

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Статистика случайных процессов

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и искусственный интеллект

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.08.04 Статистика случайных процессов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-4: Способен применять методы математического и компьютерного исследования при анализе задач на основе знаний фундаментальных математических и компьютерных наук	<p>ПК-4.1: Знает фундаментальные и теоретические основы, необходимые для исследования научных проблем</p> <p>ПК-4.2: Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определять цели и задачи исследования, а также выбирать корректный метод исследования научной проблемы</p> <p>ПК-4.3: Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой</p>	<p>ПК-4.1:</p> <p>Знать:</p> <p>1) базовые понятия теории случайных процессов</p> <p>2) знать основные классы случайных процессов с дискретным и непрерывным временем</p> <p>3) знать элементарные понятия случайного анализа</p> <p>ПК-4.2:</p> <p>Уметь:</p> <p>1) выбирать модели случайных процессов на основе содержательной постановки задачи</p> <p>2) находить распределения и числовые характеристики процессов в простейших случаях, аналогичных рассмотренным на практических занятиях</p> <p>ПК-4.3:</p> <p>Владеть:</p> <p>практическим опытом сбора и обработки данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям</p>	Собеседование Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>16</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	
Понятие случайного процесса	10	2	2	4	6
Марковские процессы со счетным числом состояний	24	6	6	12	12
Оценки максимума правдоподобия	14	2	2	4	10
Элементы теории временных рядов.	14	4	4	8	6
Элементы случайного анализа	9	2	2	4	5
Аттестация	0				
КСР	1			1	
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>33</b>	<b>39</b>

#### Содержание разделов и тем дисциплины

1) Понятие случайного процесса. Определение случайного процесса. Способы задания случайных процессов (аналитическими соотношениями и с помощью конечномерных распределений, теорема Колмогорова). Свойства, определяемые конечномерными распределениями. Основные классы случайных процессов (стационарные, с независимыми приращениями, марковские, мартингалы)

2) Марковские процессы со счетным числом состояний. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Дифференциальные уравнения для переходных вероятностей. Эргодическая теорема. Процессы размножения и гибели. Ветвящиеся процессы. Закон больших чисел для времени пребывания.

3) Оценки максимума правдоподобия. Абсолютная непрерывность распределений случайных процессов. Вычисление плотности распределения для винеровского процесса со сносом. Оценка максимального правдоподобия для параметра сноса. Плотность распределения для процессов рождения и гибели. Оценки максимального правдоподобия для однолинейной системы массового обслуживания.

4) Элементы теории временных рядов. Понятие временного ряда как процесса с дискретным параметром. Стационарность. Выделение тренда. Модели авторегрессии и скользящего среднего. Уравнения Юла-Уолкера. Частные автокорреляции. Оценивание модели  $ARCC(p,q)$ .

5) Элементы случайного анализа. Пределы случайных функций. Виды непрерывности случайных функций. Дифференцирование и интегрирование случайных функций.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа заключается в изучении конспектов лекций и источников из списка литературы. Самостоятельная работа может осуществляться как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4:**

1. Что такое процесс Пуассона?
2. Что такое Винеровский процесс?
3. В чем отличие процесса Пуассона от Винеровского процесса?
4. Что такое Гауссовский процесс?

#### **Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина,

Оценка	Критерии оценивания
	сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно»

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

**Задача 1.** В некоторой области пространства имеются однородные частицы. Под влиянием случайных причин в эту область извне могут проникать новые такие же частицы (или там могут возникать новые частицы), но они не могут покидать эту область (или исчезать). Если в момент времени  $t$  в области имеется  $n$  частиц, то вероятность (условная) того, что за промежуток  $(t, t + h)$  в этой области появится новая частица, не зависит от  $t$  и равна  $\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$ , где  $\lambda_n$  - постоянные неотрицательные. Вероятность того, что за время  $\Delta t$  в области появится 2 или более новых частиц равна  $o(\Delta t)$ . В начальный момент  $t = 0$  в области имелось 0 частиц. Составить систему дифференциальных уравнений для вероятностей  $p_n(t)$  того, что в любой момент времени  $t$  в области будет ровно  $n$  частиц.

**Задача 2.** Пусть  $X(t)$  – случайный процесс с независимыми приращениями  $X(t) - X(s)$ , распределенным по нормальному закону с математическим ожиданием равным 0, и дисперсией  $\sigma^2 = t - s$ . Пусть  $X(0) = 0$ . Найти все  $n$ - мерные плотности этого процесса.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно»

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
Знания	Отсутствие	Уровень	Минимальн	Уровень	Уровень	Уровень	Уровень

	знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	о допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Пуассона
2. Приведите примеры из естественных наук практического применения процесса Винера
3. Будет ли стационарный случайной в узком смысле процесс стационарен в широком смысле?
4. Когда стационарный процесс в широком смысле стационарен в узком смысле?
5. Можете ли указать условия, когда гауссовский процесс будет процессом с независимыми приращениями?
6. Что такое процесс гибели и размножения?
7. Что такое ветвящийся процесс с одним типом частиц?
8. Дайте определение абсолютной непрерывности распределения одного случайного процесса относительно распределения другого случайного процесса?
9. Что такое плотность распределения одного случайного процесса относительно другого случайного процесса? Как ее можно найти?
10. Что такое временной ряд? Что такое тренд
11. Что такое процесс скользящего среднего?
12. Что такое процесс авторегрессии?
13. Как выглядит автокорреляционная функция процесса скользящего среднего?
14. Как записывается функция правдоподобия для процесса авторегрессии и скользящего среднего?

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно»

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

## Основная литература:

1. Вентцель Александр Дмитриевич. Курс теории случайных процессов : учеб. пособие для студентов мех.-мат. фак. ун-тов. - М. : Наука, 1975. - 320 с. : ил. - 0.93., 11 экз.
2. Булинский Александр Вадимович. Теория случайных процессов. - М. : Физматлит, 2003. - 400 с. - (Теория вероятностей. Математическая статистика). - ISBN 5-9221-0335-0 : 198.33., 2 экз.
3. Кельберт Марк Яковлевич. Вероятность и статистика в примерах и задачах. - М. : Изд-во МЦНМО, 2007-. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 2. Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. - М., 2010. - 560 с. : ил. - ISBN 978-5-94057-557-3 (т. 2). - ISBN 978-5-94057-252-7 : 325.00., 1 экз.
4. Кремер Наум Шевелевич. Эконометрика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко ; под редакцией Н. Ш. Кремера. - 4-е изд. - Москва : Юрайт, 2025. - 308 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08710-9. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт" ., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=921363&idb=0>.

## Дополнительная литература:

1. Хазен Эллида Моисеевна. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. - М. : Советское радио, 1968. - 256 с. - 0.95., 2 экз.
2. Боровков Александр Алексеевич. Теория вероятностей : [учеб. пособие для мат. и физ. специальностей вузов]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1986. - 431 с. : с черт. - 1.40., 87 экз.
3. Ивченко Г. И. Теория массового обслуживания : [учеб. пособие] для специальности 0647 / Моск. ин-т электронного машиностроения. - М. : [б. и.], 1975. - 244 с. - 0.30., 1 экз.
4. Гихман Иосиф Ильич. Введение в теорию случайных процессов : [учеб. пособие для физ.-мат. специальностей вузов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1977. - 567 с. - 1.40., 3 экз.
5. Бокс Д. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. / пер. с англ. А. Л. Левшина ; под ред. [и с предисл. В. Ф. Писаренко]. - М. : Мир, 1974. - 406 с. : черт. - 1.72., 3 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № №6.