

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
31.05.2023 г. №6

Рабочая программа дисциплины

Практикум по алгебре и геометрии

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.03 Прикладная информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная информатика в области принятия решений

Форма обучения
очная

Нижний Новгород

2023

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.25 Практикум по алгебре и геометрии относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знать основы высшей алгебры, линейной алгебры, теории матриц, абстрактной алгебры. Уметь решать основные задачи линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры Владеть опытом использования аппарата алгебры и геометрии при решении практических задач	Собеседование, Разноуровневые задачи и задания
	ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь использовать основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии при получении новых результатов и решении практических задач Знать основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии, высшей алгебры, элементов абстрактной алгебры Владеть основными методами линейной алгебры, аналитической геометрии для получения новых результатов и при решении практических задач	Разноуровневые задачи и задания
	ОПК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Уметь использовать на практике основные алгебраические модели Знать основные алгебраические модели и их важнейшие приложения Владеть вычислительными методами алгебры, которые используются для решения и исследования практических задач	Разноуровневые задачи и задания

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	6 ЗЕТ
Часов по учебному плану	216
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	115
- занятия лекционного типа	
- занятия семинарского типа	112
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	3
самостоятельная работа	101
Промежуточная аттестация – зачет	

Семестр 1

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	49
- занятия лекционного типа	
- занятия семинарского типа	48
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация – зачет	

Семестр 2

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация – зачет	

Семестр 3

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	2 ЗЕТ
Часов по учебному плану	72

в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	33
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	1
- занятия лабораторного типа	39
- текущий контроль (КСР)	
самостоятельная работа	
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Семестр 1

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1 Группа, кольцо, поле. Понятие группы, кольца поля. Примеры, конечные поля.	4		2		2	2
Тема 2 Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы. Решение алгебраических уравнений малых степеней.	4		2		2	2
Тема 3 Многочлены. Делимость в кольце многочленов. НОД. Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые. Выделение кратных множителей. Основная теорема алгебры. Интерполяционный многочлен. Теорема Штурма. Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.	10		8		8	2
Тема 4. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	3		1		1	2
Тема 5. Матрицы и определители матриц. Связь элементарных преобразований строк и столбцов с умножением матриц. Свойства определителей. Теорема Лапласа. Правило Крамера. Обратная матрица.. Решение матричных уравнений. Формула Бине–Коши..	12		10		10	2
Тема 6. Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис. Координаты вектора в базисе. Аффинная система координат. Деление отрезка в заданном отношении. Центр тяжести системы материальных точек. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Различные уравнения прямых и плоскостей..	6		4		4	2
Тема 7. Линейное (векторное) пространство над полем. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Изменение координат при замене базиса. Изоморфизм линейных пространств...	15		10		10	5

Тема 8. Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия. Размерность линейного многообразия.	6		4		4	2
Тема 9. Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.	4		2		2	2
Тема 10 Линейные преобразования. Ядро, образ, ранг, дефект линейного преобразования. Матрица преобразования. Изменение матрицы при изменении базиса. Подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог..	7		5		5	2
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация –зачет						
Итого	72		48		49	23

Семестр 2

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 11. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. QR-разложение матрицы. Изоморфизм унитарных пространств. Псевдорешения несовместных систем линейных уравнений. Нормальные решения систем линейных уравнений. Объем системы векторов. Свойства матрицы Грама. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара	15		6		6	9
Тема 12. Скалярное произведения векторов. Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат.	10		4		4	6
Тема 13 Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Самосопряженные и симметричные преобразования. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него..	12		6		6	6

Тема 14. Билинейные и квадратичные функции. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением. Приведение квадратичной формы к главным осям..	12		6		6	6
Тема 15. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Цилиндрические и конические поверхности. Центр, асимптотические направления, диаметральные плоскости. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка...	10		4		4	6
Тема 16. Минимальный аннулирующий многочлен, жорданова форма, жорданов базис	12		6		6	6
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	72		32		33	39

Семестр 3

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающихся, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 17. Группы. Теорема Кэли. Циклические группы и их подгруппы. Разбиение группы на смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальный делитель. Фактор-группа. Гомоморфизм групп. Связь нормальных делителей с гомоморфизмами..	27		12		12	15
Тема 18. Кольца. Идеалы в кольцах и их связь с гомоморфизмами. Фактор-Кольцо	25		10		10	15
Тема 19 Поля. Характеристика поля. Конечные поля, число элементов в них..	19		10		10	9
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	72		32		33	39

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа, коллоквиумах

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма (зачет)

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.
Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.
Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Кострикин А. И. - Введение в алгебру: учеб. для студентов ун-тов, обучающихся по специальностям "Математика" и "Прикладная математика". – Ч. 1, 2, 3 М.: Физматлит, 2001-2004 (в библиотеке ННГУ более 50 экз.)
2. Беклемишев Д. В. - Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов. - М.: Физматлит, 2002. - 376 с.. 430экз.
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003. 158экз.
4. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004. 104экз

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
---------------	--	--	--	---	---	---	--

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

1 семестр

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Группа, примеры	ОПК-1
2. Кольцо. Кольцо вычетов. Поле вычетов	ОПК-1
3. Комплексные числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Сопряженные числа. Неравенство треугольника. Формула Муавра, корни из единицы	ОПК-1
4. Кольцо многочленов над заданным кольцом (полем). Делимость в кольце многочленов. НОД. Взаимно простые многочлены	ОПК-1

5.	Производная многочлена. Выделение кратных множителей	ОПК-1
6.	Неприводимые многочлены над полем. Разложение многочлена на неприводимые	ОПК-1
7.	Основная теорема алгебры над полем комплексных чисел.	ОПК-1
8.	Интерполяционный многочлен. e	ОПК-1
9.	Симметрические многочлены и их выражение через элементарные	ОПК-1
10.	Теорема Штурма	ОПК-1
11.	Неприводимые многочлены над кольцом целых и полем рациональных чисел. Признак Эйзенштейна неприводимости	ОПК-1
12.	Кольцо матриц над заданным кольцом (полем).	ОПК-1
13.	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса их решения, его трудоемкость, оценка числа операций. Матричная интерпретация метода Гаусса	ОПК-1
14.	Обратная матрица	ОПК-1
15.	Векторы на плоскости и в пространстве. Операции с векторами. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова прямоугольная и аффинная системы координат	ОПК-1
16.	Деление отрезка в заданном отношении.	ОПК-1
17.	Скалярное произведение геометрических векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольной и произвольной аффинной системе координат	ОПК-1
18.	Линейное (векторное) пространство над полем. Примеры: пространство геометрических векторов, пространство радиус-векторов, арифметическое пространство над полем F , пространство матриц над полем F , пространство многочленов. Простейшие следствия из аксиом	ОПК-1
19.	Линейная оболочка. Линейная зависимость. Эквивалентные системы векторов. Теорема о замене	ОПК-1
20.	Размерность и базис линейного пространства.	ОПК-1
21.	Координаты вектора в базисе. Изоморфизм линейных пространств.	ОПК-1
22.	Теория систем линейных уравнений. Теорема Кронекера–Капелли. Множество решений системы линейных уравнений, два способа задания линейного многообразия.	ОПК-1
23.	Различные виды задания прямых и плоскостей.	ОПК-1
24.	Задачи на нахождение расстояний и углов между прямыми и плоскостями	ОПК-1
25.	Определитель (детерминант) матрицы и его свойства.	ОПК-1
26.	Теорема Лапласа.	ОПК-1
27.	Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.	ОПК-1
28.	Формула Бине–Коши.	ОПК-1
29.	Суммы подпространств, базис и размерность суммы. Прямая сумма.	ОПК-1
30.	Линейные отображения (операторы), действия с ними, их матрицы.	ОПК-1
31.	Изменение матрицы линейного отображения при изменении базисов. Подобие матриц.	ОПК-1
32.	Ядро, образ, ранг, дефект линейного отображения.	ОПК-1
33.	Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа.	ОПК-1

34. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы.	ОПК-1
35. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел.	ОПК-1

2 семестр

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Евклидово (унитарное) пространство. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.	ОПК-1
2. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты.	ОПК-1
3. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта.	ОПК-1
4. Изоморфизм унитарных пространств.	ОПК-1
5. Нахождение псевдорешения несовместных систем линейных уравнений.	ОПК-1
6. Нахождение нормальных решений систем линейных уравнений.	ОПК-1
7. Объем системы векторов. Неравенство Адамара.	ОПК-1
8. Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств. Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения	ОПК-1
9. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов	ОПК-1
10. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства.	ОПК-1
11. Унитарные и ортогональные преобразования.	ОПК-1
12. Сопряженные преобразования.	ОПК-1
13. Неотрицательное самосопряженное преобразование, извлечение квадратного корня из него.	ОПК-1
14. Билинейные (полуторалинейные) и квадратичные функции (формы) и их матрицы. Изменение матрицы квадратичной (полуторалинейной) функции при изменении базиса.	ОПК-1
15. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении симметричной (эрмитовой) билинейной формы к каноническому виду.	ОПК-1
16. Закон инерции.	ОПК-1
17. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением	ОПК-1
18. Приведение квадратичной формы к главным осям.	ОПК-1
19. Кривые и поверхности 2-го порядка. Аффинная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.	ОПК-1
20. Ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Инварианты и полуинварианты	ОПК-1
21. Теорема Гамильтона–Кэли. Минимальный аннулирующий многочлен матрицы.	ОПК-1
22. Жорданова форма матрицы.	ОПК-1
23. Функции от матриц	ОПК-1

3 семестр

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Группа, подгруппа, изоморфизм групп. теорема Кэли.	ОПК-1
2. теорема Кэли.	ОПК-1
3. Циклические группы и их подгруппы	ОПК-1
4. Понятие смежного класса, свойства	ОПК-1
5. Теорема Лагранжа	ОПК-1
6. Нормальный делитель группы	ОПК-1
7. Фактор-группа	ОПК-1
8. Гомоморфизм групп	ОПК-1
9. Теорема о гомоморфизмах групп	ОПК-1
10. Кольцо, подкольцо. Виды колец.	ОПК-1
11. Изоморфизм колец.	ОПК-1
12. Евклидовы кольца.	ОПК-1
13. Идеал	ОПК-1
14. Фактор-кольцо	ОПК-1
15. Гомоморфизм колец	ОПК-1
16. Теорема о гомоморфизме колец	ОПК-1
17. Тело	ОПК-1
18. Характеристика поля	ОПК-1
19. Конечные поля (число элементов)	ОПК-1
20. Конечные поля (существование и единственность)	ОПК-1

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

- Через точку $A(1, 0, 7)$ параллельно плоскости $6x-3y+4z-11=0$ проведите прямую так, чтобы она пересекала прямую $\{x=2t, y=5-t, z=-1-t\}$.
- Центр квадрата находится в точке $P(-1, 0)$, уравнение одной из его сторон $x+3y-5=0$. Составьте уравнения трех других сторон квадрата.
- На прямой $x+y-8=0$ найти точки, равноудаленные от точки $P(2,8)$ и от прямой $x-3y+2=0$.
- Найти точки, находящиеся на равных расстояниях от точек $P(4, 1)$ и $Q(8, -3)$ и от прямой $5x+12y=0$.
- Найти расстояние от точки $M(1, 3, 5)$ до прямой $\{3x+y+z-1=0, 3x+y+2z-3=0\}$.
- Напишите уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости $5x-y+3z-2=0$ и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости Oxy .
- Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\{2x-y+3z-5=0, x+2y-z+2=0\}$ перпендикулярно к плоскости $5x-y+3z-2=0$.
- Найти точку, симметричную точке $P(-3,1, -1)$ относительно прямой $\{4x-3y-13=0, y-2z+5=0\}$.
- Найти точку, симметричную точке $B(4, 3, 10)$ относительно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$.
- Найти расстояние от вектора $x=(1,1,-2,1)$ до подпространства, порожденного векторами $a=(3,2,1,1)$, $b=(1,1,2,2)$, $c=(2,1,0,-1)$. Скалярное произведение – стандартное.
- Найти проекцию вектора $x=(1,1,-2,1)$ на подпространство, порожденное векторами $a=(3,2,1,1)$, $a=(1,1,2,2)$. Скалярное произведение – стандартное.
- Постройте ортогональный базис линейной оболочки заданных векторов $(1,1,-1,-2)$, $(5, 8, -2, -3)$, $(3, 9, 3, 8)$. Скалярное произведение стандартное
- Найдите ортогональный базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов $(1,2,3,4)$, $(4,3,2,1)$

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. При каких значениях λ квадратичная функция положительно определена? $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$.
2. Методом Гаусса найти нормальный вид квадратичной функции $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$.
3. Привести квадратичную функцию к каноническому виду ортогональным преобразованием $x_1^2 - 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$.
4. Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:
 $2x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy + 4yz - 1 = 0$.
5. Поверхность задана уравнением в декартовой прямоугольной системе координат. Найти каноническую систему координат и каноническое уравнение этой поверхности:
 $x^2 + y^2 + z^2 - xy + xz + yz + 3x + 3y - 3z = 0$.
6. Вычислить матрицу линейного преобразования φ множества векторов плоскости с заданным на ней базисом, если φ есть отражение плоскости в прямой $x+2y=0$ параллельно прямой $x+3y=0$. Диагонализируемо ли φ ? Если да, то найти базис в котором оно диагонализируемо.
7. Линейное подпространство L четырехмерного евклидова пространства в некотором ортонормированном базисе задано системой двух линейных уравнений $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0$ $3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0$. Найти в том же базисе матрицу ортогонального проектирования на L .
8. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора, заданного матрицей
$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$
9. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе для оператора в C^2 , заданного матрицей
$$\begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$
10. Найти линейное уравнение, определяющее двумерное инвариантное подпространство преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе трехмерного евклидова пространства матрицей
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$
11. Для преобразования, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей A , найти ортонормированный базис, в котором матрица преобразования будет верхнетреугольной
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$
12. Вычислить $\sqrt[3]{A}$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

13. Найти 100 степень матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

14. Найти минимальный многочлен линейного преобразования $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Беклемишев Д. В. - Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов. - М.: Физматлит, 2002. - 376 с.. 430экз.
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003. 158экз.
3. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004. 104экз

б) дополнительная литература:

1. Воеводин В. В. Линейная алгебра. – СПб.: Лань, 2006. 46экз
2. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010. 12экз.
3. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.: Лань, 2008. 24экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

<http://www.lib.unn.ru/>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория, оснащенная партами, стульями, учебной доской, мелом.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ **09.03.03 «Прикладная информатика»**.

Автор Чирков А.Ю.

Рецензент

Заведующий кафедрой

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 г. №3