

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Векторный и тензорный анализ
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
03.03.03 Радиофизика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Радиофизика и электроника

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Базовая. Блок 1.	Дисциплина <i>Б1.О.16 Векторный и тензорный анализ</i> относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины (модули)» ООП по направлению подготовки 03.03.03 "Радиофизика" с профилем «Радиофизика и электроника». Дисциплина обязательна для освоения в 3 семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики, использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	ОПК-1.1. Обладает фундаментальным и знаниями в области физики и радиофизики.	Знает основные понятия векторного и тензорного анализа. Умеет применять основной аппарат векторного и тензорного анализа для решения задач профессиональной деятельности. Имеет опыт практического применения основного аппарата векторного и тензорного анализа для решения задач по физике и радиофизике.	Теоретический вопрос на экзамене

	ОПК-1.2. Анализирует физические аспекты теории и возможности ее использования для решения научно-исследовательских задач.	Знает методы доказательства основных утверждений векторного и тензорного анализа. Умеет применять основной аппарат векторного и тензорного анализа к анализу физических аспектов теории при решении научно-исследовательских задач. Владеет опытом анализа физических аспектов векторного и тензорного анализа и возможностей ее использования для решения научно-исследовательских задач.	Теоретический вопрос на экзамене
	ОПК-1.3. Решает научно-исследовательские задачи, в том числе в сфере педагогической деятельности.	Знает методы решения ключевых задач векторного и тензорного анализа. Умеет решать практические задачи в области физики и радиофизики с помощью прикладных аспектов векторного и тензорного анализа. Владеет навыками применения аппарата векторного и тензорного анализа для решения задач профессиональной деятельности.	Контрольная работа, практическое задание на экзамене

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	66
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- текущий контроль (КСРИФ)	2
самостоятельная работа	33
Промежуточная аттестация – экзамен.	45

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое	Всего	В том числе
------------------------	-------	-------------

содержание разделов и тем дисциплины	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Консультации	Всего	
		Очная	Очная	Очная	Очная	Очная
1. Векторные функции		2	0	0	2	2
2. Криволинейные интегралы		6	6	0	12	6
3. Поверхностные интегралы		6	8	0	14	8
4. Теория поля		8	12	0	20	10
5. Операции теории поля в ортогональных криволинейных координатах		4	2	0	6	4
6. Тензоры		2	2	0	4	1
7. Основы дифференциальной геометрии		4	2	0	6	2
Промежуточная аттестация (контрольная работа)		0	1	0	1	0
Итоговая аттестация (экзамен)		0	0	2	2	0
Итого	144	32	32	2	66	33

Практические занятия организуются, в том числе в форме практической подготовки.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Криволинейные интегралы 1-го типа.
2. Криволинейные интегралы 2-го типа.
3. Формула Грина.
4. Поверхностные интегралы 1-го рода.
5. Приложения поверхностного интеграла 1-го рода.
6. Поверхностные интегралы 2-го рода.
7. Вычисление объемов тел с помощью поверхностного интеграла 2-го рода.
8. Контрольная работа по теме «Криволинейные и поверхностные интегралы».
9. Основные понятия теории поля.
10. Действия с вектором «набла».
11. Применение «набла» для сложных операций второго порядка.
12. Формула Гаусса-Остроградского.
13. Формула Стокса.
14. Задачи теории поля.
15. Контрольная работа по теме «Теория поля».
16. Действия с тензорами.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие знаний, умений и навыков применения аппарата векторного и тензорного анализа для решения задач профессиональной деятельности.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме проведения контрольных работ и проверки выполнения домашних заданий.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Векторный и тензорный анализ» включает выполнение практических заданий под контролем преподавателя, а также подготовку к контрольным работам и экзамену.

Контрольные вопросы и практические задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме без недочетов.

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы творческий подход к решению нестандартных задач.
---------------	---	--	--	--	---	---	---

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Уровень подготовки	
Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Вопросы по теории к экзамену по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Вопрос	Код компетенции
1. Определение векторной функции скалярного аргумента. Предел векторной функции по Коши и по Гейне, его свойства. Непрерывность векторной функции.	ОПК-1
2. Производная векторной функции скалярного аргумента, ее геометрический смысл.	ОПК-1
3. Правила дифференцирования векторных функций скалярного аргумента. Интегрирование векторной функции.	ОПК-1
4. Определение векторной функции многих переменных. Предел и непрерывность. Понятие годографа.	ОПК-1
5. Дифференцируемость векторной функции многих переменных. Теорема о существовании частных производных у дифференцируемой функции.	ОПК-1
6. Формула Тейлора для векторной функции скалярного аргумента. Остаточный член в форме Лагранжа.	ОПК-1
7. Определение пространственной кривой, ее виды и способы задания.	ОПК-1
8. Понятие длины кривой. Теорема о вычислении длины пространственной кривой.	ОПК-1
9. Определение криволинейного интеграла 1-го рода, его свойства.	ОПК-1
10. Теорема о вычислении криволинейного интеграла 1-го рода.	ОПК-1
11. Определение криволинейного интеграла 2-го рода, его свойства.	ОПК-1
12. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.	ОПК-1
13. Отыскание функции по ее полному дифференциалу.	ОПК-1
14. Формула Грина.	ОПК-1
15. Определение поверхности, ее виды. Двусторонние и односторонние поверхности.	ОПК-1
16. Кривые на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к гладкой поверхности.	ОПК-1
17. Понятие площади поверхности. Теорема о вычислении площади поверхности.	ОПК-1
18. Определение поверхностного интеграла 1-го рода, его сведение к двойному интегралу. Физические приложения поверхностного интеграла 1-го рода.	ОПК-1
19. Определение поверхностного интеграла 2-го рода, его сведение к двойному интегралу.	ОПК-1
20. Представление поверхностного интеграла 2-го рода в декартовой системе координат.	ОПК-1
21. Формула Гаусса-Остроградского, ее применение к вычислению объемов тел.	ОПК-1
22. Формула Стокса.	ОПК-1
23. Определение скалярного поля, поверхностей и линий уровня. Типы скалярных полей. Производная по направлению.	ОПК-1
24. Градиент скалярного поля, его физический смысл. Связь с производной по направлению и поверхностью уровня.	ОПК-1

25.	Определение векторного поля, векторные линии и векторные трубки. Поток и вращение векторного поля. Физический смысл потока на примере стационарного течения жидкости.	ОПК-1
26.	Понятие аддитивной функции области, ее предела и производной по объему.	ОПК-1
27.	Инвариантное определение градиента скалярного поля и проверка формулы его вычисления в декартовой системе координат.	ОПК-1
28.	Инвариантное определение дивергенции векторного поля. Теорема о вычислении дивергенции в декартовой системе координат. Инвариантный вид формулы Гаусса-Остроградского.	ОПК-1
29.	Физический смысл дивергенции.	ОПК-1
30.	Инвариантное определение ротора векторного поля. Теорема о вычислении ротора в декартовой системе координат.	ОПК-1
31.	Физический смысл ротора.	ОПК-1
32.	Оператор Гамильтона. Правила действий с вектором “набла”. Общая теорема Гаусса-Остроградского.	ОПК-1
33.	Дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа.	ОПК-1
34.	Потенциальное поле. Теорема о вычислении потенциала. Критерий потенциальности поля.	ОПК-1
35.	Понятие циркуляции векторного поля, ее физический смысл. Инвариантный вид формулы Стокса.	ОПК-1
36.	Соленоидальное поле. Теорема о вычислении векторного потенциала. Критерий соленоидальности поля.	ОПК-1
37.	Закон сохранения интенсивности векторной трубки.	ОПК-1
38.	Лапласово векторное поле. Теорема о лапласовом поле.	ОПК-1
39.	Основная теорема векторного анализа.	ОПК-1
40.	Обратная задача векторного анализа.	ОПК-1
41.	Основной и взаимный базисы. Ковариантные и контравариантные координаты вектора. Теорема о построении взаимного базиса.	ОПК-1
42.	Определение криволинейных координат в пространстве. Координатные линии и координатные поверхности. Теорема о нахождении локальных базисов (основного и взаимного).	ОПК-1
43.	Определение ортогональных криволинейных координат. Критерий ортогональности. Элемент длины. Коэффициенты Ламе.	ОПК-1
44.	Градиент в ортогональных криволинейных координатах.	ОПК-1
45.	Дивергенция и лапласиан в ортогональных криволинейных координатах.	ОПК-1
46.	Ротор в ортогональных криволинейных координатах.	ОПК-1
47.	Дифференциальные операции теории поля в цилиндрических координатах.	ОПК-1
48.	Дифференциальные операции теории поля в сферических координатах.	ОПК-1
49.	Естественная параметризация пространственной кривой. Основой трехгранник.	ОПК-1
50.	Формулы Френе.	ОПК-1
51.	Общие формулы для кривизны и кручения пространственной кривой.	ОПК-1
52.	Первая квадратичная форма поверхности.	ОПК-1
53.	Теорема о вычислении длины кривой на поверхности, площади поверхности и угла между кривыми на поверхности.	ОПК-1
54.	Вторая квадратичная форма поверхности.	ОПК-1
55.	Теорема о кривизне кривой на поверхности.	ОПК-1

5.2.3. Типовые практические задания для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ОПК-1)

1. Вычислить криволинейный интеграл 2-го типа $\int_L (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$,
где L – кривая, заданная уравнением: $y = 1 - |1 - x|$ ($0 \leq x \leq 2$).
2. Не прибегая к формуле Остроградского, вычислить поверхностный интеграл 2-го типа $\iint_S xdydz + ydzdx + zxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.
3. С помощью формулы Остроградского вычислить поверхностный интеграл $\iint_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$, где S – внешняя сторона границы куба $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq a$, $0 \leq z \leq a$.
4. Вычислить массу M сферы, если поверхностная плотность в каждой ее точке равна квадрату расстояния этой точки до некоторой большой окружности сферы.
5. Вычислить поверхностный интеграл 1-го типа $\iint_S \frac{ds}{r^n}$, где S – сфера $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, а r – расстояние от точки сферы до фиксированной точки P , отстоящей от центра сферы на расстояние l ($l > R$).
6. Найти производную поля $u = \ln(x^2 + y^2)$ в точке $M(x_0, y_0)$ по направлению, перпендикулярному к линии уровня поля u , проходящей через данную точку $M(x_0, y_0)$.
7. Показать, что напряженность поля $\vec{F}(M)$ поля сил тяготения в точке $M(x, y, z)$, создаваемой массой m , сосредоточенной в точке $O(0, 0, 0)$, является градиентом скалярного поля.
8. В установившемся потоке несжимаемой идеальной жидкости скорость каждой частицы направлена к началу координат и по величине равна $1/r^2$ (\vec{r} – радиус-вектор частицы). Вычислить количество жидкости, вытекающей из области V за единицу времени.
9. Доказать, что $\Delta(uv) = u\Delta v + v\Delta u + 2(\vec{\nabla}u \cdot \vec{\nabla}v)$.
10. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = -y^2\vec{i} + x^2\vec{j} + (x+y)\vec{k}$ вдоль окружности C , полученной пересечением цилиндра $x^2 + y^2 = x + y$ плоскостью $z = 1$.
11. Найти векторные линии поля $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} - z\vec{k}$.
12. Показать, что центральное векторное поле $\vec{A} = \frac{f(r)}{r}\vec{r}$ является потенциальным и найти его потенциал.
13. Привлекая формулу Стокса, вычислить поток ротора поля $\vec{A} = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$ через часть поверхности $z^2 = 4(1 - x^2 - y^2)^4$, “накрывающей” начало координат плоскости xOy .
14. Доказать, что $[\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{A}]] = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$. Во что трансформируется данное соотношение в случае, если поле \vec{A} – соленоидальное, потенциальное?

15. Найти поток векторного поля $\vec{A} = x^2 y \vec{i} - xy^2 \vec{j} + z(x^2 + y^2) \vec{k}$ из области V , ограниченной поверхностями $x^2 + y^2 = 2z$, $z = 2$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Будаков Б.М., Фомин С.В. - Кратные интегралы и ряды. – М.: Физматлит, 2002. – 549 с. (Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665706&idb=0>)
2. Кочин Н.Е. - Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Наука, 1965. – 426 с. (Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=94925&idb=0>)
3. Демидович Б.П. - Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – СПб.: Лань, 2023. – 624 с. (Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=781614&idb=0>)

б) дополнительная литература:

1. Арфкен Г. - Математические методы в физике. – М.: Атомиздат, 1970. – 712 с. (Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=66894&idb=0>)
2. Гольдфайн И.А. - Векторный анализ и теория поля. – М.: Наука, 1968. – 128 с. (Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=92620&idb=0>)
3. Рашевский П.К. - Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967. – 664 с. (Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=330492&idb=0>)
4. Джеффрис Г., Свирлс Б. - Методы математической физики. Вып.3. – М.: Мир, 1970. – 344 с. (Ссылка на карточку в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=66900&idb=0>)

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

http://www.unn.ru/books/met_files/OVTA.pdf

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для обучения студентов имеются аудитории, оснащенные партами, учебной доской, мобильное место преподавателя (проектор, ноутбук, экран, ПО для презентаций, презентации лекций), а также учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде и базе электронных изданий университета.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 03.03.03 Радиофизика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 7 августа 2020 г. N 912.

Автор _____ Дубков А.А.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от «25» мая 2023 года, протокол № 04/23.