

MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION

**Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
«National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod»**

Институт экономики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Working programme of the discipline

Theory of Probability and Mathematical Statistics

Higher education level

Bachelor degree

Area of study / speciality

38.03.01 - Economics

Focus /specialization of the study programme

World Economy

Mode of study

full-time

Nizhny Novgorod

Year of commencement of studies 2025

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.13 Теория вероятностей и математическая статистика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации	<p>УК-1.1:</p> <p>Know the following concepts:</p> <p>1) random variable</p> <p>2) sample of values</p> <p>3) probability distribution</p> <p>4) sample (empirical) distribution</p> <p>5) numerical characteristics of a random variable</p> <p>6) sample numerical characteristics of random variables</p> <p>7) statistical hypothesis</p> <p>8) errors of the first and second kind</p> <p>9) point estimator of the parameter</p> <p>Be able to:</p> <p>1) calculate probabilities of events using the classical definition of probability and basic theorems about probabilities</p> <p>2) to find laws of distribution of simple random variables</p> <p>3) to find numerical characteristics of random variables according to their distribution laws</p> <p>4) construct sampling distribution laws in the form of sampling distribution functions and histograms</p> <p>5) to estimate numerical characteristics and parameters of typical distributions of</p>	Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы Задачи

		<i>random variables by sampling</i> <i>To possess:</i> 1) <i>methods of building standard theoretical models</i> 2) <i>meaningfully interpret the obtained results</i>		
ОПК-5: Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	ОПК-5.2: Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач	ОПК-5.2: <i>Know modern software tools for statistical analysis of data</i> <i>Be able to interpret the results of statistical analysis software tools</i> <i>Know how to use software tools for testing typical hypotheses</i>	Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические	Всего	

			занятия/лабораторные работы), часы		
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Topic 1: Conditions of application of probability theory. Basic concepts of probability theory: sample spaces, events, probability	5	1	2	3	2
Topic 2: Random variables and ways of specifying their probability distributions	9	2	4	6	3
Topic 3: Probability distributions encountered in socio-economic applications	9	2	4	6	3
Topic 4: Probability distribution of a function of several random variables	9	2	4	6	3
Topic 5: Chebyshev's inequality. The law of large numbers and its consequences	9	2	4	6	3
Topic 6: The fundamental role of the Gaussian (normal) law of probability distribution. Central limit theorems	9	2	4	6	3
Topic 7: Markov chains in modeling socio-economic processes	7	2	4	6	1
Topic 8: Statistical estimation and hypothesis testing	8	2	4	6	2
Topic 9: Statistical methods of experimental data processing	6	1	2	3	3
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	16	32	49	23

Contents of sections and topics of the discipline

Topic 1. Conditions of application of probability theory. Basic concepts of probability theory: sample spaces, events, probability. Operations on events. Basic formulas of probability calculus. Relationship between frequency and probability. Conditional probability. Multiplication theorems and the formula for total probability.

Topic 2. Random variables and methods of specifying their probability distributions. Continuous probability distributions, distribution density. Mathematical expectation, variance and their properties. Joint distribution and independence of random variables.

Topic 3. Probability distributions encountered in socio-economic applications. Discrete uniform, binomial, geometric, Poisson distributions. Continuous uniform, exponential, Pareto, normal distributions

Topic 4. Probability distribution of a function of several random variables. Distribution of the sum of random variables, partial distributions, examples of the chi-square distribution and lognormal distribution, t-distribution and F-distribution.

Topic 5. Chebyshev inequality. Law of large numbers and its consequences. Application of the law of large numbers to the problem of estimating the probability of an event. Sample moments of a random variable. Limit property of a sample quantile.

Topic 6. Fundamental role of the Gaussian (normal) probability distribution law. Central limit theorems. Practical techniques for working with normal distribution. Local and integral theorems of Moivre-Laplace. Asymptotic normality of moment estimates.

Topic 7. Markov chains in modeling socio-economic processes. Markov property, transition probability matrices, Kolmogorov-Chapman equations. Stationary distribution. Law of large numbers for a finite Markov chain. Markov chain with incomes. Recurrence relations for expected income in n steps

Topic 8. Statistical estimation and hypothesis testing. Sample numerical characteristics and frequency distribution. Fitting distributions using the method of moments. Maximum likelihood method. Pearson's chi-square goodness-of-fit test.

Topic 9. Statistical methods for processing experimental data. Linear regression, Gauss-Markov model. One-way analysis of variance. Testing the independence of features in a contingency table

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

During their independent independent work, students familiarize themselves with theoretical material from textbooks and monographs specified in the list of recommended literature, solve problems, answer questions for self-check. Independent work can be done in the library reading rooms or at home. At the end of the course there is a test.

Control questions and tasks for the current control and interim certification of the discipline are given in paragraph 5.2.

5. Assessment tools for ongoing monitoring of learning progress and interim certification in the discipline (module)

5.1 Model assignments required for assessment of learning outcomes during the ongoing monitoring of learning progress with the criteria for their assessment:

5.1.1 Model assignments (assessment tool - Control work) to assess the development of the competency УК-1:

1. A random event is

- a) one of the possible results of an experiment
- b) one of the conditions of an experiment
- c) a number between zero one one
- d) any real number

2. What is the probability distribution for the number of points in one dice roll:

- a) binomial
- b) normal
- c) discrete uniform
- d) continuous uniform

5.1.2 Model assignments (assessment tool - Control work) to assess the development of the competency ОПК-5:

1. Given a sample in the cells A1:A10, what Spreadsheets (Excel, Google Spreadsheets etc) function does compute the sample mean:

- a) =MEAN(A1,A10)
- b) =AVERAGE(A1:A10)
- c) =AVERAGE(A1,A10)
- d) =EXPECTED(A1,A10)

2. Given a sample in the cells A1:A10, what Spreadsheets (Excel, Google Spreadsheets etc) function does compute the unbiased estimate for the unknown variance:

- a) =VAR(A1,A10)
- b) =VARP(A1:A10)
- c) =VAR(A1,A10)
- d) =DISP(A1,A10)

Assessment criteria (assessment tool — Control work)

Grade	Assessment criteria
pass	All competences (parts of competences), which the discipline is aimed at forming, are formed at the level of at least “satisfactory”
fail	At least one competence is formed at the level of “unsatisfactory” or “poor”

5.2. Description of scales for assessing learning outcomes in the discipline during interim certification

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	обучающегося от ответа		некоторым и недочетами	и недочетами	недочетов	ошибок и недочетов	
--	---------------------------	--	------------------------------	-----------------	-----------	-----------------------	--

Scale of assessment for interim certification

Grade		Assessment criteria
pass	outstanding	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "outstanding", the knowledge and skills for the relevant competencies have been demonstrated at a level higher than the one set out in the programme.
	excellent	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "excellent",
	very good	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "very good",
	good	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "good",
	satisfactory	All the competencies (parts of competencies) to be developed within the discipline have been developed at a level no lower than "satisfactory", with at least one competency developed at the "satisfactory" level.
fail	unsatisfactory	At least one competency has been developed at the "unsatisfactory" level.
	poor	At least one competency has been developed at the "poor" level.

5.3 Model control assignments or other materials required to assess learning outcomes during the interim certification with the criteria for their assessment:

5.3.1 Model assignments (assessment tool - Control questions) to assess the development of the competency UK-1

1. Events, statistical stability and probability.
2. Properties of probabilities: summation formula, probability of opposite event, monotonicity of probability.
3. Conditional probability and multiplication theorem. Independent events.
4. Exponential random variable: its probability density, its mathematical expectation and variance.
5. Gaussian random variable: its probability density, its mathematical expectation and variance.
6. Uniform random variable: its probability density, its mathematical expectation and variance.
7. Binomial random variable: its probabilities of values, its mathematical expectation and variance.
8. Poisson random variable: its probabilities of values, its mathematical expectation and variance.

9. Geometric random variable: its probabilities of values, its mathematical expectation and variance.
10. The two-dimensional Gaussian distribution and its properties.
11. Probability distribution of the sum of two independent Gaussian random variables
12. Probability distribution of the sum of two independent Poisson random variables.
14. Law of large numbers and statistical stability

5.3.2 Model assignments (assessment tool - Control questions) to assess the development of the competency ОПК-5

13. The central limit theorem for independent, identically distributed random variables. Examples using
15. Random sampling. Smoothing of frequencies by the method of moments. Examples
16. Random sampling. Smoothing frequencies by maximum likelihood methods
17. Chi-square criterion of agreement. Examples

Assessment criteria (assessment tool — Control questions)

Grade	Assessment criteria
pass	All competences (parts of competences), which the discipline is aimed at forming, are formed at the level of at least “satisfactory” or»,
fail	At least one competence is formed at the level of “unsatisfactory” or “poor”

5.3.3 Model assignments (assessment tool - Tasks) to assess the development of the competency YK-1

1. There are 10 red and 17 blue pencils in a box. One pencil is picked randomly. The pencil is red with probability:

- 1) $1/10$; 2) $1/27$; 3) $1/2$, it's either red or blue; 4) $10/27$.

2. Three balls are taken at random, one by one, from a box containing 6 blue balls and 12 green balls. With what probability the sequence (a green ball, a blue ball, a blue ball) appears?

- 1) $\frac{12}{18} \cdot \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{18}$; 2) $\frac{1}{27} = \frac{1}{8}$, because only one of the eight arrangements of two colors exist;
- 3) $\frac{12}{18} \cdot \frac{6}{18} + \frac{5}{18}$; 4) $\frac{12}{18} \cdot \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{18}$.

3. Let Y be a continuous random variable with the probability density function $f(u)$. The mathematical expectation MY equals

- 1) $\sum_{k=1}^{\infty} u_k f(u_k)$; 2) $\int_{-\infty}^{\infty} u f(u) du$; 3) $\sum_{k=1}^{\infty} f(u_k)$; 4) $\int_{-\infty}^{\infty} f(u) du$.

4. Random variables X, Y have a joint probability distribution given by Table below.

• Fill in the marginal distribution table of X :

0	1	2	3	4	5
---	---	---	---	---	---

		Table 1.			
$X \backslash Y$	0	1	2	3	
0	$1/48$	$2/48$	$2/48$	$9/48$	
1	$0/48$	$1/48$	$2/48$	$2/48$	
2	$2/48$	$1/48$	$2/48$	$1/48$	
3	$2/48$	$0/48$	$1/48$	$2/48$	
4	$1/48$	$0/48$	$1/48$	$2/48$	
5	$3/48$	$2/48$	$0/48$	$2/48$	

• Random variables X and Y

1) are independent because _____;

2) are dependent because _____;

• $P(X - Y = 3)$ equals _____

• Compute $\text{cov}(X, Y)$:

5.3.4 Model assignments (assessment tool - Tasks) to assess the development of the competency ОПК-5

5. During ten days the fuel consumption per 100 km by the John's car was reported as

7.20, 6.84, 6.97, 6.74, 7.04, 6.57, 7.36, 6.77, 7.08, 6.90 litres.

- Compute the sample mean \bar{x} :

- Compute the sample variance s^2 :

6. 31 objects were studied with respect to two factors, and counts are given in the following contingency table.

Assessment criteria (assessment tool — Tasks)

Grade	Assessment criteria
pass	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»,
fail	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Зорин А. В. Восемь лекций по теории вероятностей и математической статистике : учебно-методическое пособие / Зорин А. В. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2014. - 108 с. - Рекомендовано междисциплинарной методической комиссией факультета иностранных студентов для студентов бакалавриата по направлению 38.03.01 «Экономика». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730234&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Chung, Kai Lai. Elementary probability theory : with stochastic processes and an introduction to mathematical finance. - 4th ed. - New York [etc.] : Springer, 2003. - XIII, 402 p. : with 57 fig. - (Undergraduate texts in mathematics (UTM) / ed. by S. Axler, F. W. Gehring, K. A. Ribet). - ISBN 0-387-95578-X : 5865,00., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. MS Windows 7 (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, идентификатор 47276400),
2. Microsoft Office 2007 Профессиональный + (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, идентификатор 47729513),

3. Kaspersky Endpoint Security 10 for Windows (лицензия на ГОУ ВПО ННГУ им. Н.И. Лобачевского, №1096-160712-081443-850-73)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: проектор, экран

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 38.03.01 - Economics.

Авторы: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.
Заведующий кафедрой: Горбунова Мария Лавровна, доктор экономических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 12.11.24, протокол № 5.