МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

.

УТВЕРЖДЕНО
президиумом Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Вероятностные модели
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
Бакалавриат
(*бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика
(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Прикладная математика и информатика (общий профиль)
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
Очная
(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород
2022 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части.

Код дисциплины **Б1.О.20.**

№ варианта	**Место дисциплины в учебном плане образовательной программы**	**Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД**
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина **Б1.О.20 «Вероятностные модели»** относится к обязательной части ООП направления подготовки *01.03.02 Прикладная математика и информатика».*

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции**		**Наименование оценочного средства**
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	**Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1*:* *Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности*	***ОПК-1.1****.:* *Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук*	***Знать:*** *- базовое задание и классификацию реальных экспериментов;* *- основные принципы отличия детерминированных, полудетерминированных и случайных экспериментов;* *- основные понятия и предмет теории вероятностных моделей.* *Понимать прикладные и математические особенности статистически устойчивых экспериментов.*	*Собеседование*
	ОПК-1.2*.: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять*	***Уметь:*** *- анализировать и использовать основы знаний вероятностного моделирования для формирования мировоззренческой позиции на случайные эксперименты;* *- применять методы построения теоретико-множественных моделей*	*Тест*

	выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	*стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов*; *- решать парадоксы при построении теоретико-множественных моделей статистически устойчивых экспериментов*.	
	ОПК-1.3.: *Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности*	***Владеть***: *- различными приемами и практикой построения теоретико-множественных моделей стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов*; *- основными приёмами доказательств свойств теоретико-множественных моделей стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов*.	*Задачи и задания, контрольная работа*
ОПК-3: *Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности*	***ОПК-3.1***.: *Знает математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности и методы их модификации*	***Знать:*** *- на интуитивном и формальном уровне следующих понятий*: *эксперимент, множество условий проведения эксперимента, множество результатов эксперимента, множество элементарных исходов, множество наблюдаемых исходов, регулярность случайных экспериментов;* *- типы вероятностных моделей статистически устойчивых априорных и условных экспериментов*.	*Собеседование*
	ОПК-3.2.: *Умеет использовать, анализировать и модифицировать математические модели в современном естествознании и*	***Уметь***: *- самостоятельно с помощью информационных технологий приобретать и использовать новые знания в практической деятельности к разработке имитационных моделей случайных экспериментов;* *-проводить классификацию случайных*	*Тест*

	технике	*событий и операций над ними;* *- определять вероятности случайных событий на интуитивном уровне;* *- понимать отношение между априорным и условным экспериментами;* *- отличать свойства условных и безусловных вероятностей;* *- самостоятельно с помощью информационных технологий приобретать и использовать новые знания в практической деятельности к разработке имитационных моделей случайных экспериментов.*	
	***ОПК-3.3.**: Имеет практический опыт применения математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности*	***Владеть:*** *- методами вычисления вероятности случайных событий для классических экспериментов;* *-техникой определения вероятности случайных событий для статистически устойчивых экспериментов произвольной природы;* *-практикой построения вероятностных моделей статистически устойчивых условных экспериментов.*	*Задачи и задания, контрольная работа*

3. Структура и содержание дисциплины «Вероятностные модели»

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	**2 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**72**
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа): **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- занятия лабораторного типа** **- текущий контроль (КСР)**	**33** **16** **16** **0** **1**
самостоятельная работа	**39**

Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	**Всего (часы)**	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				**Самостоятельная работа обучающегося, часы**
		Занятия лекционного типа	**Занятия семинарского типа**	**Занятия лабораторного типа**	**Всего**	
Тема 1. Методы построения теоретико-множественной модели случайных экспериментов. Основные понятия при построении теоретико-множественной модели случайных экспериментов. Задание реальных экспериментов. Статические и эволюционные эксперименты. Классификация реальных экспериментов. Предмет теории вероятностей с точки зрения построения вероятностных моделей статистически устойчивых экспериментов. Свойство регулярности случайных экспериментов, их допустимые и элементарные исходы. Случайные события, их классификация и операции над ними. Основные законы теоретико-множественных операций над событиями. Теоретико-множественная модель статистически устойчивых экспериментов и σ-алгебра наблюдаемых событий. Примеры и интерпретация простейших σ-алгебр наблюдаемых событий случайного эксперимента.	18	4	4		8	10
Тема 2. Вероятностные модели классических случайных экспериментов. Понятие вероятности на интуитивном уровне. Отношение правдоподобия между случайными событиями и субъективное измерение шанса появления случайного события. Классическое определение вероятности и различные способы построения вероятностных моделей для опытов с конечным множеством равновозможных элементарных исходов. Геометрические вероятности и построение вероятностных моделей для случайных экспериментов с несчётным множеством равновозможных элементарных исходов.	18	4	4		8	10
Тема 3. Вероятностные модели произвольных случайных экспериментов. Свойства относительной частоты появления события и эмпирический подход к приближенному вычислению вероятности исходов случайных экспериментов. Аксиоматическое определение вероятностной функции, и её простейшие свойства. Подход Колмогорова к построению общей вероятностной модели статистически устойчивых экспериментов. Обоснование парадоксов при построении вероятностных моделей классических экспериментов с помощью подхода Колмогорова.	18	4	4		8	10

Тема 4. Вероятностные модели условных случайных экспериментов. Понятие об условном эксперименте. Определение условной вероятности и его обоснование. Построение унифицированной и локализованной вероятностных моделей условных экспериментов. Теорема умножения и математическое описание независимости случайных событий. Формула полной вероятности и теорема Байеса. Вероятностная модель схемы независимых испытаний Бернулли. Приближенные формулы для биномиальных вероятностей.	17	4	4		8	9
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	**72**	**16**	**16**		**33**	**39**

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках приведённого списка примерных вопросов по темам для самостоятельной работы и занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачёт).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Вероятностные модели» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, решение домашних заданий и подготовку к зачету. Для самоконтроля у студента имеется возможность удаленного тестирования по дистанционному лекционному курсу «Вероятностные модели». В процессе изучения дисциплины «Вероятностные модели» используются учебно-методический комплекс и дистанционный учебный материал по дисциплине, разработанные в Учебно-научном центре прикладной теории вероятностей. Лекции ориентированы на изложение и объяснение студентам научной информации, подлежащей осмыслению и запоминанию. При проведении лекций используются следующие приемы: 1) лекция-информация; 2) диалог с аудиторией; 3) лекция с рассмотрением парадоксов; 4) дискуссионные проблемы; 5) лекция по предварительному разбору прочитанного материала; 6) лекция по постановке задач. Основные методические инновации и образовательные технологии при изучении этой дисциплины связаны с применением интерактивных методов обучения, которые предполагают такую организацию учебного процесса, при которой практически все студенты оказываются вовлеченными в процесс познания, имеют возможность понимать и рассуждать по поводу того, что они знают и думают. Такой процесс обучения занимает 10% лекций. При этом идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Самостоятельная работа студентов происходит в форме выполнения домашних заданий по дисциплине, реализующих процедуры построения вероятностных моделей статистически устойчивых случайных экспериментов. Самостоятельная работа контролируется преподавателем, как во время аудиторных занятий, так и во время внеаудиторной работы, в том числе с использованием консультаций по электронной почте.

Предусмотрены консультации по курсу, проводимые преподавателем. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам и монографиям, указанным в списке литературы, в решении практических задач, ответов на вопросы самоконтроля.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс (Вероятностные модели https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=248), , созданный в системе электронного обучения ННГУ - https://e-learning.unn.ru/.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	**неудовлетворительно**	**удовлетворительно**	**хорошо**	**очень хорошо**	**отлично**	**превосходно**
	Не зачтено		**Зачтено**				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
Умения	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

	обучающегося от ответа	грубые ошибки.	недочетами.	недочетами	недочетов.		

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения по дисциплине «Вероятностные модели»

5.2.1. Контрольные вопросы для подготовки к зачёту по дисциплине «Вероятностные модели»

Вопросы	*Код формируемой компетенции*
1. Привести примеры статистически устойчивых экспериментов, на которых проиллюстрировать способы выбора элементарных исходов (**тема 1**).	ОПК-1
2. В урне находятся черные и белые шарики. Если из урны последовательно и без возвращения наудачу извлекается два шарика, то вероятность того, что они оба будут белыми, оказывается равна 1/2. Найти минимально возможное число шариков в такой урне (**тема 2**).	ОПК-3
3. В системе координат XOY нарисованы прямоугольник $\Pi = \{(x, y): -2 \le x \le 2, -3 \le y \le 4\}$, квадрат $K = \{(x, y): 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$ и фигура Ф, ограниченная линиями: $y = x^2$, $y = 4$. В прямоугольник наудачу ставится точка. Построить вероятностную модель $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}(\bullet))$ опыта и найти вероятность того, что она попадет либо на квадрат K, либо на фигуру Ф (**тема 3**).	ОПК-1

4. Партия из 50 транзисторов, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. Схема проверки такова, что в любом транзисторе, независимо от других, с вероятностью 0.9 обнаруживается дефект (если он есть), и существует вероятность того, что исправный транзистор будет признан дефектным, равная 0.05. Из партии случайным образом, друг за другом, без возвращения отобрали два транзистора. Найти вероятность того, что только первый из них будет признан дефектным(**тема 4**).	ОПК-3
5. Участок электрической цепи содержит 2 блока. Первый блок состоит из одного элемента. Вероятность выхода его из строя за время T равна 0.4. Второй блок состоит из двух элементов, соединенных между собой параллельно. Вероятности выхода их из строя за время T равны 0.1 и 0.2 соответственно. Блоки соединены между собой последовательно. За время T произошел разрыв цепи на данном участке. Найти вероятность того, что при этом отказал только элемент первого блока. Считать, что элементы выходят из строя независимо друг от друга(**тема 4**).	ОПК-1

5.2.2. Типовые тестовые задания по дисциплине «Вероятностные модели», которые необходимы для оценки сформированности компетенции

Задания	***Код формируемой компетенции***
1. Производится три выстрела по мишени. Пусть A_1 — попадание в мишень при первом выстреле, A_2 — при втором выстреле, A_3 — при третьем выстреле, A — ровно одно попадание. Выразить событие A через события A_1 A_2 и A_3 (**тема 1**).	ОПК-1
2. Сформулировать основной закон комбинаторики (правило умножения). Дать определения и доказать основные формулы для сочетаний, размещений, перестановок, сочетаний с повторениями, размещений с повторениями (**тема 2**).	ОПК-3
3. Два судна должны подойти к одному и тому же причалу. Их появления суть независимые случайные события, равновозможные в течение суток. Найти вероятность того, что одному из судов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого судна равно одному часу, а второго равно двум часам (**тема 2**).	ОПК-1
4. В крупный маркет с 13 до 15 часов, равновозможно в любой момент времени из этого интервала, должны подойти два фургона с продуктами. В зависимости от ситуации первый из них может занимать место разгрузки либо 30 минут с вероятностью 0.4, либо 45 минут с вероятностью 0.6. Построить вероятностную модель $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}(\bullet))$ этого опыта и определить вероятность того, что второму фургону придется ожидать освобождения места разгрузки, но не более 15 минут (**тема 3**).	ОПК-1
5. Имеется 5 каналов связи первого типа, 2 канала связи второго типа и 3 канала	ОПК-3

связи третьего типа. Вероятность правильной передачи по каждому каналу первого типа равна 0.8, второго типа − 0.7, и третьего типа − 0.9. Наудачу выбран канал и по нему передано 4 сообщения. Найти вероятность того, что правильно передано ровно 2 сообщения (**тема 4**).	

5.2.3. Типовые задачи по дисциплине «Вероятностные модели», которые необходимы для оценки сформированности компетенции

Задачи:	***Код формируемой компетенции***
1. Привести примеры статистически устойчивых классических экспериментов, на которых проиллюстрировать различные способы выбора элементарных исходов (**тема 1**).	ОПК-1
2. Производится три выстрела по мишени. Пусть A_1 — попадание в мишень при первом выстреле, A_2 — при втором выстреле, A_3 — при третьем выстреле, A — ровно одно попадание. Выразить событие A через события A_1 A_2 и A_3 (**тема 1**).	ОПК-1
3. Подбрасывается монета до первого выпадения герба (орла) с помощью некоторого механизма, обеспечивающего произвольное вращение монеты в воздухе и ее непреднамеренное падение на поверхность стола. Назвать для этого эксперимента достоверное событие, некоторое элементарное событие и невозможное событие. Показать, что появление решетки не более трех раз является случайным событием (**тема 1**).	ОПК-1, ОПК-3
4. Сформулировать основной закон комбинаторики (правило умножения). Дать определения и доказать основные формулы для сочетаний, размещений, перестановок, сочетаний с повторениями, размещений с повторениями (**тема 2**).	ОПК-1
5. Два парохода должны в течение суток подойти к одному и тому же причалу. Найти вероятность того, что они не помешают друг другу, если время стоянки каждого три часа (**тема 2**).	ОПК-3
6. Слово «вероятность» разрезали на отдельные буквы. Карточки с буквами перемешали и наудачу выложили в ряд. Построить вероятностную модель (Ω, $\mathscr{F}$, $\mathbf{P}(\bullet)$) этого опыта и найти вероятность появления слова «вероятность» (**тема 3**).	ОПК-1, ОПК-3
7. Два судна должны подойти к одному и тому же причалу. Их появления суть независимые случайные события, равновозможные в течение суток. Построить вероятностную модель (Ω, $\mathscr{F}$, $\mathbf{P}(\bullet)$) этого опыта и найти вероятность того, что одному из судов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого судна равно одному часу, а второго равно двум часам (**тема 3**).	ОПК-1, ОПК-3
8. В урне находится 4 белых и 6 черных шаров. Вынимают последовательно	ОПК-1,

(без возврата) три шара. Построить вероятностную модель (Ω, $\mathscr{F}$, $\mathbf{P}(\bullet)$) этого опыта и определить вероятность того, что третий шар будет белым (**тема 3**).	ОПК-3
9. По крейсеру выпустили независимо три торпеды, и он затонул. Вероятность попадания каждой из них равна 0,2. При попадании одной торпеды вероятность гибели крейсера равна 0,1; при двух — 0,3, а при трех — 0,7. Определить наиболее вероятное число попаданий (**тема 4**).	ОПК-1, ОПК-3
10. В урне находятся черные и белые шарики. Если из урны последовательно и без возвращения наудачу извлекается два шарика, то вероятность того, что они оба будут белыми, оказывается равна 1/2. Определить минимально возможное число шариков в такой урне (**тема 4**).	ОПК-1, ОПК-3

5.2.4. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций ОПК-1 и ОПК-3, выносимые на зачёт по дисциплине «Вероятностные модели»

1. Тип — проверка ответов.

Из игральной колоды, в которой r карт, а валет, дама и король являются фигурами, вынимаются наудачу две карты. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(r))$ того, что вынуты две фигуры при: 1) $r = 36$; 2) $r = 37$; 3) $r = 52$.

Ответ для задачи 1): вероятность $\mathbf{P}(A(36)) = 11/105$;

ответ для задачи 2): вероятность $\mathbf{P}(A(37)) = 11/111$;

ответ для задачи 3): вероятность $\mathbf{P}(A(52)) = 11/221$.

2. Тип — проверка ответов.

Бросают один раз три игральные разноцветные кости. Пусть события A_1, A_2 и A_3 означают выпадение три различных числа очков на гранях костей, суммы очков 11 и суммы очков 12 соответственно. Вычислить вероятности: 1) $\mathbf{P}(A_1)$; 2) $\mathbf{P}(A_2)$; 3) $\mathbf{P}(A_3)$.

Ответ для задачи 1): вероятность $\mathbf{P}(A_1) = 5/9$;

ответ для задачи 2): вероятность $\mathbf{P}(A_2) = 1/8$;

ответ для задачи 3): вероятность $\mathbf{P}(A_3) = 25/216$.

3. Тип — проверка ответов.

В некоторой точке K электрического провода MN длиной L произошёл разрыв. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(L, l))$ того, что точка K удалена от точки M на расстояние не менее l при 1) $L = = 10$, $l = 5$; 2) при $L = 20$, $l = 9$; 3) при $L = 15$, $l = 8$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A(10, 5)) = 1/2$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A(20, 10)) = 11/20$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A(15, 8)) = 7/15$.

4. Тип — проверка ответов.

Два парохода прибывают к одному причалу, причём время прихода каждого из пароходов равновозможно в течение суток. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(r, q))$ того, что ни одному из пароходов не придётся ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода составляет r часов, а второго — q, где 1) $r = 1$, $q = 2$; 2) $r = 2$, $q = 3$; 3) $r = 3$, $q = 4$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A(1, 2)) \approx 0{,}879$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A(2, 3)) \approx 0{,}802$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A(3, 4)) \approx 0{,}730$.

5. Тип — проверка ответов.

Стержень длины l разломали в двух наудачу выбранных точках на три части. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(l))$ того, что из полученных частей можно составить треугольник, где 1) $l = 1$; 2) $l = 2$; 3) $l = 3$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A(1)) = 0{,}25$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A(2)) = 0{,}25$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A(3)) = 0{,}25$.

6. Тип — проверка ответов.

Радиосигналы по одному от каждой из двух станций поступают на видео экран в любой промежуток времени длительностью L. На экране появляется отметка, если разность между моментами поступления будет меньше l. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(L, l))$ появления отметки, где 1) $L = 11$, $l = 1$; 2) $L = 22$, $l = 2$; 3) $L = 13$, $l = 3$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A(11, 1)) =21/121$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A(22, 2)) = 21/121$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A(13, 3)) = 69/169$.

7. Тип — проверка ответов.

На окружности радиуса r наугад выбрано две точки. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(r))$ того, что расстояние между ними превысит величины $\sqrt{3}\,r$, где 1) $r = 1$; 2) $r = 2$; 3) $r = 3$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A(1)) = 1/3$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A(2)) = 1/3$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A(3)) = 1/3$.

8. Тип — проверка ответов.

Лодка перевозит груз с одного берега реки на другой за один час. Курс байдарки перпендикулярен курсу лодки. С лодки обнаруживают байдарку в случае, когда пересекают её курс не ранее, чем за r мин до пересечения байдаркой курса лодки, и не позднее, чем через r мин после пересечения байдаркой курса лодки. Любой момент и любое место пересечения байдаркой курса лодки равновозможны. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(r))$ того, что идущее по течению реки байдарка будет замечена, если 1) r = 20 мин; 2) r = 25 мин; 3) 30 мин.

Ответ для задачи 1: $\mathbf{P}(A(\mathrm{r})) = 5/9$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A(2)) = 95/144$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A(3)) = 3/4$.

9. Тип — проверка ответов.

Сигналы поступают от двух станций обнаружения цели на экран в промежутке длительностью L. Цель фиксируется, если разность между моментами поступления сигналов меньше l. Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A(L, l))$ того, что цель будет не обнаружена, где 1) $L = 11$, $l = 1$; 2) $L = 22$, $l = 2$; 3) $L = 13$, $l = 3$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A(1)) = 100/121$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A(2)) = 100/121$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A(3)) = 100/169$.

10. Тип — проверка ответов.

Вычислить вероятность $\mathbf{P}(A\,\Delta\,B)$, если 1) $\mathbf{P}(A) = 1/4$, $\mathbf{P}(B) = 1/3$, $\mathrm{P}(A \cap B) = 1/12$; 2) $\mathbf{P}(A) = 1/5$, $\mathbf{P}(B) = 1/4$, $\mathrm{P}(A \cap B) = 1/14$; 3) $\mathrm{P}(A) = 1/6$, $\mathbf{P}(B) = 1/5$, $\mathrm{P}(A \cap B) = 1/16$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A\,\Delta\,B) = 5/12$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(A\,\Delta\,B) = 43/140$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}(A\,\Delta\,B) = 29/120$.

11. Тип — одиночный выбор.

Определите теорему сложения для событий A, B и C.

- Теорема сложения имеет вид $\mathbf{P}(A \cup B \cup C) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) - \mathbf{P}(A \cap B) - \mathbf{P}(A \cap C) - \mathbf{P}(B \cap C) - \mathbf{P}(A \cap B \cap C)$.
- Теорема сложения имеет вид $\mathbf{P}(A \cup B \cup C) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) - \mathbf{P}(A \cap B) - \mathbf{P}(A \cap C) - \mathbf{P}(B \cap C) + \mathbf{P}(A \cap B \cap C)$.
- Теорема сложения имеет вид $\mathbf{P}(A \cup B \cup C) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) + \mathbf{P}(A \cap B) + \mathbf{P}(A \cap C) + \mathbf{P}(B \cap C) - \mathbf{P}(A \cap B \cap C)$.

12. Тип — одиночный выбор.

Определите верное соотношение для событий A, B и C.

- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(A \cup B \cup C) \geq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) - \mathbf{P}(A \cap B \cap C)$.
- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(A \cup B \cup C) \geq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) - \mathbf{P}(A \cap B) - \mathbf{P}(A \cap C)$.
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(A \cup B \cup C) \leq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C)$.

13. Тип — множественный выбор.

Пусть $A_i \in \mathscr{F}$ для всех $i = 1, 2, \dots$ Определите верные соотношения для событий A_1, A_2, …

- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i) \leq \sum\limits_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}(A_i)$.
- Рассматривается соотношение

$$\mathbf{P}(\bigcup_{i=1}^{m} A_i) = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{P}(A_i) - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq m}^{m} \mathbf{P}(A_{i_1} \cap A_{i_2}) +$$

$$+ \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq m}^{m} \mathbf{P}(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap A_{i_3}) - \dots + (-1)^{m-1} \mathbf{P}(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m).$$

- Рассматривается соотношение

$$\mathbf{P}(\bigcup_{i=1}^{m} A_i) \leq \sum_{i=1}^{m} \mathbf{P}(A_i) - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq m}^{m} \mathbf{P}(A_{i_1} \cap A_{i_2}).$$

- Рассматривается соотношение

$$\mathbf{P}(\bigcup_{i=1}^{m} A_i) = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{P}(A_i) - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq m}^{m} \mathbf{P}(A_{i_1} \cap A_{i_2}) + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq m}^{m} \mathbf{P}(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap A_{i_3}).$$

14. Тип — одиночный выбор.

Пусть $A_i \in \mathscr{F}$ и $A_i \supset A_{i+1}$ для всех $i = 1, 2, \dots$ Определите верное соотношение для событий A_1, A_2, …

- Рассматривается соотношение $\lim\limits_{i \to \infty} \mathbf{P}(A_i) = \mathbf{P}(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i)$.
- Рассматривается соотношение $\lim\limits_{i \to \infty} \mathbf{P}(A_i) = \mathbf{P}(\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i) + \mathbf{P}(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i)$.
- Рассматривается соотношение $\lim\limits_{i \to \infty} \mathbf{P}(A_i) = \mathbf{P}(\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i)$.

15. Тип – одиночный выбор.

Пусть $A_i \in \mathscr{F}$ и $A_i \subset A_{i+1}$ для всех $i = 1, 2, \dots$ Определите верное соотношение для событий A_1, A_2, …

- Рассматривается соотношение $\lim\limits_{i \to \infty} \mathbf{P}(A_i) = \mathbf{P}(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i)$.
- Рассматривается соотношение $\lim\limits_{i \to \infty} \mathbf{P}(A_i) = \mathbf{P}(\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i)$.

- Рассматривается соотношение $\lim_{i\to\infty} \mathbf{P}(A_i) = \mathbf{P}(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i) + \mathbf{P}(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i)$.

16. Тип — одиночный выбор.

Определите верное утверждение.

- Систем аксиом Колмогорова противоречива.
- Систем аксиом Колмогорова полна.
- Систем аксиом Колмогорова непротиворечива и неполна.

17. Тип — проверка ответов.

Наудачу бросается игральная кость. Пусть A — выпадение чётного числа очков, и B — выпадение числа очков, меньшего трёх. Вычислить вероятности $\mathbf{P}(A \mid B)$, $\mathbf{P}(B \mid A)$ и $\mathbf{P}((A \backslash B) \mid B)$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A \mid B) = 1/2$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(B \mid A) = 1/3$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}((A \backslash B) \mid B) = 0$.

18. Тип — проверка ответов.

Две игральные кости наудачу бросают один раз. Пусть A — выпадение простой суммы и B — выпадение суммы очков больше пяти. Вычислить вероятности $\mathbf{P}(A \mid B)$, $\mathbf{P}(B \mid A)$ и $\mathbf{P}((A/B) \mid A)$.

Ответ для задачи 1): $\mathbf{P}(A \mid B) = 4/13$;

ответ для задачи 2): $\mathbf{P}(B \mid A) = 8/15$;

ответ для задачи 3): $\mathbf{P}((A \backslash B) \mid A) = 7/15$.

19. Тип — одиночный выбор.

Из колоды в 36 карт, последовательно вынуты две карты. Пусть событие A означает, что вторая карта есть туз, а событие B означает, что первая карта есть туз. Определите верное значение вероятности $\mathbf{P}(A|B)$ того, что вторая карта — туз, если первоначально был, вынут туз.

- Вероятность $\mathbf{P}(A \mid B) = 1/105$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A \mid B) = 1/9$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A \mid B) = 3/35$.

20. Тип — одиночный выбор.

Некто непреднамеренно выбирает семью из двух детей. Трубку телефона случайно взял мальчик. Определите верное значение вероятности $\mathbf{P}(A)$ того, что в семье оба мальчика.

- Вероятность $\mathbf{P}(A) = 1/3$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = 1/2$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = 1/4$.

21. Тип — одиночный выбор.

Некто непреднамеренно выбирает семью из двух детей. По телефону от бабушки он узнает, что есть мальчик. Определите верное значение вероятности $\mathbf{P}(A)$ того, что в семье оба мальчика.

- Вероятность $\mathbf{P}(A) = 1/4$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = 1/2$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = 1/3$.

22. Тип — множественный выбор.

Эксперимент заключается в однократном бросании игральной кости. При этом произошло событие B, когда выпало число очков больше трёх. Пусть при каждом $i = 1, 2, \ldots, 6$ символом ω_i есть описание элементарного исхода A'_i, когда выпадает i очков. Определите вероятностные модели условного эксперимента и вероятность $\mathbf{P}_у(C)$ выпадения нечётного числа очков для условного опыта.

- Вероятностная модель условного эксперимента имеет следующий вид $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}_у(\bullet))$, где $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_6\}$, $\mathscr{F} = \{A\colon A \subset \Omega\}$, $\mathbf{P}_у(A) = \mathbf{P}(A \cap B)/\,\mathbf{P}(B)$, $A \in \mathscr{F}$, $B = \{\omega_4, \omega_5, \omega_6\}$, $C = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$, $\mathbf{P}_у(C) = 1/3$.
- Вероятностная модель условного эксперимента имеет следующий вид $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}_у(\bullet))$, где $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_6\}$, $\mathscr{F} = \{A\colon A \subset \Omega\}$, $\mathbf{P}_у(A) = \mathbf{P}(A \cap B)/\,\mathbf{P}(B)$, $A \in \mathscr{F}$, $C = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$, $\mathbf{P}_у(C) = 2/3$.
- Вероятностная модель условного эксперимента имеет следующий вид $(B, \mathscr{F} \cap B, \mathbf{P}_у(A))$, где $B = \{\omega_4, \omega_5, \omega_6\}$, $\mathscr{F} \cap B = \{A\colon A \subset B\} = \{\{\omega_4\}, \{\omega_5\}, \{\omega_6\}, \{\omega_4, \omega_5\}, \{\omega_4, \omega_6\}, \{\omega_5, \omega_6\}, \{\omega_4, \omega_5, \omega_6\}, \varnothing\}$, $\mathbf{P}_у(A) = \mathbf{P}(A)/\mathbf{P}(B)$, $A \in \mathscr{F}$, $C = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$, $\mathbf{P}_у(C) = 1$.
- Вероятностная модель условного эксперимента имеет следующий вид $(B, \mathscr{F} \cap B, \mathbf{P}_у(A))$, где $B = \{\omega_4, \omega_5, \omega_6\}$, $\mathscr{F} \cap B = \{A\colon A \subset B\} = \{\{\omega_4\}, \{\omega_5\}, \{\omega_6\}, \{\omega_4, \omega_5\}, \{\omega_4, \omega_6\}, \{\omega_5, \omega_6\}, \{\omega_4, \omega_5, \omega_6\}, \varnothing\}$, $\mathbf{P}_у(A) = \mathbf{P}(A)/\mathbf{P}(B)$, $A \in \mathscr{F} \cap B$, $C = \{\omega_5\}$, $\mathbf{P}_у(C) = 1/3$.

23. Тип — одиночный выбор.

Подбрасываются два игральных разноцветных кубика. Известно, что сумма выпавших очков равна семи. Определите верное значение вероятности $\mathbf{P}_у(A)$ того, что выпадет хотя бы один раз пять очков.

- Вероятность $\mathbf{P}_у(A) = 1/5$.
- Вероятность $\mathbf{P}_у(A) = 1/3$.
- **Вероятность $\mathbf{P}_у\,(A) = 1/2$**

24. Тип — одиночный выбор.

В урне находится a белых шаров и b чёрных. Извлекаются последовательно два шара без возвращения. Определите верное значение вероятности $\mathbf{P}(A)$ того, что первый шар чёрный, а второй — белый.

- Вероятность $\mathbf{P}(A) = a(b-1)/(a+b)(a+b-1)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = ab/(a+b-1)(a+b-1)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = ab/(a+b)(a+b-1)$.

25. Тип — одиночный выбор.

Буквы слова «*панама*» написаны каждая на отдельной карточке, тщательно перемешаны и последовательно извлечены три карточки без возвращения. Определите верное значение вероятности **P**(A) того, что в результате опыта можно получить слово «*нам*».

- Вероятность **P**(A) = 0,025.
- Вероятность **P**(A) = 0,023.
- Вероятность **P**(A) = 0,035.

26. Тип — одиночный выбор.

В урне находится n = 20 шаров, из которых m = 9 белых, а остальные чёрные. Из урны последовательно извлекаются три шара без возвращения, и при каждом излечении определяется цвет шара. Определите верное значение вероятности **P**(A) того, что в результате опыта можно ожидать появление белого шара при третьем извлечении.

- Вероятность **P**(A) = 0,4.
- Вероятность **P**(A) = 0,45.
- Вероятность **P**(A) = 0,5.

27. Тип — одиночный выбор.

Имеется пять урн. Первая урна состоит из двух белых и одного чёрного шара, вторая — состоит только из 10 чёрных шаров, третья урна содержит два белых шара и один чёрный, четвёртая — три белых и один чёрный, и, наконец, пятая урна также содержит три белых и один чёрный шар. Наудачу выбирается урна, и из нее наудачу вынимается шар. Определите верное значение вероятности **P**(A) того, что вынутый шар будет белый.

- Вероятность **P**(A) = 0,5.
- Вероятность **P**(A) = 0,6.
- Вероятность **P**(A) = 17/30.

28. Тип — одиночный выбор.

В урне находятся чёрные и белые шарики. Если из урны последовательно и без возвращения наудачу извлекается два шарика, то вероятность того, что они оба будут белыми, оказывается равна 1/2. Определите минимально возможное число шариков в урне.

- Минимальное число шариков в урне равно 5.
- Минимальное число шариков в урне равно 4.
- Минимальное число шариков в урне равно 3.

29. Тип — одиночный выбор.

Преподаватель составил для r студентов $n > r$ экзаменационных билетов, среди которых m лёгких. Билеты вытаскиваются студентами в порядке их прибытия на экзамен случайным образом. Определите верное значение вероятности **P**(A) того, что второй извлеченный билет окажется трудным.

- Вероятность **P**(A) = $m(n – m)/n(n – 1)$.

- Вероятность $\mathbf{P}(A) = (n - m)(n - m - 1)/n(n - 1)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = (n - m)/n$.

30. Тип — одиночный выбор.

Компьютеры собираются из высококачественных элементов и из элементов обычного качества. Известно, что 80% компьютеров собирается из высококачественных элементов. Если компьютер собран из высококачественных схем, то его вероятность безотказной работы равна 0,9. Если компьютер собран из элементов обычного качества, то его надёжность равна 0,5. При испытании компьютер работал безотказно. Определите верное значение вероятности $\mathbf{P}(A)$ того, что компьютер собран из высококачественных элементов.

- Вероятность $\mathbf{P}(A)$ равна 0,878.
- Вероятность $\mathbf{P}(A)$ равна 0,82.
- Вероятность $\mathbf{P}(A)$ равна 0,79.

31. Тип — одиночный выбор.

Определите единственное соотношение, которое следует из приближенного равенства вида $\mu(A\cap B, N)/\mu(B, N) \approx \mu(A\cap \overline{B}, N)/\mu(\overline{B}, N)$, установленного эмпирическим путем.

- Соотношение $\mu(A\cap B, N)/\mu(B, N) \approx (\mu(A, N)/N) \times (\mu(B, N)/N)$.
- Соотношение $\mu(A\cap B, N)/N = (\mu(A, N)/\mu(B, N)) \times (\mu(B, N)/N)$.
- Соотношение вида $\mu(A\cap B, N)/N \approx (\mu(A, N)/N) \times (\mu(B, N)/N)$.

32. Тип — множественный выбор.

В одной комнате наудачу бросается симметричная монета (эксперимент E_1), а в другой комнате непреднамеренно подбрасывается симметричная игральная кость (эксперимент E_2). Пусть исход A означает выпадение герба на монете и событие B означает выпадение чётного числа очков на игральной кости. Из приведенных соотношений определите эмпирические независимости событий A и B.

- Соотношение вида $\mu(A\cap B, N)/\mu(B, N) \approx \mu(A\cap \overline{B}, N)/\mu(\overline{B}, N)$.
- Соотношение $\mu(A\cap B, N)/N = (\mu(A, N)/\mu(B, N)) \times (\mu(B, N)/N)$.
- Соотношение вида $\mu(A\cap B, N)/N \approx (\mu(A, N)/N) \times (\mu(B, N)/N)$.

33. Тип — одиночный выбор.

Пусть события A и B являются независимыми. Определите верное утверждение.

- События $\overline{A}$ и $\overline{B}$ являются независимыми.
- События $\overline{A} \cap \overline{B}$ и $\overline{B}$ являются независимыми.
- События $A\cap \overline{B}$ и $\overline{B}$ являются независимыми.

34. Тип — множественный выбор.

Пусть $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P}(\bullet))$ есть вероятностная модель некоторого опыта, где $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, $\mathscr{F} = \{\Omega, \varnothing, \{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}, \{\omega_4\}, \{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_1, \omega_3\}, \{\omega_1, \omega_4\}, \{\omega_2, \omega_3\}, \{\omega_2, \omega_4\}, \{\omega_3, \omega_4\}, \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}, \{\omega_1, \omega_2, \omega_4\},$

$= \{\omega_1, \omega_3, \omega_4\}, \{\omega_2, \omega_3, \omega_4\}\}$ и $\mathbf{P}(\{\omega_1\}) = \mathbf{P}(\{\omega_2\}) = \mathbf{P}(\{\omega_3\}) = \mathbf{P}(\{\omega_4\}) = 1/4$. Рассматриваются события $A =$ $= \{\omega_1, \omega_4\}$, $B = \{\omega_2, \omega_4\}$ и $C = \{\omega_3, \omega_4\}$. Определите верные равенства для событий A, B и С.

- Вероятность $\mathbf{P}(A \cap B) = \mathbf{P}(A) \times \mathbf{P}(B)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A \cap B \cap C) = \mathbf{P}(A) \times \mathbf{P}(B) \times \mathbf{P}(C)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A \cap C) = \mathbf{P}(A) \times \mathrm{P}(C)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(B \cap C) = \mathbf{P}(B) \times \mathbf{P}(C)$.

35. Тип — одиночный выбор.

Из урны, содержащей три белых и семь красных шаров, наудачу последовательно и без возвращения извлекаются два шара. Пусть события A, B и C соответственно означают, что первый шар извлечен белый, второй шар вынут белый и, наконец, по крайней мере, один из вынутых шаров белый. Определите верное утверждение для событий A, B и С.

- Вероятность $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(A \mid B)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(A \mid C)$.
- События A, B и С не являются независимыми в совокупности.

36. Тип — множественный выбор.

События A_1 и A_2 независимы и $\mathbf{P}(A_1) = p_1$, $\mathbf{P}(A_2) = p_2$. Пусть события A, B и C соответственно означают, что не произойдёт ни одного из событий A_1, A_2; произойдёт хотя бы одно из событий A_1, A_2; и произойдёт одно и только одно из событий A_1, A_2. Определите верные равенства для событий A, B и С.

- Вероятность $\mathbf{P}(A) = 2(1 - p_1)(1 - p_2)$.
- Вероятность $\mathbf{P}(B) = p_1 + p_2 - p_1p_2$.
- Вероятность $\mathbf{P}(C) = p_1 + p_2 - 2\,p_1p_2$.

37. Тип — множественный выбор.

Пусть достоверное событие $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ и $\mathbf{P}(\{\omega_1\}) = \mathbf{P}(\{\omega_2\}) = 3/8$, $\mathbf{P}(\{\omega_3\}) = \mathbf{P}(\{\omega_4\}) = 1/8$, $A = \{\omega_1, \omega_3\}$, $B = \{\omega_2, \omega_3\}$, $C = \{\omega_2, \omega_3\}$. Определите верные утверждения для событий A, B и С.

- Вероятность $\mathbf{P}(A \cap B \cap C) = 1/8$.
- Вероятность $\mathbf{P}(B \cap C) = 1/2$.
- События A, B и С являются независимыми в совокупности.
- Вероятность $\mathbf{P}(C) = 1/2$.
- Вероятность $\mathbf{P}(A \cap C) = \mathbf{P}(A) \times \mathbf{P}(C)$.

5.2.5. Типовые задачи при собеседовании по дисциплине «Вероятностные модели», для оценки сформированности компетенций ОПК-1 и ОПК-3

ЗАДАЧА № 1

В системе координат XOY нарисованы прямоугольник $\Pi = \{(x, y)\colon -2 \le x \le 2, -3 \le y \le 4\}$, квадрат $K =$

$= \{(x,\ y)\colon\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1\}$ и фигура Ф, ограниченная линиями: $y = x^2$, $y = 4$. В прямоугольник наудачу ставится точка. Найти вероятность того, что она попадет либо на квадрат K, либо на фигуру Ф.

Ответ: искомая вероятность равна 11/28.

ЗАДАЧА № 2

В крупный маркет с 13 до 15 часов, равновозможно в любой момент времени из этого интервала, должны подойти два фургона с продуктами. В зависимости от ситуации первый из них может занимать место разгрузки либо 30 минут с вероятностью 0.4, либо 45 минут с вероятностью 0.6. Найти вероятность того, что второму фургону придется ожидать освобождения места разгрузки, но не более 15 минут.

Ответ: искомая вероятность приблизительно равна 0,092.

ЗАДАЧА № 3

Стрелок, имея 4 патрона, производит выстрелы по мишени до первого попадания в нее или до израсходования всех патронов. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле, независимо от других, равна величине $\frac{1}{3}$. Вычислить вероятность попадания трёх или четырёх патронов.

Ответ: искомая вероятность равна 4/9.

ЗАДАЧА № 4

Эксперимент E заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух различимых монет. Определите утверждение, которое не является аксиомой выбора элементарных исходов для этого эксперимента.

- При проведении эксперимента обязательно наступает один из элементарных исходов.
- Ни один элементарный исход не выражается через остальные.
- Если происходит некоторый элементарный исход, то все остальные элементарные исходы наступать в этом испытании не могут.
- По наблюдаемому элементарному исходу можно определить наступление или ненаступление любого допустимого исхода A.

ЗАДАЧА № 5

Наудачу выбирается группа из 100 человек. Интересуемся только числом курящих людей. Элементарное событие $\{\omega_i\}$ означает выбор ровно $i = 0,\ 1,\ \ldots,\ 100$ курящих людей. Определить множества $\Im$, $\Im'$, Ω и привести примеры элементарных случайных событий, случайных событий, достоверного случайного события и невозможного случайного события.

- Пусть $\Im = \{\{\omega_0\}, \{\omega_{100}\}\}$.
- Пусть $\Im' = \{\{\omega_0\}, \{\omega_1\}, \ldots, \{\omega_{100}\}\}$.
- Пусть $\Omega = \{\{\omega_0\}, \{\omega_1\}, \ldots, \{\omega_{100}\}\}$.
- Пусть $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_{100}\}$.

Пусть $\Im = \{A\colon A \subset \{\omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_{100}\}\}$.

ЗАДАЧА № 6

Наудачу выбирается k людей. Вычислить приближенное значение вероятности $\mathbf{P}(A(k))$ события $A(k)$ того, что, по крайней мере, у двух человек дни рождения совпадают: 1) при $k = 10$; 2) при $k = 30$; 3) при $k = 50$.

ЗАДАЧА № 7

Определите верное соотношение для событий A, B и C.

- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(A \bigcup B \bigcup C) \geq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) - \mathbf{P}(A \bigcap B \bigcap C)$.
- Рассматривается соотношение $\mathbf{P}(A \bigcup B \bigcup C) \geq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C) - \mathbf{P}(A \bigcap B) - \mathbf{P}(A \bigcap C)$.
- Имеет место соотношение $\mathbf{P}(A \bigcup B \bigcup C) \leq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) + \mathbf{P}(C)$.

ЗАДАЧА № 8

Привести примеры построения простейших σ-алгебр.

ЗАДАЧА № 9

Производится бросание игральной кости. Событие A — появление цифры 2, событие B — появление чётной цифры. Найти и проинтерпретировать на этом эксперименте событие X такое, что $(\overline{X \bigcup A}) \cup \overline{X \bigcup \overline{A}} = B$.

ЗАДАЧА № 10

Пусть эксперимент E заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух монет. На одной стороне каждой монеты изображен герб, а на другой — решетка. Предположим, что невозможно зафиксировать сторону первой монеты, если на второй монете выпадает решетка. Построить теоретико-множественную модель для этого эксперимента.

ЗАДАЧА № 11

В Нижнем Новгороде имеется три транспортных моста через реку Ока. Рассматривается ежедневная возможность переезда наземного транспорта через реку. Обозначим через A_1 событие, которое заключается в исправности первого моста. Пусть событие A_2 состоит в исправности второго моста и, наконец, событие A_3 — в исправности третьего моста. Представить событие A через события A_1, A_2 и A_3, где событие A означает отсутствие возможности переезда через реку.

ЗАДАЧА № 12

Каждое из четырех изделий может быть либо бракованным, либо годным. Введем события: A — хотя бы одно изделие бракованное, B — бракованных не менее двух изделий. Проинтерпретировать следующие события : $\overline{A}, \overline{B}, A \cup B, A \cap B, A \cup \overline{B}, A \cap \overline{B}, A \setminus B$?

ЗАДАЧА № 13

В урне m белых и n черных шаров ($m \geq 2$). Из урны вынимают сразу два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

ЗАДАЧА № 14

На окружности радиуса r наугад выбрано две точки. Найти вероятность того, что расстояние между ними не превышает r.

ЗАДАЧА № 15

Подбрасываются два игральных кубика. Известно, что сумма выпавших очков равна восемь. Найти вероятность того, что выпадет хотя бы один раз шесть очков.

ЗАДАЧА № 16

Вероятность того, что два близнеца однополые равна 0,64. Вероятность того, что новорожденный младенец мальчик равна 0,51. Вероятность рождения девочки первой и мальчика вторым равна 0,19. Найти вероятность того, что второй из близнецов мальчик, если известно, что первый из них является мальчиком.

5.2.6. Контрольные работы и вопросы при собеседовании для оценки формирования компетенций ОПК–1 и ОПК–3

Контрольные работы и вопросы	*Код формируемой компетенции*
1. Привести примеры статистически устойчивых экспериментов, на которых проиллюстрировать способы выбора элементарных исходов.	ОПК-1
2. В урне находятся черные и белые шарики. Если из урны последовательно и без возвращения наудачу извлекается два шарика, то вероятность того, что они оба будут белыми, оказывается равна 1/2. Найти минимально возможное число шариков в такой урне.	ОПК-3
3. В системе координат XOY нарисованы прямоугольник $\Pi = \{(x, y)\colon -2 \leq x \leq 2, -3 \leq y \leq 4\}$, квадрат $K = \{(x, y)\colon 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ и фигура Ф, ограниченная линиями: $y = x^2$, $y = 4$. В прямоугольник наудачу ставится точка. Построить вероятностную модель $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P}(\bullet))$ опыта и найти вероятность того, что она попадет либо на квадрат K, либо на фигуру Ф.	ОПК-1
4. Партия из 50 транзисторов, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. Схема проверки такова, что в любом транзисторе, независимо от других, с вероятностью 0.9 обнаруживается дефект (если он есть), и существует вероятность того, что исправный транзистор будет признан дефектным, равная 0.05. Из партии случайным образом, друг за другом, без возвращения отобрали два транзистора. Найти вероятность того, что только первый из них будет признан дефектным.	ОПК-3
5. Участок электрической цепи содержит 2 блока. Первый блок состоит из одного элемента. Вероятность выхода его из строя за время T равна 0.4. Второй блок состоит из двух элементов, соединенных между собой параллельно. Вероятности выхода их из строя за время T равны 0.1 и 0.2 соответственно. Блоки соединены между собой последовательно. За время T произошел разрыв цепи на данном участке. Найти вероятность того, что при этом отказал только элемент первого блока. Считать, что элементы выходят из строя независимо	ОПК-1

друг от друга.	
6. Родители назначили своим сыновьям премию в случае успешной сдачи экзаменов в школе. Младший брат сдаёт экзамен с вероятностью 7/10, а старший — с вероятностью 0, 25. Каким образом родители должны поделить премию между сыновьями, если экзамен сдал только один из сыновей, и родителям не сообщается, кто из них сдал экзамен?	ОПК-1
7. В городах $Г_1$ и $Г_2$ непреднамеренно подбрасывают игральную кость и соответственно симметричную монету. Пусть событие A означает выпадение герба, а событие B состоит в том, что число выпавших очков есть простое число. Докажите независимость событий A и B.	ОПК-1
8. Преподаватель по теории вероятностей составил для r студентов n экзаменационных билетов ($n > r$), среди которых m лёгких. Билеты вытаскиваются студентами один за другим по очереди в порядке их прибытия на экзамен случайным образом и без возвращения. Пусть событие A означает появление лёгкого билета для студента, который пришёл на экзамен первым, а событие B — появление у второго студента трудного билета. Являются ли эти события независимыми?	ОПК-3
9. Лабиринт для мыши составлен из клеток с номерами от 1 до 100.Мышь помещается в первую клетку и за единицу времени с равной возможностью остается в той же клетке либо переползает в клетку, номер которой увеличивается на единицу. Найти вероятность того, что за 99 единиц времени мышь окажется в клетке с номером 99.	ОПК-3
10. В школе 600 учеников. Найти наивероятнейшее число учащихся, родившихся первого мая.	ОПК-3

5.2.7. Список примерных научно-исследовательских рефератов для контроля самостоятельной работы студентов по дисциплине «Вероятностные модели» при оценке сформированности компетенций ОПК-1 и ОПК-3

1. Дать простейшую классификацию реальных экспериментов (**тема 1**).

2. Используя законы для операций над событиями, доказать справедливость следующего равенства: $A \setminus (A \setminus B)) = A \cap B$ (**тема 1**).

3. Пусть эксперимент E заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух монет. На одной стороне каждой монеты изображен герб, а на другой — решетка. Предположим, что невозможно зафиксировать сторону первой монеты, если на второй монете выпадает решетка. Построить теоретико-множественную модель для эксперимента (**тема 1**).

4. Привести пример назначения субъективных вероятностей и проинтерпретировать на этом примере аксиомы выбора отношения правдоподобия событий (**тема 2**).

5. На первом этаже девятиэтажного дома в лифт входят три человека. Каждый пассажир с одинаковой возможностью может выбрать любой этаж со второго до девятого. Найти вероятность того, что все они выйдут на разных этажах (**тема 2**).

6. В цехе работают шесть мужчин и семь женщин. По табельным номерам наудачу отобрали пять человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся хотя бы три женщины (**тема 2**).

7. Стержень длины b разломали в двух наудачу выбранных точках на три части. Построить вероятностную модель (Ω, $\mathscr{F}$, $\mathbf{P}(\bullet)$) этого опыта и вычислить вероятность того, что из полученных частей можно составить треугольник (**тема 3**).

8. Двое по очереди бросают игральную кость. Выигрывает тот, у кого первым выпадет цифра 6. Построить вероятностную модель (Ω, $\mathscr{F}$, $\mathbf{P}(\bullet)$) этого опыта и найти вероятность того, что игра закончится до пятого бросания (**тема 3**).

9. В квадрат с вершинами (0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1) наудачу брошена точка K. Пусть ξ и η её координаты. Построить вероятностную модель (Ω, $\mathscr{F}$, $\mathbf{P}(\bullet)$) этого опыта и найти вероятность того, что корни уравнения $z^2 + \xi z + \eta = 0$ будут комплексными (**тема 3**).

10. События A_1, A_2, …, A_n независимы в совокупности и вероятность $\mathbf{P}(A_k) = p_k$. Найти вероятности следующих событий: 1) не произойдет ни одного из событий A_1, A_2, …, A_n; 2) произойдет хотя бы одно из событий A_1, A_2, …, A_n; 3) произойдет одно и только одно из событий A_1, A_2, …, A_n. (**тема 4**).

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Вероятностные модели»

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Лекции по анализу случайных явлений. — Учебник. М.: Наука–Физматлит, 2016. 464 с. (250 экз.).

2. Федоткин М.А. Модели в теории вероятностей. — Учебник. М.: Наука – Физматлит, 2012. 608 с. (250 экз.).

3. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики. — Учебник. М.: Высшая школа, 2006. 368 с. (250 экз.).

4. Свешников А.А. и др. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. – М: Наука – Физматлит, 1970. 656 с. (300 экз.).

б) дополнительная литература:

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. — Учебник. М.: Наука, 1988. 466 с. (600 экз.).

2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. — М.: Наука, 1988. 480 с. (25 экз.).

3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х т. — М.: Мир, 1984. Т. 1, 528 с. (14), Т. 2, 738 с. (15 экз.).

4. Свешников А.А. и др. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. – Санкт Петербург. Лань. 2007. 448 с. (1экз.).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1) интернет - ресурсы электронного портала Института ИТММ;

2) пакет программ «МОНТЕ» – специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей и предназначенное для имитационного моделирования случайных статистически устойчивых экспериментов;

3) общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru.

4) https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=248

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Наличие рекомендованной литературы.

Используемое программное обеспечение:

1. Операционные системы семейства Microsoft Windows, – лицензия по подписке MicrosoftImagine;

2. Пакет программ «МОНТЕ» – специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей с использованием среды разработки семейства Microsoft VisualStudio (лицензия по подписке MicrosoftImagine).

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: д.ф.-м.н., профессор кафедры ТВиАД Федоткин М.А.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой теории вероятностей и анализа данных: д.ф.-м.н. Зорин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.