

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

**Рабочая программа дисциплины
Математический анализ**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

11.05.02 «Специальные радиотехнические системы»

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

**Прием, анализ и обработка сигналов системами специального
назначения**

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

специалист

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород
2022 год

I. Цели изучения дисциплины: Создать фундаментальный аппарат для решения задач профессиональной подготовки будущего математика-прикладника. Сформировать важнейшие навыки, необходимые в профессиональной деятельности специалиста указанного профиля. Привить способность научно анализировать процессы и явления. Создать фундаментальный аппарат для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности.

II. Краткая характеристика дисциплины

Семестр	Лекции кол-во часов	Практ. занятия кол-во часов	Лаборат. занятия кол-во часов	Зачет	Экзамен	Кол-во контр. работ	Кол-во коллоkv.	Кол-во расч.- графич. работ
1	51	51	-	1	1	2	1	-
2	51	51	-	1	1	2	1	-
3			-					-
4			-					-

III. Содержание дисциплины, структурированное по видам учебных занятий с указанием их объемов

1. ТЕМЫ, ИЗУЧАЕМЫЕ НА ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЯХ И ИХ СОДЕРЖАНИЕ.

1 семестр.

1) Введение в математический анализ. 2 час.

Основные классы действительных чисел: натуральные, целые, рациональные, иррациональные числа. Важнейшие свойства натуральных, целых, рациональных, иррациональных чисел. Геометрическая интерпретация множества действительных чисел.

2) Основные принципы математического анализа, связанные с полнотой множества действительных чисел. 4 часов.

Ограниченные и неограниченные числовые множества. Понятие точной верхней и нижней границ, примеры. Принцип существования $\inf X$, $\sup X$. Расширенная система действительных чисел. Понятие открытого и замкнутого множества. Понятие предельной точки множества.

3) Понятие функции (отображения) 2 часа.

Простейшая классификация функций (отображений).

Взаимно обратные функции, критерий. Примеры. Понятие числовой последовательности, функции, действующей из $R^n \rightarrow R^m$ ($n \geq m \geq 1$).

3) Числовые последовательности. 6 час.

Предел числовой последовательности. Вопросы существования конечного предела: критерий Коши, критерий Вейерштрасса существования конечного предела монотонной числовой последовательности. Примеры. Согласованность арифметических операций и отношения порядка с операцией предельного перехода.

Число e , его иррациональность. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Понятие подпоследовательности, частичного предела.

Верхний и нижний предел числовой последовательности, свойства. Критерии сходимости числовой последовательности.

4) Предел функции одной переменной. 8 час.

Понятие предела функции. Топологическое определение и определение по Коши.

Предел функции по подмножеству. Важнейшие частные случаи: предел по Гейне,

односторонние пределы. Понятие базы, основные базы классического анализа. Предел функции по базе. Вопросы существования предела функции: критерий Коши, критерий Вейерштрасса существования конечного предела монотонной функции. Согласованность арифметических операций и отношения порядка с операцией предельного перехода. Первый и второй замечательные пределы. Понятие неопределенностей $(\frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 1^\infty$ и др.). Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших, О-символика. Некоторые замечательные асимптотические формулы при $x \rightarrow 0$.

5) Непрерывность функции одной переменной. 4 час.

Понятие непрерывности в точке. Различные определения непрерывности. Локальные свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность функции на множестве. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

6) Производная и дифференциал. 8 час.

Понятие производной, ее физическая интерпретация. Односторонние производные. Производные основных элементарных функций.

Понятие дифференцируемости функции и ее дифференциала. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Геометрический смысл производной и дифференциала. Правила вычисления производной и дифференциала. Дифференцирование композиции функций и обратной функции. Инвариантность формы дифференциала 1-го порядка.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Понятие непрерывной кривой, параметрически заданных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

7) Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя 4 час.

(неопределенности типа $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ при $x \rightarrow a, x \rightarrow \infty$).

8) Формула Тейлора 2 час.

Представление функции по формуле Тейлора и его единственность. Формула Маклорена. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора-Маклорена. Применение формулы Тейлора для отыскания пределов.

12) Исследование функций с помощью методов дифференциального исчисления. 3 час.

Условия монотонности функции. Локальный экстремум. Необходимые и достаточные условия локального экстремума (через производные 1-го и высших порядков).

Понятие выпуклости и точки перегиба. Необходимые и достаточные условия определения направления выпуклости. Исследование на перегиб.

Понятие вертикальной и наклонной асимптоты; условия их существования.

Построение графиков функций, заданных явно

13) Неопределенный интеграл. 8 час.

Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства интеграла. Табличные интегралы. Теоремы о замене переменной и формула интегрирования по частям.

Разложение дробно-рациональной функции на простейшие рациональные дроби. Интегрирование элементарных рациональных функций. Общий случай.

Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Интегралы от дифференциального бинома.

Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций.

2 семестр

1) Определенный интеграл Римана. 6 час.

Понятие интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Интегралы Дарбу. Необходимые и достаточные условия интегрируемости по Риману. Классы интегрируемых функций.

Свойства определенного интеграла. Интегральные теоремы о среднем. Интеграл как функция верхнего предела. Дифференцирование определенного интеграла по верхнему пределу. Теорема о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница. Простейшие приложения неопределенного интеграла.

2) Предел и непрерывность функций многих переменных. 4 час.

Определение предела последовательности в R^n , характер сходимости п последовательности в R^n . Определение предела функции многих переменных. Свойства пределов. Повторные пределы. Теорема о равенстве двойного предела повторному. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их характер.

Непрерывность функции на множестве.

3) Дифференцируемость функции многих переменных. 6 час.

Частные производные первого и высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференцируемость функции многих переменных. Необходимые, достаточные условия дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции.

Координатное представление 1-го дифференциала. Геометрический смысл частных производных. Производная по направлению и градиент. Дифференциалы высших порядков.

Формула Тейлора для функций многих переменных. 2 час.

Разложение по формуле Тейлора.

4) Экстремум функции многих переменных. 2 час.

Необходимые условия экстремума. Достаточные условия максимума и минимума.

Отыскание наибольшего и наименьшего значения. Отличие от одномерного случая.

5) Неявные функции. 2 час.

Понятие неявной функции из R^n в R^m . Теорема о существовании дифференцируемой неявной функции. Вычисление производных функции, заданной неявно

6) Важнейшие применения теоремы о неявной функции. 2 час.

Понятие об условном экстремуме. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

7) Числовые ряды. 6 час.

Основные понятия. Примеры. Основные свойства. Исследование сходимости знакопостоянных рядов. Признаки сравнения. Признаки Даламбера, Коши. Интегральный признак Маклорена - Коши.

Исследование сходимости произвольных рядов. Абсолютная сходимость. Примеры. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница для знакочередующихся рядов. Признаки Абеля и Дирихле.

8) Функциональные последовательности и ряды. 2 час.

Основные понятия. Примеры.. Признак Вейерштрасса..

9) Степенные ряды. 4 час.

Основные понятия. Примеры. Понятие радиуса сходимости. Формула Коши-Адамара.

Функциональные свойства суммы степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение в ряд Мауклорена-Телора основных элементарных функций. Оценка остатка.

10) Несобственные интегралы. 1 час.

Определение, свойства, вычисление.

11) Кратные интегралы. 10 час.

Интеграл Римана по n -мерной ($n \geq 2$) клетке. Определение. Кратный интеграл по произвольному измеримому по Жордану подмножеству в R^n ($n \geq 2$)

Корректность определения. Основные свойства кратного интеграла. Вычисление кратного интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному. Теорема о замене переменных в кратном интеграле.

12) Криволинейные, поверхностные интегралы. 2 час.

Понятие о криволинейном, поверхностном интегралах и способах их вычисления.

13) Ряды Фурье. 2 час.

Классический тригонометрический ряд Фурье.. Основные виды сходимости рядов Фурье. Исследование поточечной сходимости тригонометрического ряда Фурье.

2. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ И ИХ СОДЕРЖАНИЕ.

1 семестр

- 1) Модуль действительного числа. Решение неравенств. 2 час.
- 2) Функции и их графики; графики функций, заданных в полярных координатах. 4 час.
- 3) Ограниченные и неограниченные числовые множества. 2 час.
- 4) Понятие предела последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. 2 час.
- 5) Отыскание пределов. 6 час.
- 6) Монотонные последовательности. Число e . 2 час.
- 7) Подпоследовательности. 2 час.
- 8) Критерий Коши. 2 час.
- 9) Контрольная работа. 2 час.
- 10) Понятие предела функции. 2 час.
- 11) Отыскание пределов функций. 6 час.
- 12) Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. 4 час.
- 13) Исследование на непрерывность; характер точек разрыва. 4 час.
- 14) Равномерная непрерывность. 2 час.
- 15) Контрольная работа. 2 час.
- 16) Понятие производной. 2 час.
- 17) Техника дифференцирования. 6 час.
- 18) Отыскание дифференциалов; инвариантность формы 1-го дифференциала. 2 час.
- 19) Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. 2 час.
- 20) Дифференцирование функций, заданных параметрически. 2 час.
- 21) Формула Тейлора, ее применение к отысканию пределов и приближенному вычислению. 2 час.
- 22) Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. 2 час.

2 семестр

- 1) Локальный экстремум. Наименьшее и наибольшее значения функции на сегменте. 2 час.
- 2) Построение графиков функций, заданных явно. 4 час.
- 3) Построение кривых, заданных параметрически. 4 час.
- 4) Контрольная работа. 2 час.
- 5) Неопределенный интеграл. Общие методы интегрирования. 4 час.
- 6) Интегрирование рациональных функций. 4 час.
- 7) Интегрирование иррациональностей. Подстановки Эйлера и Чебышева. 4 час.
- 8) Интегрирование некоторого класса тригонометрических функций. 4 час.
- 9) Интеграл Римана. Вычисление на основании определения. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле. 6 час.
- 10) Приложение определенного интеграла к вычислению длин дуг, площадей, объемов, площади поверхности тела вращения. 2 час.
- 11) Контрольная работа. 2 час.
- 12) Функции многих переменных. Область определения. Двойные и повторные пределы. 4 час.

- 13) Непрерывность и точки разрыва функции многих переменных. Равномерная непрерывность. 2 час.
- 14) Частные производные 1-го порядка. 2 час.
- 15) Дифференциал. Свойство инвариантности дифференциала 1-го порядка. 2 час.
- 16) Частные производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование суперпозиции функций. 4 час.
- 17) Формула Тейлора для функции многих переменных. 2 час.
- 18) Экстремум функции многих переменных. 2 час.
- 19) Основные свойства числовых рядов. 2 час.
- 20) Исследование сходимости знакопостоянных рядов. 4 час.
- 21) Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница. 2 час.
- 22) Исследование сходимости степенного ряда. Радиус сходимости. 2 час.
- 23) Функциональные свойства суммы степенного ряда. 4 час.
- 24) Ряд Маклорена-Тейлора.
- 25) Сведение кратного интеграла к повторному. 5 час.
- 26) Метод замены переменных в кратном интеграле. 5 час.
- 27) Исследование поточечной сходимости рядов Фурье. 3 час.

IV. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

1. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.

1. В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов. – Математический анализ, ч.1,2, Изд-во МГУ, 1985. - 660 с., Изд.Мгу,1987., М., 2004. - 368 с., М.: Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2006. - 368 с. (442 экз.)

Электронная библиотека Юрайт <https://biblio-online.ru/>

2. Л.Д. Кудрявцев. – Курс математического анализа, т.1,2.,М.: Высшая школа, 1981., 1889, Alta, 1998, 2006, 2017 (312 экз.)

Электронная библиотека Юрайт <https://biblio-online.ru/>

3. Б.П. Демидович. – Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.,Наука, 1981.,М.: Наука, 1990., СПб.: МИФРИЛ, 1995, М.: АСТ : Астрель, 2002, 2005, 2006, 2007, 2009. (1104 экз.)

Электронная библиотека Лань <https://e.lanbook.com/>

2. ПЕРЕЧЕНЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.

Г.М. Фихтенгольц. – Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. I-III, М.,Наука, 1970. (20 экз.)

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И РАЗРАБОТКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.

1.Л.С.Ефремова. Курс лекций по математическому анализу (рукоп.)

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом по специальности «Специальные радиотехнические системы» и Государственным образовательным стандартом по направлению 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы» (специалист).

Автор программы _____ Л.С.Ефремова
(роспись)

Программа рассмотрена на заседании кафедры _____ протокол №3 .
(дата)

Заведующий кафедрой _____ Д.В.Баландин

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета

Протокол №__ от «__» _____ 2022 года