МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

Рабочая программа дисциплины

Уравнения математической физики

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2022 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.13 Уравнения математической физики

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.13, «Уравнения математической физики», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

2. Планируемые результаты обучения

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1. Знать математические модели современных задач естествознания, техники, экономики и управления, основы разработки, анализа и внедрения новых математических моделей.	**Знает** классификацию уравнений математической физики, основные задачи для уравнений математической физики, общие схемы основных методов математической физики, основные методы исследования корректности постановок задач	Задача (практическое задание)
	ОПК-2.2. Уметь разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении.	**Умеет**математически корректно ставить задачи, применять методы математической физики при решении задач, разрабатывать, использовать и исследовать математические модели в различных областях науки и техники	Задача (практическое задание)
	ОПК-2.3. Иметь навыки разработки, анализа и внедрения новых математических моделей.	**Имеет навыки**математически корректной постановки задач математической физики, исследования математических моделей, применения методов математической физики при решении различных задач	Задача (практическое задание), контрольная работа

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	**7 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	**252**
в том числе	
контактная работа: **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**131** **64** **64** **3**
самостоятельная работа	**85**
Промежуточная аттестация – экзамен	**36**

5 семестр

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
контактная работа: - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа - текущий контроль (КСР)	65 32 32 1
Самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация – зачет	

6 семестр

Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
контактная работа: - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа - текущий контроль (КСР)	66 32 32 2
Самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего, час.	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них				Самостоятельная работа, час.
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными	1	1			1	
2. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго	12	4	4		8	4

порядка						
3. Вывод основных уравнений математической физики	9	3	2		5	4
4. Уравнение колебаний струны. Метод характеристик. Формула Даламбера	16	4	6		10	6
5. Задачи Коши и Гурса для уравнений гиперболического типа	16	4	6		10	6
6. Задача Коши для волнового уравнения. Формулы Пуассона и Кирхгофа. Цилиндрические волны.	10	4	2		6	4
7. Основные смешанные задачи для волнового уравнения. Теорема о единственности	14	4	4		8	6
8. Метод Фурье для свободных и вынужденных колебаний струны	14	4	4		8	6
9. Задача Штурма–Лиувилля	15	4	4		8	7
Текущий контроль	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого 5 семестр	**108**				**65**	**43**
10. Общая схема метода Фурье в многомерных задачах	18	4	6		10	8
11. Специальные функции математической физики	14	4	4		8	6
12. Уравнения параболического типа. Основные задачи для уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме. Формула Пуассона	20	6	6		12	8
13. Уравнения эллиптического типа. Основные задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Функции Грина	22	6	8		14	8
14. Свойства гармонических функций. Теорема о максимуме и минимуме для гармонических функций	14	6	2		8	6
15. Элементы теории потенциала	18	6	6		12	6
Текущий контроль	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого 6 семестр	**144**				**66**	**42**
Итого	**252**				**131**	**85**

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен, зачет).

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа является важной частью учебного процесса. Цель самостоятельной работы – формирование способностей и навыков к самообразованию и профессиональному совершенствованию. Она вырабатывает у студента культуру умственного труда, воспитывает целеустремленность, систематичность и последовательность в работе, развивает исследовательские способности.

4.1.1. Виды самостоятельной работы:

- работа над основной и дополнительной литературой;
- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- выполнение домашних практических заданий (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- выполнение контрольных работ (1 раз в семестр),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен, зачет).

4.1.2. Контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы

Контрольные вопросы

1) Задача Коши для уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Определить вторые производные от решения на начальной кривой.
2) Классификация линейных уравнений с частными производными с п независимыми переменными.
3) Начальная задача для неоднородного волнового уравнения с тремя пространственными переменными. Почему решение называется запаздывающим потенциалом?
4) Начальная задача для неоднородного волнового уравнения.
5) Начальная задача для трехмерного волнового уравнения методом сферических средних.
6) Определение объемного потенциала. Доказательство его свойств.
7) Определение потенциала двойного слоя, его свойства. Как используется потенциал двойного слоя для решения задачи Дирихле?
8) Определение сферического среднего. Перечислите его свойства.
9) Определение функции Бесселя.
10) Основные свойства гармонических функций.
11) Постановка задачи Гурса.
12) Теорема о непрерывной зависимости решения смешанной задачи для уравнения гиперболического типа от начальных данных.
13) Теорема существования решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа.
14) Уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле.
15) Физическая интерпретация формулы Пуассона.
16) Формулировка и доказательство теоремы единственности решения начальной задачи для уравнения теплопроводности.
17) Функция Грина задачи Дирихле. Доказать ее свойства.

Задания

1. Привести к каноническому виду уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\cos x - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - (3+\sin^2 x)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - y\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$
2. Привести к каноническому виду уравнение $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2x\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$
3. Привести к каноническому виду уравнение $(1+x^2)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1+y^2)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 0.$
4. Решить задачу. Определить тип задачи
$u_{tt} = u_{xx} + x\ (0 < x < \pi),\ u\ _{x=0} = 0, u\ _{x=\pi} = 0, u\ _{t=0} = \sin 2x, u_t\ _{t=0} = 0.$
5. Струна бесконечной длины x > 0 находилась в состоянии равновесия. При t > 0 точка $x = 0$ совершает малые колебания $A\sin\omega t$. Показать, что смещение точки с абсциссой $x > 0$ определяется формулой
$u(x,t) = \{0, t < x/a$

6. Однородная струна, закрепленная на концах $x = 0$ и $x = l$, имеет в начальный момент времени форму параболы, симметричной относительно перпендикуляра, проведенного через точку $x = l/2$. Определить смещение точек струны от положения равновесия, предполагая, что начальные скорости отсутствуют.
7. Однородная квадратная мембрана, имеющая в начальный момент времени $t = 0$ форму $\text{Axy}(b-x)(b-y)$, где A – постоянная, начала колебаться без начальной скорости. Исследовать свободные колебания мембраны, закрепленной по контуру.
8. Решить методом разделения переменных

$u_{tt} = u_{xx} + 2b$ ($b = \text{const}, 0 < x < l$), $u\ \ _{x=0} = 0, u\ \ _{x=l} = 0, u\ \ _{t=0} = u_t\ \ _{t=0} = 0.$

9. Решить методом разделения переменных

$u_{tt} = u_{xx} + \cos t$ ($0 < x < \pi$), $u\ \ _{x=0} = 0, u\ \ _{x=\pi} = 0, u\ \ _{t=0} = u_t\ \ _{t=0} = 0.$

10. Решить смешанную задачу

$u_{tt} + u_t = u_{xx} + 1$ $(0 < x < 1)$, $u\ \ _{x=0} = 0, u\ \ _{x=1} = 0, u\ \ _{t=0} = u_t\ \ _{t=0} = 0.$

11. Решить смешанную задачу

$u_t = u_{xx}$ $(0 < x < 1)$, $u\ \ _{x=0} = 1, u\ \ _{x=1} = 0, u\ \ _{t=0} = 0.$

12. Решить смешанную задачу

$u_t = u_{xx} + u + 2\sin 2x \sin x$ ($0 < x < \pi/2$), $u\ \ _{x=0} = 0, u\ \ _{x=\pi/2} = 0, u\ \ _{t=0} = 0.$

Самостоятельная работа студентов обеспечивается доступными учебной и научной литературой, интернет-ресурсами, которые содержат теоретический материал с иллюстрирующими примерами и упражнения для самостоятельного выполнения, достаточные для подготовки к зачету и экзамену и освоения дисциплины в целом.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Индикаторы компетенции	Оценка сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
Знания	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материалом с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительным материала без ошибок
Умения	полное отсутствие умений	недостаточно умений	умение использовать отдельные приемы при наличии существенных ошибок	умение использовать отдельные приемы при наличии незначительных ошибок	умение использовать отдельные приемы	умение использовать приемы	умение использовать приемы и способность принимать решение на этой основе
Навыки	полное отсутствие навыков	отсутствие навыков	наличие минимальных навыков	посредственное владение навыками	достаточное владение навыками	хорошее владение навыками	всестороннее владение навыками

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворите	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетвори ю	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. **Типовые контрольные задания** для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и контроля сформированности компетенций

5.2.1. Контрольные вопросы

	Вопрос	Код компетенции
1.	Приведение к каноническому виду гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными.	ОПК-2
2.	Приведение к каноническому виду параболического уравнения с двумя независимыми переменными.	ОПК-2
3.	Приведение к каноническому виду эллиптического уравнения с двумя независимыми переменными.	ОПК-2
4.	Классификация уравнений 2-ого порядка с постоянными коэффициентами с n независимыми переменными.	ОПК-2
5.	Уравнения свободных колебаний струны. Формула Даламбера для общего решения этого уравнения.	ОПК-2
6.	Задача Коши для уравнений свободных колебаний струны. Формула Даламбера для решения задачи Коши.	ОПК-2
7.	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных.	ОПК-2
8.	Задача о колебаниях полубесконечной струны с закрепленным концом. Метод продолжения.	ОПК-2
9.	Задача о колебаниях полубесконечной струны со свободным концом. Метод продолжения.	ОПК-2
10	Задача о граничном режиме для полубесконечной струны.	ОПК-2
11	Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка основных задач.	ОПК-2
12	Теорема о единственности решения смешанной задачи для уравнения колебаний струны.	ОПК-2
13	Задача Коши для вынужденных колебаний бесконечной струны.	ОПК-2
14	Метод разделения переменных для свободных колебаний ограниченной струны со свободными концами.	ОПК-2
15	Обоснования метода разделения переменных для ограниченной струны со свободными концами.	ОПК-2

16	Метод разделения переменных для вынужденных колебаний ограниченной струны с закрепленными концами.	ОПК-2
17	Задача Штурма–Лиувилля. Свойство решений задачи. Вещественность собственных значений и собственных функций (с доказательством).	ОПК-2
18	Задача Штурма–Лиувилля. Свойство решений задачи. Ортогональность собственных функций, соответствующих различным собственным значениям (с доказательством).	ОПК-2
19	Задача Штурма–Лиувилля. Свойство решений задачи. Линейная зависимость собственных функций, соответствующих одному собственному значению (с доказательством).	ОПК-2
20	Задача Штурма–Лиувилля. Свойство решений задачи. Теорема Стеклова. Вывод формулы Стеклова.	ОПК-2
21	Элементы теории обобщенных функций. Пробные функции (определения и примеры).	ОПК-2
22	Элементы теории обобщенных функций. Регулярные функции.	ОПК-2
23	Элементы теории обобщенных функций. Определение обобщенной функции.	ОПК-2
24	Элементы теории обобщенных функций. Сингулярные обобщенные функции.	ОПК-2
25	Элементы теории обобщенных функций. Дифференцирование обобщенной функции.	ОПК-2
26	Волновое уравнение в пространстве. Постановка основных задач для волнового уравнения.	ОПК-2
27	Задача Коши для волнового уравнения в пространстве. Формула Пуассона.	ОПК-2
28	Задача Коши для волнового уравнения на плоскости.	ОПК-2
29	Принцип Гюйгенса.	ОПК-2
30	Неоднородное волновое уравнение в пространстве. Запаздывающий потенциал.	ОПК-2
31	Решение задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны.	ОПК-2
32	Решение задачи о свободных колебаниях круглой мембраны. Функции Бесселя.	ОПК-2
33	Вывод уравнения теплопроводности.	ОПК-2
34	Вывод уравнения теплопроводности в стержне.	ОПК-2
35	Постановка основных задач для уравнения теплопроводности в пространстве.	ОПК-2
36	Постановка основных задач для уравнения теплопроводности в стержне.	ОПК-2
37	Теорема о единственности решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности.	ОПК-2
38	Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности в стержне. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.	ОПК-2
39	1-ая и 2-ая формулы Грина. Фундаментальное решение уравнения Лапласа.	ОПК-2
40	Теорема о представлении произвольной функции (3-ая формула Грина).	ОПК-2
41	Гармонические функции и их свойства. Теорема о среднем арифметическом для гармонической функции.	ОПК-2
42	Гармонические функции и их свойства. Теорема о максимуме и минимуме для гармонических функций. Применение этих теорем.	ОПК-2
43	Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.	ОПК-2
44	Преобразование к каноническому виду уравнения гиперболического типа.	ОПК-2
45	Преобразование к каноническому виду уравнения параболического типа.	ОПК-2
46	Преобразование к каноническому виду уравнения эллиптического типа.	ОПК-2
47	Выведение уравнения малых поперечных колебаний струны. Сформулируйте начальную и начально-краевую задачи.	ОПК-2
48	Определение обобщенной функции. Какие возможны действия с обобщенными функциями.	ОПК-2
49	Задача Штурма–Лиувилля. Доказательство свойств собственных функций и	ОПК-2

	собственных значений.	
50	Метод разделения переменных на примере решения начально-краевой задачи для одномерного волнового уравнения. Обоснование полученного решения.	ОПК-2
51	Теорема единственности решения начально-краевой задачи для уравнения гиперболического типа.	ОПК-2
52	Сведение решения задачи Коши для уравнения гиперболического типа к решению системы интегральных уравнений.	ОПК-2

5.2.2. Примеры задач (практических заданий), выносимых на зачет и экзамен

1. Выведение интегрального представления гармонических функций.
2. Выведение формулы Даламбера.
3. Метод спуска. Решение начальной задачи для волнового уравнения с двумя пространственными переменными.
4. Получить функцию Грина для шара.
5. Решить задачу Дирихле для шара.
6. Решить начальную задачу для уравнения теплопроводности методом интегрального преобразования Фурье.
7. Изучить вынужденные поперечные колебания струны, закрепленной на конце, и подверженной на конце действию возмущающей гармонической силы.
8. Найти собственные колебания однородной круглой мембраны радиуса R, закрепленной по краям, если в начальный момент она представляет поверхность параболоида вращения, а начальные скорости равны нулю.
9. Решить смешанную задачу

1. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 5sin\frac{5\pi x}{l}$

$u(0,t) = u(l,t) = 0, u(x,t)|_{t=0} = sin\frac{3\pi x}{l}, u_t(x,t)|_{t=0} = 0, (x \in (0,l), t > 0).$

2. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 7sin\frac{7\pi x}{l}$

$u\ \ (0,t) = u\ \ (l,t) = 0, u(x,t)|_{t=0} = 0, u_t(x,t)|_{t=0} = 2sin\frac{2\pi x}{l}, (x \in (0,l), t > 0).$

3. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 3sin\frac{3\pi x}{2l}$

$u\ \ (0,t) = u_x(0,t) = 0, u(x,t)|_{t=0} = 5sin\frac{5\pi x}{2l}, u_t(x,t)|_{t=0} = 0, (x \in (0,l), t > 0).$

4. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = sin\frac{\pi x}{2l}$

$u\ \ (0,t) = u_x(0,t) = 0, u(x,t)|_{t=0} = 0, u_t(x,t)|_{t=0} = 7sin\frac{7\pi x}{2l}, (x \in (0,l), t > 0).$

5. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 3cos\frac{3\pi x}{2l}$

$u_x(0,t) = u\ \ (l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = cos\frac{\pi x}{2l}$

$u_t(x,t)|_{t=0} = 0$

$(x \in (0,l), t > 0).$

6. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 5cos\frac{5\pi x}{2l}$

$u_x(0,t) = u\ \ (l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 0$

$u_t(x,t)|_{t=0} = 3cos\frac{3\pi x}{2l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

7. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 2$

$u_x(0,t) = u_x(l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = cos\frac{3\pi x}{2l}$

$u_t(x,t)|_{t=0} = 0$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

8. $u_{tt}(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 3cos\frac{5\pi x}{l}$

$u_x(0,t) = u_x(l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 0$

$u_t(x,t)|_{t=0} = 1$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

9. $u_t(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 3sin\frac{3\pi x}{l}$

$u\ \ (0,t) = u\ \ (l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 5sin\frac{5\pi x}{l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

10. $u_t(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 2sin\frac{5\pi x}{2l}$

$u\ \ (0,t) = u\ \ (l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 3sin\frac{3\pi x}{2l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

11. $u_t(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) = 3cos\frac{3\pi x}{2l}$

$u\ \ (0,t) = u\ \ (l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 5cos\frac{5\pi x}{2l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

12. $u_t(x,t) - a^2u_{xx}(x,t) = 2cos\frac{2\pi x}{l}$

$u_x(0,t) = u_x(l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 1$

$(x \in (0,l), t \geq 0)$.

13. $u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) + u(x,t) = 0$

$u\ \ (0,t) = u\ \ (l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = sin\frac{\pi x}{l}$

$u_t(x,t)|_{t=0} = sin\frac{3\pi x}{l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

14. $u_{tt}(x,t) - 4u_{xx}(x,t) + 3u(x,t) = 0$

$u\ \ (0,t) = u_x(l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = sin\frac{3\pi x}{2l}$

$u_t(x,t)|_{t=0} = sin\frac{\pi x}{2l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

15. $u_{tt}(x,t) - 9u_{xx}(x,t) + 2u(x,t) = 0$

$u_x(0,t) = u\ \ (l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 7cos\frac{7\pi x}{2l}$

$u_t(x,t)|_{t=0} = 5cos\frac{5\pi x}{2l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

16. $u_{tt}(x,t) - 4u_{xx}(x,t) + 3u(x,t) = 0$

$u_x(0,t) = u_x(l,t) = 0, u(x,t)|_{t=0} = 3cos\frac{3\pi x}{l}$

$u_t(x,t)|_{t=0} = 1$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

17. $u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) + u(x,t) = 0$

$u(0,t) = u(l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = sin\frac{\pi x}{l} + 2sin\frac{2\pi x}{l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

18. $u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) + 3u(x,t) = 0$

$u\quad(0,t) = u_x(l,t) = 0, u(x,t)|_{t=0} = sin\frac{\pi x}{2l} + 2sin\frac{3\pi x}{2l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

19. $u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) + 4u(x,t) = 0$

$u_x(0,t) = u\quad(l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = cos\frac{\pi x}{2l} + 3cos\frac{3\pi x}{2l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

20. $u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) + 5u(x,t) = 0$

$u_x(0,t) = u_x(l,t) = 0$

$u(x,t)|_{t=0} = 5 + 6sin\frac{3\pi x}{l}$

$(x \in (0,l), t > 0)$.

5.2.3. Примеры задач (практических заданий) для текущего контроля

1. Найти наибольшую область, в которой задача Коши имеет единственное решение, и найти это решение.

$$x^2U_{xx} - y^2U_{yy} - 2xU_x = 0$$

$U\quad_{y=1} = x, -2 < x < 1, U_y\quad_{y=1} = x, -2 < x < 1.$

2. Полуограниченной струне с жестко закрепленным концом $x = 0x = 0$ сообщена начальная скорость равная $v_0 v_0$ на отрезке $[c, 2c][c, 2c]$ и нулю вне этого отрезка. Построить профиль струны в момент времени $t_0 = \frac{c}{a}t_0 = \frac{c}{a}$. Расписать формулы, описывающие профиль струны в момент времени $t_0 = \frac{5c}{3}t_0 = \frac{5c}{3}$.

5.2.4. Варианты контрольных работ

Вариант контрольной работы №1

1. Решить задачу о колебаниях струны, один конец которой (x=0) свободен, а другой (x=π) закреплен жестко. Начальное отклонение и начальная скорость имеют вид:

$U|_{t=0} = cos\frac{x}{2}, \qquad U_t|_{t=0} = cos\frac{x}{2}$

2. Рассмотреть задачу о поперечных колебаниях струны, закрепленной на конце x=0 и подверженной на конце $x = l$ $x = l$действию силы $Asin\omega t$ $A\sin\omega t$. Начальные условия нулевые. Найти решение при всех $0 < t < 3l/2\,a$ $0 < t < \frac{3l}{2a}$.

Вариант контрольной работы №2

1. К струне, один конец которой (x=0) свободен, а другой (x=l) закреплен жестко, с момента времени t=0 приложена непрерывно распределенная сила с линейной плотностью f(x,t)=Asinωt. Найти колебания струны в среде без сопротивления; исследовать возможность резонанса и найти решение в случае резонанса.
2. Найти стационарную температуру в круглом цилиндре с радиусом основания r_0 r_0 и высотой h h, если температуры нижнего и верхнего оснований равны соответственно T_0 T_0 и $T_0(1-\frac{r}{r_0})$ $T_0(1-\frac{r}{r_0})$, а боковая поверхность цилиндра теплоизолирована.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.–М.: Наука, 1977. (61 экз.)
2. Сборник задач по уравнениям математической физики. Под редакцией Владимирова В.С.– М.: Наука,1982.–256с. (83 экз.)
3. Калинин А.В., Тюхтина А.А. Введение в современные методы математической физики: Эл. учебное пособие. ННГУ. 2014. 120 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Рег. № 864.14.06)
4. Жидков А.А., Калинин А.В., Тюхтина А.А. Математические основы современной теории краевых задач для уравнений с частными производными. Эл. уч.-мет. пособие. ННГУ. 2012. 82 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Рег. № 488.12.06)

6.2. Дополнительная литература

5. Калинин А.В., Дерендяев Н.В. Проекционный метод Фурье. Эл. уч-мет. пособие. ННГУ. 2012. 75 с. (http://www.unn.ru/books/resources.html, Рег. № 523.12.08)

6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Уравнения математической физики»
https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5140
созданные в системе электронного обучения ННГУ – https://e-learning.unn.ru/.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.
Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ по направлению 01.03.01 Математика.

Автор А.В. Калинин

Рецензент

Заведующий кафедрой А.В.Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 01.12.2021 №2.