

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

**Рабочая программа дисциплины**

*Дискретная математика*

---

Уровень высшего образования  
*бакалавриат*

---

Направление подготовки / специальность

*01.03.01 Математика*

---

Направленность образовательной программы  
*Общий профиль*

---

Форма обучения  
*Очная*

---

Нижегород  
2022 год

## 1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.О.10 «Дискретная математика» относится к обязательной части ООП бакалавриата по направлению подготовки «Математика». Преподаётся в первом и седьмом семестрах.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.10, «Дискретная математика», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знать методы поиска, критического анализа и синтеза информации, основы системного подхода для решения поставленных задач.	Знать основные понятия и важнейшие факты из комбинаторики, теории графов, пропозициональной логики и предикатной логики.	Собеседование, тесты
	УК-1.2. Уметь осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	Уметь выполнять преобразования между различными формами представления дискретных объектов.	Задачи, тесты
	УК-1.3. Владеть основами критического анализа и синтеза информации, системного подхода для решения поставленных задач.	Владеть навыками построения доказательств и проверки корректности рассуждений.	Задачи
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в	ОПК-1.1. Знать методы решения задач из области математических и естественных наук	Знать тождества алгебры множеств, способы подсчёта количества комбинаторных объектов, свойства различных типов графов. Знать синтаксис и семантику логики первого порядка, теоремы о корректности и полноте, теоремы о разрешимости	Собеседование, тесты

профессионально й деятельности		отдельных теорий и неразрешимости логики первого порядка, определение и факты о машине Тьюринга.	
	ОПК-1.2. Уметь применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Уметь решать типовые комбинаторные задачи, простейшие задачи теории множеств и анализа графов. Уметь выражать отношения формулами первого порядка, определять общезначимость формул, приводить формулы к каноническим видам, строить формальные выводы формул.	контрольные работы, задачи, тесты
	ОПК-1.3. Иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности в области математических и естественных наук.	Владеть навыками перевода утверждений с естественного языка на язык формальной логики. Владеть навыками доказательства общезначимости и логического следования формул. Владеть методом элиминации кванторов для определения истинности формул.	контрольные работы, задачи

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСРИФ)	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>58</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36 (экзамен)</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Множества	18	2	4		6	12
Тема 2. Отношения	20	4	4		8	12
Тема 3. Комбинаторика	24	4	8		12	12
Тема 4. Графы	22	3	7		10	12
Тема 5. Алгебра логики	22	3	9		12	10
Текущий контроль (КСРИФ)	2					
Промежуточная аттестация — экзамен	36					
Итого	144	16	32		48	58

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа включает выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением, изучение литературы и проработку теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Алексеев В.Е. Дискретная математика: учебное пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017. [http://www.unn.ru/books/met\\_files/Alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Alekseev.pdf)
2. Верещагин Н.К., Шень А. Языки и исчисления. Москва, Изд. МЦНМО, 2012. [www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part2-2.pdf](http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part2-2.pdf)
3. Гордон Е.И. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1: Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2009. Рег. №10.98.06. <http://www.unn.ru/books/resources.html>
4. Малышев Д.С., Мокеев Д.Б. Элементы неклассических логик и моделей вычислений: Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 33 с. [www.unn.ru/books/met\\_files/NL.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/NL.pdf)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций					
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично
	Не зачтено		Зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1. Вопросы к экзамену

1. Операции над множествами. Основные законы алгебры множеств. Прямое произведение множеств. Число подмножеств конечного множества. (УК-1)
2. Бинарное отношение, его граф. Основные свойства отношений. Отношение эквивалентности. Теорема о факторизации. (УК-1)
3. Отношение порядка. Линейный и частичный порядки. Диаграмма Хассе. (УК-1)
4. Функции. Область определения и область значения функции. Инъекции, сюръекции, биекции. (УК-1)
5. Правила равенства, суммы и произведения. Перестановки. Размещения и сочетания без повторов, их количество. (УК-1)
6. Размещения и сочетания с повторениями, их количество. (ОПК-1)
7. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. (ОПК-1)
8. Число упорядоченных разбиений конечного множества с заданными размерами частей. Полиномиальная теорема. (ОПК-1)
9. Формула включений-исключений. (ОПК-1)
10. Однородные и неоднородные линейные рекуррентные уравнения первого порядка. (ОПК-1)
11. Однородные линейные рекуррентные уравнения второго порядка. Формула Бине. (ОПК-1)
12. Понятие графа и подграфа. Смежность, инцидентность, степень вершины. Лемма о рукопожатиях. Способы задания графов. (УК-1)
13. Число графов. Изоморфизм. Инварианты. (ОПК-1)
14. Пути и циклы в графах. Связность и компоненты. Теорема о существовании цикла. (ОПК-1)
15. Расстояния в графах. Метрические характеристики графов. Теорема о диаметре и радиусе. (ОПК-1)
16. Эйлеровы циклы. (ОПК-1)
17. Деревья, их свойства. Теорема о центре дерева. (ОПК-1)
18. Двудольные графы. Теорема Кёнига. (ОПК-1)

19. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности. (ОПК-1)
20. Логические операции. Основные тождества алгебры логики. (УК-1)
21. Нормальные формы. (ОПК-1)

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций УК-1, ОПК-1

1. Какие из следующих множеств имеют мощность 3?
  - а) .
  - б) .
  - в)  $\{\emptyset, a, b, c\}$ .
  - г)  $\{\{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, d\}\}$ .
2. Какими из следующих свойств обладает отношение  $x \neq y$  на множестве целых чисел?
  - а) Рефлексивность.
  - б) Симметричность.
  - в) Антисимметричность.
  - г) Транзитивность.
3. Сколько имеется слов длины 5 в алфавите  $\{a, b\}$ , в которых буква  $a$  встречается ровно 3 раза?
  - а) 5.
  - б) 10.
  - в) 15.
  - г) 20.
4. Какие из следующих утверждений верны?
  - а) Любой подграф дерева является деревом.
  - б) Любой подграф двудольного графа является двудольным графом.
  - в) Любой подграф планарного графа является планарным графом.

### 5.2.3. Задачи, выносимые на контрольные и экзамен для проверки компетенции ОПК-1

Контрольные проводятся по следующим темам:

1. «Теория множеств и комбинаторика»;
2. «Графы и нормальные формы».

Примеры задач

1. Даны множества  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$ ,  $C = \{4, 5, 6\}$ ,  $D = \{b, c, d\}$ . Найти  $|(A \times B) - (C \times D)|$ .
2. Найдите число отношений эквивалентности на множестве из 5 элементов, имеющих ровно 3 класса эквивалентности.
3. Выяснить, является ли равенство  $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$  тождеством.
4. Даны множество  $A$  и его подмножества  $B$  и  $C$ , причем  $|A - (B \cup C)| = 3$ ,  $|B \cap C| = 5$ ,  $|B - C| = 4$ ,  $|B \cup C| = 7$ . Сколько имеется таких подмножеств  $X \subseteq A$ , что  $|X \cap B| = 2$ ,  $|X \cap (B \cup C)| = 3$ ?
5. Найти число слов длины 9 в алфавите, в которые буква  $a$  входит 5 раз, а буква  $b$  1 раз.
6. Решить рекуррентное уравнение  $x_n = 2x_{n-1} + 3x_{n-2}$  с начальными значениями  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$ .
7. Вершинами графа являются сочетания из четырех элементов по два. Две вершины смежны, если соответствующие сочетания имеют общий элемент. Этот граф 1) двудольный? 2) планарный? 3) имеет эйлеров цикл?
8. Найти число подграфов графа  $K_{4,5}$ , изоморфных графу  $P_4$ .
9. Найдите число деревьев с 7 вершинами (с точностью до изоморфизма), имеющих диаметр 3.

10. Какое наименьшее количество ребер нужно добавить к графу  $K'_{2,3}$ , чтобы получился граф, имеющий эйлеров цикл?
11. В дереве имеется 40 вершин степени 4, все остальные вершины – листья. Сколько листьев в этом дереве?
12. Построить СДНФ и СКНФ для функции, заданной формулой  $(x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3)$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) Основная литература

1. Алексеев В.Е. Дискретная математика. Н. Новгород, ННГУ, 2017 г. Рег. № 1688.17.06.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/Alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Alekseev.pdf).
2. Алексеев В.Е., Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Сборник задач по дискретной математике. – Н. Новгород: ННГУ, 2012. Рег. № 487.12.08.  
[http://www.unn.ru/books/met\\_files/alekseev.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/alekseev.pdf)
3. Таланов В.А. Математическая логика и модели вычислений: учебное пособие. — Н. Новгород: ННГУ, 1994. — 115 с. 52 экз.

### б) Дополнительная литература

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. — М.: Наука, 1977. — 368 с. 150 экз.
2. Киселева Л.Г., Смирнова Т.Г. Функции алгебры логики в примерах и задачах. Н. Новгород: ННГУ, 2017.  
<http://www.unn.ru/books/resources.html> рег № 1434.17.14.
3. Жильцова Л.П., Смирнова Т.Г. Основы теории графов и теории кодирования в примерах и задачах. Н. Новгород: ННГУ, 2017.  
<http://www.unn.ru/books/resources.html> рег № 1437.17.06.
4. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: Наука, 1975. — 240 с. 58 экз.

### в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Дискретная математика 1 курс (математика, ФММ, ПМИ)»

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=4489>

«Дискретная математика 4 курс (математика)»

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=4492>

созданные в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

1. Верещагин Н.К., Шень А. Языки и исчисления. Москва, Изд. МЦНМО, 2012.  
[www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part2-2.pdf](http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part2-2.pdf)
2. Гордон Е.И. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1: Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2009. Рег. №10.98.06.  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Малышев Д.С., Мокеев Д.Б. Элементы неклассических логик и моделей вычислений: Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 33 с.  
[www.unn.ru/books/met\\_files/NL.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/NL.pdf)



## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ по направлению 01.03.01 «Математика».

Авторы: Ph.D., ст. преп. Макаров Е.М.

к.ф.-м.н., доц. Сорочан С.В.

Рецензент (ы)

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.