

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

УТВЕРЖДЕНО решением Ученого совета ННГУ
протокол от «31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
03.03.02 – Физика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная физика

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06.04 «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части ООП направления подготовки 03.03.02 Физика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	К-1.1: Знать основные положения теории дифференциальных уравнений, как-то: теоремы существования и единственности решения Задачи Коши, теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных условий и параметров, теорию линейных систем, методы исследования состояний равновесия нелинейных систем дифференциальных уравнений. уметь пользоваться теоретическими знаниями в процессе решения конкретных дифференциальных уравнений и их систем, рисовать фазовые портреты автономных систем второго порядка. Владеть навыками решения и исследования дифференциальных уравнений как-то: некоторых классов нелинейных уравнений первого и высших порядков, линейных уравнений произвольного порядка и систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.	Задачи	Задачи Собеседование

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	Очная
Общая трудоемкость	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	48
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	2
самостоятельная работа	46
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе					Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего		
	очная	очная	очная	очная	очная	Очная	
Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	22	8	8	0	16	6	
Дифференциальные уравнения высших порядков	24	8	8	0	16	8	
Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка	24	8	8	0	16	8	
Системы n линейных дифференциальных уравнений	24	8	8	0	16	8	
Нелинейные системы дифференциальных уравнений	24	8	8	0	16	8	
Автономные системы двух дифференциальных уравнений. Введение в теорию устойчивости	24	8	8	0	16	8	

Аттестация	36					
КСР	2				2	
Итого	180	48	48	0	98	46

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для самостоятельной работы обучающимся предлагается использовать основную и дополнительную литературу и/или электронные Интернет-ресурсы.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задание 1.

Нарисуйте графики двух функций $y = x^2$ и $y = \frac{3}{4}x^2 - x - 1$ на одном рисунке. Являются ли эти функции решениями дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = 2x + \sqrt{x^2 - y}$?

Задание 2.

Найти все функции $y = y(x)$, удовлетворяющие дифференциальному уравнению $2xy' = 2x^3 + y^2$. Найти и нарисовать интегральные кривые, проходящие через точки а) $(0;1)$ б) $(\sqrt{2};0)$ в) $(-1;-1)$.

Задание 3.

Существуют ли у дифференциального уравнения $(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0$ решения, ограниченные при $x \rightarrow +\infty$, неограниченные? Укажите их.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка		Критерии оценивания
	Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
	Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и

Оценка		Критерии оценивания
Зачтено		недочетов.
	Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
	Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
	Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Не зачтено	Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
	Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

5.3.2 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задание 1.

Нарисуйте графики двух функций $y = x^2$ и $y = \frac{3}{4}x^2 - x - 1$ на одном рисунке. Являются ли эти функции решениями дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = 2x + \sqrt{x^2 - y}$?

Задание 2.

Найти все функции $y = y(x)$, удовлетворяющие дифференциальному уравнению $2xyy' = 2x^3 + y^2$. Найти и нарисовать интегральные кривые, проходящие через точки а) $(0;1)$ б) $(\sqrt{2};0)$ в) $(-1;-1)$.

Задание 3.

Существуют ли у дифференциального уравнения $(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0$ решения, ограниченные при $x \rightarrow +\infty$, неограниченные? Укажите их.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Оценка	Критерии оценивания
Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

- 1) Дифференциальное уравнение первого порядка на плоскости. Постановка задачи. Геометрический смысл решения задачи Коши. Продолжаемость решений.
- 2) Системы дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Постановки задачи. Сведение уравнения высшего порядка к системе.
- 3) Типы уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах.

- 4) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на плоскости.
- 5) Продолжение решений вплоть до границы.
- 6) Зависимость решений задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения от параметров и начальных условий.
- 7) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка.
- 8) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения n -ого порядка на плоскости.
- 9) Интегральная формула Коши.
- 10) Типы уравнений высших порядков, разрешимых в квадратурах. Случаи понижения порядка.
- 11) Теорема существования решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения.
- 12) Структура общего решения линейного дифференциального уравнения. Связь с вронскианами. Формула Остроградского - Лиувилля.
- 13) Линейная зависимость и независимость функций. Вронскианы. Линейная независимость некоторых конкретных систем функций.
- 14) Фундаментальная система решений для однородного линейного дифференциального уравнения.
- 15) Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для неоднородного линейного дифференциального уравнения.
- 16) Теорема существования решения задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.
- 17) Фундаментальная матрица для системы линейных дифференциальных уравнений. Формула Остроградского – Лиувилля - Якоби. Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
- 18) Понижение порядка системы линейных дифференциальных уравнений.
- 19) Структура общего решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- 20) Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами с квазиполиномами в качестве свободных членов.
- 21) Неоднородные системы с постоянными коэффициентами и квазиполиномиальными свободными членами.
- 22) Фазовое пространство, фазовая траектория, фазовый портрет динамической системы. Строение фазовой траектории.
- 23) Производная в силу системы. Первые интегралы. Теорема о существовании независимых первых интегралов.
- 24) Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Четаева.
- 25) Устойчивость положения равновесия линейной системы.
- 26) Устойчивость по линейному приближению. Теоремы Ляпунова и Четаева.
- 27) Устойчивость положения равновесия автономной системы.
- 28) Фазовый портрет автономной системы в окрестности состояния равновесия.
- 29) Линейная классификация состояний равновесия двумерной динамической системы.
- 30) Существование и единственность решения задачи Коши для линейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка.

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
Превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
Очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
Хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
Удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
Неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
Плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Демидович Б.П. и др. Дифференциальные уравнения. СПб.: «Лань», 2008. 288 с.
Режим доступа: ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com/book/126>
2. Тихонов А.Н. и др. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2002. 256 с.
Режим доступа: ЭБС «Консультант студента»
<http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102773.html>
3. Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. М.: «Высшая школа», 1989. 382 с. – 30 экз.
4. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М.: «Наука», 1987. 157 с. – 28 экз.
5. Баутин Н.Н. и др. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: «Наука», 1976. 496 с. – 30 экз.
6. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 240 с. – 30 экз.

б) дополнительная литература:

1. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Н.Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета им. Н.И.Лобачевского, 2007, перевод с английского И.С.Емельяновой. 421 с. – 30 экз.
2. Андронов А.А. и др. Теория колебаний, М.: «Наука», 1981. 568 с. – 30 экз.
3. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982. 331 с. – 30 экз.
4. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Издательство Московского университета, 1984. 295 с. – 30 экз.
5. Камке Э. - Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976. - 576 с. - 26 экз.
6. Краснов М.Л. и др. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: «Высшая школа», 1978. 287 с. – 30 экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

- 1) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>
- 2) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека “Единое окно”
http://window.edu.ru/catalog/resources?p_rubr=2.2.74.12.49

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории. Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети

Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Костромина Ольга Сергеевна

Заведующий кафедрой: Господчиков Егор Дмитриевич, кандидат физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 30.06.2022 г., протокол № 3.