998. - 154, [1] с. (132 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=32949>)
2. Боровков А. А. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1986. - 431 с. (89 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=63461>)
3. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. - М.: Наука, 1982. - 255 с. (70 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=480552>)
4. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Юрайт, 2011. - 404 с. (35 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=435799>)
5. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982. - 255 с. (14 экз. Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=61698>)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ

<http://www.unn.ru/books/resources>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для обучения студентов имеются аудитории, оснащенная партами, учебной доской, мобильное место преподавателя (проектор, ноутбук, экран, ПО для презентаций, презентации лекций), а также учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде и базе электронных изданий университета.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 03.03.03 Радиофизика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 7 августа 2020 г. N 912.

Автор _____ Павлов И.С.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от «9» декабря 2021 года, протокол № 07/21