

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Физический факультет

Утверждено

решением Ученого совета ННГУ
протокол от «31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Аналитическая геометрия

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность
09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность образовательной программы
Информационные системы и технологии в физических
исследованиях

Форма обучения
очная

Год начала подготовки

2022 год

Нижний Новгород
2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Аналитическая геометрия» (Б1.О.05.02) относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП.

Дисциплина преподается в первом семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знать основы высшей математики, общей физики, теории вероятности и технологий программирования.	Знание методов решения основных типов задач аналитической геометрии в приложении к основным видам задач высшей математики, теории вероятности и технологий программирования.	Собеседование
	ОПК-1.2. Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования	Умение выбирать правильные подходы к решению и решать основные типы задач аналитической геометрии при решении стандартных профессиональных задач обработки и анализа результатов компьютерного моделирования и экспериментальных исследований.	Задача
	ОПК-1.3. Иметь навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Владение навыками решения задач аналитической геометрии применительно к анализу результатов компьютерного моделирования и экспериментальных исследований.	Задача

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Очная форма обучения	
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	66
- занятия лекционного типа, ч	32
- практические занятия, ч	32
- КСРИФ, ч	2
самостоятельная работа, ч	42
контроль, ч	36
Промежуточная аттестация	экзамен

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе					Самостоятельная работа, часы	Контроль, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) часы, из них						
		Занятия лекционного типа	Практические занятия	Занятия лабораторного типа	КСРИФ	Всего		
1. Введение. Метод координат. Декартовы координаты на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении. Уравнение кривой на плоскости. Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Параметрические уравнения кривой. Точка пересечения кривых.	16	4	4	—	—	8	4	4
2. Системы линейных уравнений второго и третьего порядка. Понятие матрицы. Формулы для определителей матриц второго и третьего порядков. Системы	14	2	4	—	—	6	4	4

линейных уравнений второго и третьего порядков. Формулы Крамера для решения систем с квадратной матрицей коэффициентов.								
3. Векторная алгебра. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Линейная независимость и базис в векторном пространстве. Переход от одного базиса к другому на плоскости и в пространстве. Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис. Векторное и смешанное произведение векторов. Условия компланарности и коллинеарности векторов. Приложения векторной алгебры к вычислению площадей и объёмов.	30	6	8	—	—	14	8	8
4. Прямые линии и плоскости. Уравнения первой степени относительно координат: прямая линия на плоскости и плоскость в пространстве. Уравнения прямой линии на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Основные задачи на прямую на плоскости. Пучок прямых. Плоскость и прямая в пространстве. Координатные и векторные уравнения. Параллельность плоскостей в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Расстояние от точки до плоскости и от точки до прямой.	28	6	6	—	—	12	8	8
5. Кривые второго порядка. Понятие алгебраической линии и алгебраической поверхности. Цилиндрические и конические поверхности. Конические сечения, основные свойства, уравнения в полярных	26	6	6	—	—	12	8	6

координатах. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод из уравнений в полярных координатах. Эллипс, гипербола и парабола как алгебраические линии второго порядка. Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Фокусы и директрисы. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. Параметрическое уравнение эллипса. Эллипс как проекция окружности на плоскость и эллипс как сечение круглого цилиндра. Пересечение кривой второго порядка и прямой. Асимптотические направления.								
6. Поверхности второго порядка. Определение поверхности второго порядка в декартовой системе координат. Центральные поверхности нахождение центра поверхности. Стандартное упрощение уравнения поверхности второго порядка через поворот системы координат. Классификация центральных поверхностей второго порядка. Классификация нецентральных поверхностей второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка. Инварианты поверхностей второго порядка. Исследование уравнения поверхности с помощью инвариантов.	28	8	4	—	—	12	10	6
Промежуточная аттестация	2	—	—	—	2	—	—	—
Итого	144	32	32	—	2	66	42	36

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках практических занятий, включая контрольные работы и собеседование (коллоквиум).

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме - устный экзамен

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося проводится в форме выполнения домашних контрольных заданий и изучения лекционного материала. В качестве учебно-методического обеспечения самостоятельной работы используется литература, указанная в разделе 6. Примеры контрольных вопросов и заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Имеется минимальный набор навыков для решения	Продemonстрированы базовые навыки при решении	Продemonстрированы базовые навыки при решении	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных	Продemonстрирован творческий подход к решению

	наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	стандартных задач с некоторыми недочетами	стандартных задач с некоторыми недочетами	стандартных задач без ошибок и недочетов.	ых задач без ошибок и недочетов.	нестандартных задач.
--	--	---	---	---	---	----------------------------------	----------------------

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

№	Вопросы	Код формируемой компетенции
1	Декартовы координаты на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении. Уравнение кривой на плоскости.	ОПК-1
2	Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве.	ОПК-1
3	Определители и системы линейных уравнений 2-го и 3-го порядков. Формулы Крамера.	ОПК-1
4	Понятие вектора. Линейные операции. Линейная независимость и базис.	ОПК-1
5	Переход от одного базиса к другому на плоскости и в пространстве.	ОПК-1
6	Скалярное произведение векторов. Ортонормированный базис.	ОПК-1
7	Векторное и смешанное произведение векторов.	ОПК-1
8	Условия компланарности и коллинеарности векторов.	ОПК-1
9	Уравнения первой степени: прямая линия на плоскости и плоскость в пространстве.	ОПК-1
10	Уравнения прямой линии на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.	ОПК-1
11	Расстояние от точки до прямой на плоскости. Основные задачи на прямую на плоскости. Пучок прямых.	ОПК-1
12	Плоскость и прямая в пространстве. Координатные и векторные уравнения.	ОПК-1
13	Параллельность плоскостей в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.	ОПК-1
14	Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Расстояние от точки до плоскости и от точки до прямой.	ОПК-1
15	Алгебраические линии и поверхности. Цилиндры и конусы.	ОПК-1
16	Конические сечения, уравнения в полярных координатах.	ОПК-1
17	Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод из уравнений в полярных координатах.	ОПК-1
18	Эллипс, гипербола и парабола как алгебраические линии второго порядка.	ОПК-1
19	Основные свойства эллипса, гиперболы и параболы. Фокусы и директрисы	ОПК-1
20	Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе	ОПК-1
21	Параметрическое уравнение эллипса. Эллипс как проекция	ОПК-1

	окружности на плоскость и эллипс как сечение круглого цилиндра	
22	Пересечение кривой второго порядка и прямой. Асимптотические направления	ОПК-1
23	Поверхности второго порядка. Центр поверхности	ОПК-1
24	Стандартное упрощение уравнения поверхности второго порядка через поворот системы координат	ОПК-1
25	Классификация центральных поверхностей второго порядка	ОПК-1
26	Классификация нецентральных поверхностей второго порядка	ОПК-1
27	Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка	ОПК-1

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Введение. Метод координат.

- 1.1. Даны точки $A(3, -1)$ и $B(2, 1)$. Определить координаты точки M , симметричной точке A относительно точки B , и координаты точки N , симметричной точке B относительно точки A .
- 1.2. Составить уравнение геометрического места точек, равноудалённых от двух данных точек $M_1(-2, 4)$ и $M_2(6, 8)$.
- 1.3. Точка M со скоростью V равномерно движется по прямой ON , которая равномерно вращается вокруг точки O (начала координат) с постоянной угловой скоростью ω . Траектория точки M на плоскости (ρ, φ) называется спиралью Архимеда. Составить её уравнение в полярных координатах.

2. Системы линейных уравнений второго и третьего порядка.

- 2.1. Упростить выражение
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos \alpha & \sin \beta & 1 \\ \sin \alpha & \cos \beta & 1 \end{vmatrix}.$$
- 2.2. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}.$$
- 2.3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}.$$

3. Векторная алгебра.

- 3.1. На плоскости даны векторы $\mathbf{e}_1 = (2, -3)$ и $\mathbf{e}_2 = (1, 2)$. Найти разложение вектора $\mathbf{a} = (9, 4)$ по векторам $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$.
- 3.2. Даны три некопланарных вектора $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, и три вектора $\mathbf{l} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c}$, $\mathbf{m} = 2\mathbf{b} - \mathbf{c} - \mathbf{a}$ и $\mathbf{n} = 2\mathbf{c} - \mathbf{a} - \mathbf{b}$. Являются ли векторы $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$ компланарными? Если да, то указать, какая линейная связь между ними существует.
- 3.3. Показать, что при любых векторах $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ векторы \mathbf{a} и $\mathbf{d} = (\mathbf{a}, \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a}, \mathbf{b})\mathbf{c}$ являются перпендикулярными.

- 3.4. На плоскости даны два вектора \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 , причём $|\mathbf{e}_1| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{e}_2| = 1$, а угол между данными векторами $\varphi = \pi/4$. На плоскости также построен параллелограмм, стороны которого заданы векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} , имеющими в базисе $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ координаты $\mathbf{a} = (2, 2)$ и $\mathbf{b} = (-1, 4)$. Найти длины диагоналей и углы этого параллелограмма.
- 3.5. Для некоторых трёх векторов \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} выполняется равенство $[\mathbf{a}, \mathbf{b}] + [\mathbf{b}, \mathbf{c}] + [\mathbf{c}, \mathbf{a}] = \mathbf{0}$. Показать, что вектора \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} являются компланарными.
- 3.6. Какое множество \mathbf{X} векторов удовлетворяет уравнению $[\mathbf{x}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}$, где \mathbf{a} и \mathbf{b} есть некоторые фиксированные векторы?
- 3.7. Доказать тождество:
$$([\mathbf{a}, \mathbf{b}], [\mathbf{c}, \mathbf{d}]) = \begin{vmatrix} (\mathbf{a}, \mathbf{c}) & (\mathbf{a}, \mathbf{d}) \\ (\mathbf{b}, \mathbf{c}) & (\mathbf{b}, \mathbf{d}) \end{vmatrix}.$$
4. Прямые линии и плоскости.
- 4.1. На плоскости даны точки $L(-6, 0)$ и $N(0, 8)$. Записать уравнение прямой, проходящей через середину отрезка LN и отсекающей на оси Ox вдвое больший отрезок, чем на оси Oy .
- 4.2. На плоскости даны координаты вершин треугольника PQR : $P(0, 5)$; $Q(-3, 1)$; $R(1, -2)$. Найти длину высоты треугольника, опущенной из вершины R .
- 4.3. Найти расстояние d_{ML} от точки M с радиус-вектором \mathbf{r}_0 до прямой L , заданной в нормальной форме уравнением $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.
- 4.4. Известны координаты вершин тетраэдра $ABCD$: $A(2, -1, 3)$, $B(1, -3, 5)$, $C(6, 2, 5)$ и $D(3, -2, -5)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC .
- 4.5. С помощью операций векторной алгебры записать уравнение плоскости $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}u + \mathbf{b}v$ в виде $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$.
- 4.6. Составить уравнение плоскости, отсекающей на оси Oz отрезок $c = -5$ и перпендикулярной к вектору $\mathbf{n} = (-2, 1, 3)$.
- 4.7. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми L_1 и L_2 , заданными уравнениями $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}_1$ и $[\mathbf{r}, \mathbf{a}] = \mathbf{b}_2$.
5. Кривые второго порядка.
- 5.1. Записать каноническое уравнение эллипса, симметричного относительно координатных осей и проходящего через точки $L(3\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ и $N(6, 0)$.
- 5.2. Доказать, что произведение расстояний от любой точки гиперболы до её асимптот есть величина постоянная.
- 5.3. Составить уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$, проходящих через начало координат.
- 5.4. Дано уравнение эллипса $x^2/a^2 + z^2/c^2 = 1$, лежащего в плоскости $y = 0$. Получить уравнение эллипсоида вращения, полученного вращением этого эллипса вокруг оси Oz .

6. Поверхности второго порядка.

6.1. Дано уравнение оси L круглого цилиндра: $x = 9 - t$, $y = 4 - 2t$, $z = 7 + 2t$, и координаты точки $M_0(1, -2, 3)$, лежащей на его поверхности. Составить уравнение цилиндра в декартовых координатах.

6.2. Составить векторное уравнение прямого кругового конуса с вершиной в точке $M_0(\mathbf{r}_0)$ и осью $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{a}t$, зная, что угол между его образующей и осью равен α .

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Д.В. Беклемишев, Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, М.: Наука, 1987, 320 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 30 экз.
2. В.А. Ильин, Э.Г. Позняк, Аналитическая геометрия, М.: Наука, 1988, 224 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 26 экз.
3. Д.В. Хомицкий, А.В. Тележников, Сборник задач по аналитической геометрии, Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2008, 71 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 30 экз.
4. Л.А. Беклемишева, А.Ю. Петрович, И.А. Чубаров, Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре, М.: Наука, 2003, 496 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 30 экз.
5. Д.В. Клетеник, Сборник задач по аналитической геометрии, М.: Наука, 1986, 224 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, абонемент физического факультета, 30 экз.

б) дополнительная литература:

1. А.В. Погорелов, Аналитическая геометрия, М.: Наука, 1968, 176 с. Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ, 24 экз.
2. О.Н. Цубербиллер, Задачи и упражнения по аналитической геометрии, СПб.: Лань, 2007, 336 с. <https://e.lanbook.com/book/430>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ <http://www.lib.unn.ru/>.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВПО по направлению подготовки 09.04.02 «Информационные системы и технологии».

Автор:

Доцент кафедры теоретической физики
физического факультета, к.ф.-м.н.

_____ Хомицкий Д.В.

Рецензент

д.ф.-м.н., профессор, зав. каф.
статистической радиофизики и
мобильных систем связи РФФ

_____ Мальцев А.А.

Заведующий кафедрой ИТФИ
д.т.н., профессор

_____ Фидельман В.Р

Программа одобрена на заседании методической комиссии физического факультета