

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Введение в эмпирическое моделирование сложных динамических систем

Уровень высшего образования  
Магистратура

---

Направление подготовки / специальность  
03.04.02 - Физика

---

Направленность образовательной программы  
Общая и прикладная физика

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.03.07 Введение в эмпирическое моделирование сложных динамических систем относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-3: Способен свободно владеть разделами физики, необходимыми для решения научно-инновационных задач, и применять результаты научных исследований в инновационной и проектной деятельности	ПК-3.1: Демонстрация способности свободно владеть разделами физики, необходимыми для решения научно-инновационных задач, и применять результаты научных исследований в инновационной и проектной деятельности	ПК-3.1: Знать общий подход к глобальной реконструкции детерминированных динамических систем; знать принципы и методы отбора моделей, с наибольшей вероятностью соответствующих реконструируемой системе. Уметь применять полученные знания для решения научно-инновационных задач; уметь применять результаты научных исследований в инновационной и проектной деятельности. Владеть навыками решения задач реконструкции оператора эволюции по временным рядам.	Расчетно-графическая работа	Зачёт с оценкой: Контрольные вопросы Расчетно-графическая работа

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
<b>- занятия лекционного типа</b>	<b>16</b>

- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0 Зачёт с оценкой

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Что такое эмпирическое моделирование и зачем оно нужно. Сложные динамические системы как объекты эмпирического моделирования.	10	2	2	4	6
Тема 2. Общий подход к глобальной реконструкции детерминированных динамических систем. Фазовые координаты с задержкой. Минимальная размерность вложения.	12	3	3	6	6
Тема 3. Основные особенности данных, порожденных природными системами. Оператор эволюции в форме неавтономной случайной динамической системы.	12	3	3	6	6
Тема 4. Многозначность решения задачи реконструкции оператора эволюции по временным рядам. Принцип и методы отбора моделей, с наибольшей вероятностью соответствующих реконструируемой системе. Байесов подход к эмпирической реконструкции оператора эволюции.	14	3	3	6	8
Тема 5. Методы декомпозиции высокоразмерных данных наблюдений как способ выбора переменных эмпирической модели. Учет известных свойств исследуемой системы при выборе метода декомпозиции данных.	12	3	3	6	6
Тема 6. Примеры эмпирической реконструкции природных систем.	11	2	2	4	7
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	72	16	16	33	39

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Что такое эмпирическое моделирование и зачем оно нужно. Сложные динамические системы как объекты эмпирического моделирования.

Тема 2. Общий подход к глобальной реконструкции детерминированных динамических систем. Фазовые координаты с задержкой. Минимальная размерность вложения.

Тема 3. Основные особенности данных, порожденных природными системами. Оператор эволюции в форме неавтономной случайной динамической системы.

Тема 4. Многозначность решения задачи реконструкции оператора эволюции по временным рядам.

Принцип и методы отбора моделей, с наибольшей вероятностью соответствующих реконструируемой системе. Байесов подход к эмпирической реконструкции оператора эволюции.

Тема 5. Методы декомпозиции высокоразмерных данных наблюдений как способ выбора переменных эмпирической модели. Учет известных свойств исследуемой системы при выборе метода декомпозиции данных.

Тема 6. Примеры эмпирической реконструкции природных систем.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

а) основная литература:

1) Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с. ISBN 5-94409-045-6.

2). Andrew Gelman, John Carlin, Hal Stern, Donald Rubin, David Dunson, and Aki Vehtari. Bayesian Data Analysis. Third edition (with errors fixed as of 2 November 2021).

<https://users.aalto.fi/~ave/BDA3.pdf>

3) Jolliffe I.T., Cadima J. 2016 Principal component analysis: a review and recent developments. Phil. Trans. R. Soc. A 374: 20150202. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2015.0202> .

б) дополнительная литература:

Martin Osvaldo A, Kumar Ravin; Lao Junpeng Bayesian Modeling and Computation in Python Boca Ratón, 2021. ISBN 978-0-367-89436-8

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа) для оценки сформированности компетенции ПК-3:**

Тема «Динамические системы и бифуркации»

**Задача 1 «Отображение Пуанкаре».** Рассмотрим систему с непрерывным временем вида

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -2\delta y - \omega_0^2 x, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\delta, \omega_0 > 0$ ,  $\omega_0^2 > \delta^2$ . Показать, что траектории системы порождают одномерное точечное отображение полупрямой  $N = \{y = 0, x \leq 0\}$  на себя.

**Задача 2 «Основные бифуркации одномерных отображений».** Исследовать динамику следующих отображений в зависимости от параметров:  $x_{n+1} = \lambda + x_n - x_n^2$  (седлоузловая бифуркация),  $x_{n+1} = \lambda x_n \pm x_n^3$  (бифуркация «вилка»),  $x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n)$  (бифуркация удвоения периода).

Тема «Байесовские методы машинного обучения»

### Матричное и векторное дифференцирование

Пусть  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_i, \dots]^T$ ,  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_j, \dots]^T$  - вектора столбцы,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  - матрицы (и вектора и матрицы могут иметь разную размерность). Тогда под производной скалярной функции  $f(\mathbf{x})$  по вектору  $\mathbf{x}$  понимается вектор  $\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = [\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i}, \dots]^T$ . Под производной скалярной функции  $f(\mathbf{C})$  по матрице  $\mathbf{C}$  понимается матрица  $(\frac{\partial f(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}})_{i,j} = \frac{\partial f(\mathbf{C})}{\partial c_{i,j}}$ . Справедливы следующие соотношения:

1.  $\frac{\partial \mathbf{x}^T \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{y}^T \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{y}$
2.  $\frac{\partial \mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} = (\mathbf{C} + \mathbf{C}^T) \mathbf{x}$
3.  $\frac{\partial \mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{y}}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{x} \mathbf{y}^T$ ,  $\frac{\partial \mathbf{x}^T \mathbf{D}^T \mathbf{y}}{\partial \mathbf{D}} = \mathbf{y} \mathbf{x}^T$
4.  $\frac{\partial \ln \det \mathbf{C}}{\partial \mathbf{C}} = (\mathbf{C}^{-1})^T = (\mathbf{C}^T)^{-1}$
5.  $\det \mathbf{C}^{-1} = (\det \mathbf{C})^{-1}$
6.  $\frac{\partial \mathbf{x}^T \mathbf{C}^T \mathbf{D} \mathbf{C} \mathbf{x}}{\partial \mathbf{C}} = (\mathbf{D} + \mathbf{D}^T) \mathbf{C} \mathbf{x} \mathbf{x}^T$

### Формула Байеса и функция правдоподобия

Рассмотрим временной ряд данных  $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ , который представляет собой набор векторов  $\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^D$ , каждый из которых содержит измерения некоторой физической величины в один из  $N$  эквидистантных моментов времени  $t_1, \dots, t_N$ . Предположим, что в основе этих данных лежит некоторая модель, которая характеризуется набором параметров  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^M$ . Будем трактовать наблюдаемые данные и параметры модели как случайные величины и рассмотрим плотность их совместного распределения  $p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu})$ . По формуле Байеса имеем  $p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\mu}) = p(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})p(\boldsymbol{\mu}) = p(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{X})p(\mathbf{X})$  и:

$$p(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{X}) = \frac{p(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})p(\boldsymbol{\mu})}{p(\mathbf{X})} = \frac{p(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})p(\boldsymbol{\mu})}{\int p(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})p(\boldsymbol{\mu})d\boldsymbol{\mu}}. \quad (1)$$

Здесь  $p(\boldsymbol{\mu}|\mathbf{X})$  - апостериорное (после опыта) распределение параметров модели,  $p(\boldsymbol{\mu})$  - априорное (до опыта) распределение параметров модели,  $p(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})$  - правдоподобие (функция правдоподобия) модели, которая характеризует вероятность получения наблюдаемой выборки данных  $\mathbf{X}$  с помощью данной модели в зависимости от значений ее параметров  $\boldsymbol{\mu}$ .

**Задача 1 «Многомерное нормальное распределение».** Предположим, что вектора данных  $\mathbf{x}_n$  в каждый момент времени являются независимыми случайными реализациями многомерного нормального распределения со средним  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^D$  и ковариационной матрицей  $\mathbf{C}$  размера  $D \times D$ :

$$p(\mathbf{x}_n|\boldsymbol{\mu}) = P_{\mathcal{N}}(\mathbf{x}_n|\mathbf{b}, \mathbf{C}) := \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^D \det \mathbf{C}}} \exp \left( -\frac{1}{2}(\mathbf{x}_n - \mathbf{b})^T \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{x}_n - \mathbf{b}) \right). \quad (2)$$

Написать функцию правдоподобия такой модели. Найти значения параметров, соответствующих ее максимуму. Показать, что полученные оценки параметров являются несмещенными и состоятельными.

**Критерии оценивания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-3

1. Определение динамической системы и фазового пространства. Аттрактор, устойчивость, бифуркации. Вложение, способы оценки размерности множества.
2. Теоретические основы редукции размерности фазового пространства. Случайные динамические системы, различные представления, бифуркации в таких системах. Форма дискретной динамической системы с памятью.
3. Байесов подход к обучению модели динамической системы. Ценовая функция, структурные параметры, байесова оптимизация.
4. Динамический шум и шум измерений. Какую роль они играют при построении ценовой функции. Примеры.
5. Практические методы отбора оптимальных моделей и анализа неопределенностей оценок, даваемых моделями.
6. Редукция размерности фазового пространства на основе методов главных компонент. Эмпирические ортогональные функции и некоторые из обобщения.
7. Нелинейные методы разложения данных -- методы главных многообразий. Подходы, численные методы и проблемы.
8. Методы разложения, акцентированные на разделение временных масштабов: линейные динамические моды, анализ сингулярного спектра, разложение по среднему времени предсказуемости.
9. Учет внешних воздействий в эмпирических моделях, анализ обоснованности выводов о наличии таких воздействий.

10. Прогноз бифуркаций и анализ неопределенности прогностических оценок.

**Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа) для оценки сформированности компетенции ПК-3

**Правила** В некоторых задачах требуется проводить численные эксперименты, строить графики и т.д. Можно использовать любые компьютерные средства, которые вам известны (мы рекомендуем свободный для использования Python). Решение должно быть оформлено аккуратно со всеми необходимыми пояснениями, графиками и т.д. (возможен набор решения на языке LaTeX и его сдача в формате PDF). Рекомендуемая литература: В.И. Некоркин «Лекции по основам теории колебаний», Г. Шустер «Детерминированный хаос».

**Задача 1 «Recharge oscillator».** (30 баллов) Рассмотрим простейшую концептуальную модель колебания Эль-Ниньо

$$\begin{cases} \frac{dT_E}{dt} = RT_E + \omega_0 h_w + bT_E^2 - cT_E^3, \\ \frac{dh_w}{dt} = -r h_w - \omega_0 T_E. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь все параметры считаются положительными. Переменные  $T_E, h_w$  описывают динамику аномалий температуры поверхности и глубины залегания термоклина в восточной и западной части экваториального Тихого океана соответственно.

1. (5 баллов) Найти состояния равновесия системы и определить их тип. Отдельно рассмотреть случаи (1)  $c = 0$ , (2)  $b = 0$ , (3)  $b, c \neq 0$  ( $R, r, \omega_0$  во всех случаях считать не равными 0).
2. (5 баллов) Нарисовать (ручкой на бумаге с помощью метода изоклин, либо на компьютере численно проинтегрировав систему) фазовый портрет системы при (1)  $b, c = 0$ , (2)  $c = 0$ , (3)  $b = 0$ .
3. (10 баллов) Описать (хотя бы какие-нибудь) возможные бифуркации в системе в зависимости от параметров  $R, r, \omega_0, b, c$ .
4. (10 баллов) Найти условия при которых в системе происходит бифуркация Андронова-Хопфа. Выразить амплитуду предельного цикла через параметры системы. (**Указание:** можно использовать замену Ван-дер-Поля  $z = h_w + iT_E = B(t) \exp(i\omega_0 t)$  и получить укороченное уравнение для квадрата модуля медленной амплитуды  $B(t)$  в первом приближении. Параметр  $b$  считать равным 0).

**Задача 2** (20 баллов)

1. (10 баллов) Получить условия для основных бифуркаций в отображении  $x_{n+1} = 1 + ax_n^2 + bx_n^4$ .
2. (10 баллов) Рассмотрим логистическое отображение  $x_{n+1} = f(x_n)$ , где  $f(x_n) = \lambda x_n(1 - x_n)$ . С помощью компьютера изобразить двукратно проитерированную функцию  $x_{n+2} = f(f(x_n))$ . Как изменяется эта функция при изменении параметра  $\lambda$ ? Какая бифуркация происходит в двукратно проитерированном отображении в тот момент, когда в исходном отображении происходит бифуркация удвоения периода?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные

Оценка	Критерии оценивания
	задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Метод главных компонент : учебное пособие / Ибяттов Р. И., Киселева Н. Г., Валиев А. А., Зиннатуллина А. Н. - Казань : КГАУ, 2019. - 72 с. - Книга из коллекции КГАУ - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=798462&idb=0>.
2. Бурланков Дмитрий Евгеньевич. Применение метода Байеса в обработке экспериментальных данных : учеб. пособие / Горьк. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - Горький : ГГУ, 1981. - 47 с. : ил. - 0.10., 2 экз.
3. Ефимов Вадим Михайлович. Анализ и прогноз временных рядов методом главных компонент /

отв. ред. Ю. С. Равкин ; АН СССР, Сиб. отд-ние, Биол. ин-т, ВАСХНИЛ, Сиб. отд-ние. Сиб. НИИ земледелия и химизации сел. хоз-ва. - Новосибирск : Наука, Сиб. отд-ние, 1988. - 68, [2] с. : ил. - 0.80., 1 экз.

4. Системы с запаздыванием (реконструкция моделей и их приложение) / Пономаренко В. И., Прохоров М. Д., Караваев А. С., Безручко Б. П. - Саратов : СГУ, 2016. - 328 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции СГУ - Математика. - ISBN 978-5-292-04383-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=728646&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Дубров Абрам Моисеевич. Обработка статистических данных методом главных компонент. - М. : Статистика, 1978. - 135 с. : ил. - (Математическая статистика для экономистов). - 0.40., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1). Andrew Gelman, John Carlin, Hal Stern, Donald Rubin, David Dunson, and Aki Vehtari. Bayesian Data Analysis. Third edition (with errors fixed as of 2 November 2021).

<https://users.aalto.fi/~ave/BDA3.pdf>

2) Jolliffe I.T., Cadima J. 2016 Principal component analysis: a review and recent developments. Phil. Trans. R. Soc. A 374: 20150202. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2015.0202> .

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории. Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.04.02 - Физика.

Автор(ы): Фейгин Александр Маркович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник.

Заведующий кафедрой: Викторов Михаил Евгеньевич, кандидат физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 31.01.2025, протокол № 2.