

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Алгебра

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.11, «Алгебра» относится к обязательной части ООП направления подготовки специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<i>ОПК-1</i> Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	<i>ОПК-1.1.</i> Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук	Знает основные понятия алгебры, постановки стандартных задач и методы их решения, основы строгого доказательства утверждений, формулировки результатов, вывода следствий из полученного результата.	<i>Собеседование</i>
	<i>ОПК-1.2.</i> Умеет формулировать, анализировать и решать профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук.	Умеет анализировать и решать стандартные алгебраические задачи с применением современного математического аппарата.	<i>Контрольная работа</i>
	<i>ОПК-1.3.</i> Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики.	Владеет навыками применения основных вычислительных алгоритмов алгебры для решения прикладных задач с использованием современных компьютерных технологий.	<i>Контрольная работа</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	5 з.е.
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	48
- занятия семинарского типа	48
- текущий контроль (КСР)	2

самостоятельная работа	46
Промежуточная аттестация: 1 семестр – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР ¹ , часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
		из них				
		ЗЛеТ ²	ЗСеТ ³	ЗЛаТ ⁴	Всего	
Поле комплексных чисел и алгебраические системы	24	8	8		16	8
Теория определителей	29	10	10		20	9
Алгебра матриц	29	10	10		20	9
Системы линейных алгебраических уравнений	30	10	10		20	10
Кольцо многочленов	30	10	10		20	10
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен (36 часов)	36					
Итого	180	48	48		98	46
¹ Самостоятельная работа обучающегося.						
² Занятия лекционного типа.						
³ Занятия семинарского типа.						
⁴ Занятия лабораторного типа.						

Краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля)

1 семестр

- Поле комплексных чисел и алгебраические системы.** Основные определения, утверждения и примеры групп, колец, полей. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа, операции. Степень и извлечение корня из комплексного числа.
- Теория определителей.** Перестановки и подстановки. Группа подстановок. Определители n-го порядка и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Правило Крамера.
- Алгебра матриц.** Сложение матриц, умножение матриц на число, умножение матриц, обратная матрица.
- Системы линейных алгебраических уравнений.** Метод последовательного исключения неизвестных для систем линейных алгебраических уравнений. N-мерное арифметическое пространство. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Однородные системы. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системы и присоединенной однородной системы.
- Кольцо многочленов.** Определение кольца многочленов. Делимость в кольце многочленов. Корни многочленов.

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 48 часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: применения основных вычислительных алгоритмов алгебры
- компетенций – ПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов подразумевает проработку лекционного и дополнительного материала, заключается в выполнении домашних заданий, самостоятельном разборе некоторых несложных доказательств, конкретно указанных преподавателем во время чтения лекций.

Домашние задания проверяются путём опроса на практических занятиях, контрольные работы проверяются преподавателем, затем проводится разбор работ на практическом занятии, проверенные работы возвращаются обучающимся. Усвоение доказательств, в том числе оставленных на самостоятельный разбор обучающихся, контролируется на коллоквиуме. На зачёте контролируется умение студентов решать задачи. На экзамене определяется как степень усвоения теоретического материала, так и умения решать задачи.

1. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия: учеб. пособие для студентов мех.-мат. специальностей вузов., 1980, 1986, 2005, 2008 (В библиотеке ННГУ более 50 экз.)

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *зачёту*.

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
неудовлетворительно		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.

Шкала оценивания сформированности компетенций	Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
	Знания	Умения	Навыки
		объеме, но некоторые с недочетами.	
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтен	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

Критерии оценок выполнения контрольной работы (каждая задача оценивается в 2 балла)

Решена полностью	2
Решена основная часть задачи, или задача решена с недочетами	1,5
Решена задача наполовину	1
Сделан первый этап в решении задачи	0,5
Нет решения	0

Суммарная оценка выполнения контрольной работы

Количество баллов при $n=3, 4, 5$ задачах	Оценка
$2n$	Превосходно
$2n-0,5$	Отлично
$2n-1$	Очень хорошо
$2n-2$	Хорошо
от 3 до $2n-3$	Удовлетворительно
$0,5-3$	Неудовлетворительно
0	Плохо

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1 семестр	
1. Системы линейных уравнений. Эквивалентные системы, свойства. Теорема об элементарных преобразованиях.	ОПК-1
2. Приведение системы к ступенчатому виду.	ОПК-1
3. Теоремы о совместности и определенности систем линейных уравнений. Следствия.	ОПК-1
4. Определители второго и третьего порядков. Вывод правила Крамера для систем из 2-х уравнений с двумя неизвестными.	ОПК-1
5. Перестановки, транспозиции символов в перестановке. Подстановки.	ОПК-1
6. Определители и их свойства.	ОПК-1
7. Миноры и алгебраические дополнения.	ОПК-1
8. Правило Крамера для системы из n уравнений с n неизвестными.	ОПК-1
9. Линейные арифметические пространства. Линейная зависимость. Свойства линейной зависимости и независимости. Линейные оболочки. Подпространства.	ОПК-1
10. Базисы, эквивалентные определения, стандартный базис в R^n . Лемма о линейно независимой системе, следствие.	ОПК-1
11. Теорема о базисе. Размерность.	ОПК-1
12. Ранг системы векторов. База системы векторов.	ОПК-1
13. Ранг матрицы (горизонтальный, вертикальный, минорный). Теорема о равенстве рангов матрицы и матрицы, полученной из данной перестановкой строк (столбцов).	ОПК-1
14. Теорема о равенстве горизонтального, вертикального и минорного рангов. Следствия.	ОПК-1
15. Теорема Кронекера-Капелли.	ОПК-1
16. Общий метод исследования совместности и решения системы линейных уравнений. Следствия для однородных систем.	ОПК-1
17. Однородные системы уравнений. Свойства, теорема о фундаментальной системе решений.	ОПК-1
18. Связь между решениями неоднородной и приведенной однородной системы.	ОПК-1
19. Сложение и умножение матриц. Свойства сложения и умножения.	ОПК-1
20. Обратная матрица. Определение, необходимое и достаточное условие существования.	ОПК-1
21. Алгебраические операции. Теорема об обобщенной ассоциативности. Группы, кольца, поля.	ОПК-1
22. Определение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма. Свойства операции сопряжения.	ОПК-1
23. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Свойства модуля.	ОПК-1
24. Свойства степеней. Формула Муавра. Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.	ОПК-1
25. Построение кольца многочленов. Степень многочлена, свойства степени. Теорема о целостности кольца многочленов.	ОПК-1
26. Делимость в кольце многочленов. Теорема о делении с остатком. Схема Горнера.	ОПК-1
27. НОД и НОК. Существование НОД. Алгоритм Евклида нахождения НОД.	ОПК-1
28. Взаимно простые многочлены. Критерий взаимной простоты. Свойства.	ОПК-1

Вопросы	Код формируемой компетенции
1 семестр	
29. Неприводимые многочлены.	ОПК-1
30. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых унитарных. Следствия.	ОПК-1
31. Корни многочленов. Теорема Безу.	ОПК-1
32. Кратность корня. Теорема о количестве корней многочлена. Следствия.	ОПК-1
33. Производная многочлена. Критерий кратности корня α . Связь между кратностью корня многочлена и кратностью данного корня в производной.	ОПК-1
34. Алгебраически замкнутое поле, разложение на неприводимые над алгебраически замкнутым полем. Основная теорема алгебры. Неприводимые многочлены над \mathbb{C} , разложение на неприводимые над \mathbb{C} .	ОПК-1
35. Комплексно сопряженные корни многочлена $f \in \mathbb{R}[x]$.	ОПК-1
36. Неприводимые многочлены над \mathbb{R} . Разложение на неприводимые над \mathbb{R} .	ОПК-1

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1 семестр

1) Вычислить $\sqrt[3]{\frac{(1+i)^8(-\sqrt{3}+i)^6}{(-1-i)^3}}$

2) Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

3) Найти наибольший общий делитель многочленов

$$f = x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1$$

$$g = x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1$$

4) Вычислить $2A^{-1} - BA - 3E$, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Отделить кратные множители многочлена

$$f = x^5 - 10x^3 - 20x^2 - 15x - 4$$

6) Пользуясь схемой Горнера разделить $f = x^4 + 2ix^3 - x^2 - 3x + 7 + i$ с остатком на $x+i$ и вычислить $f(-i)$.

7) Исследовать систему на совместность в зависимости от значения параметра λ и найти общее решение системы

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ -12x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -6 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ \lambda x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

8) Исследовать систему на совместность в зависимости от значения параметра λ и найти общее решение системы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 5 \\ x_1 - 6x_2 - 9x_3 - 20x_4 = -11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 + \lambda x_4 = 2 \end{cases}$$

9) Разложить многочлен $f = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8$ по степеням $x-2$. Определить кратность корня $x_0 = 2$.

10) Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -5 & -7 & -2 & 2 & -2 & 16 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 6 & 4 & 6 & -1 & 15 & -5 \\ 5 & -4 & 10 & 1 & 14 & 6 \\ 3 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

11) Исследовать совместность, найти общее решение и частное решение системы уравнений.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 3 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 3 \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 4 \end{cases}$$

12) Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

13) Найти общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

14) Вычислить $\sqrt[4]{\frac{(1-i)^4(-1+i\sqrt{3})^{12}}{i^{11}}}$

15) Найти обратную матрицу для

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

16) Найти обратную матрицу для

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 & -2 \\ -2 & 3 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

17) Найти общее решение и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 7x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 - 11x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 2x_4 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

18) Найти максимальную линейно независимую подсистему системы векторов

(7, 2, -9, 3, -19)

(2, 3, -5, 1, -8)

(3, 1, -4, 5, -12)

(-2, -1, 3, -2, 7)

19) Найти значения многочлена $f = x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$ и всех его производных в точке $x = -2$.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

№	а) основная литература:	К-во ¹
1.	Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.: Лань, 2003.	>100
2.	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010.	>40

№	б) дополнительная литература:	К-во ¹
1.	Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учеб. для студентов ун-тов и техн. вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика". – М.: Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2012. – 400 с.	>40
2.	Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Физматлит, 2004.	>30
3.	Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по мат. специальностям. 2001, 2007, 2008.	>100

№	в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)	«Л» или «С» ²
1.	http://www.lib.unn.ru/	С
2.	Университетская библиотека ONLINE http://www.biblioclub.ru	С
3.	Библиотека "Лань" http://e.lanbook.com/	С

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.05.01
Фундаментальная математика и механика

¹ Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э».

² Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе.

Автор к.ф.-м.н., доцент Разуваев А.Г.

Заведующий кафедрой
алгебры, геометрии и
дискретной математики д.ф.-м.н., профессор Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30.11.2022 года, протокол № 3.