

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совет ННГУ  
протокол от  
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Математические модели систем с управлением**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

**магистратура**

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

**01.04.02 Прикладная математика и информатика**

(код и наименование направления подготовки)

**Математическое моделирование динамики систем и процессов управления**

(наименование профиля подготовки, направленности программы)

Форма обучения

**очная**

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023 г.

### 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математические модели систем с управлением» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений (дисциплина по выбору). Код дисциплины **Б1.В.ДВ.01.02.**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.01.02, «Математические модели систем с управлением» относится к части ООП направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

### 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-5.</b>  Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной деятельности	<b>ПК-5.1.</b> Знает типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач научной деятельности	<b>Знать</b> 1. Постановку задач синтеза стабилизирующего управления для систем, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями, формулировки необходимых условий существования стабилизирующего управления для различных типов задач. 2. Понятия и утверждения дисциплины «Математические модели систем с управлением»: Q алгоритм поиска взаимнообратных матриц. Алгоритм минимизации следа матрицы. Систему для инженерных расчетов MATLAB. Матричные операции в MATLAB. Численные методы решения линейных матричных неравенств в MATLAB. Графику в MATLAB.	Задачи
	<b>ПК-5.2.</b> Умеет применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного	<b>Уметь:</b> 1. Приобретать новые научные и профессиональные знания для решения задач синтеза стабилизирующего управления, используя современные образовательные и информационные технологии; 2. Решать задачи синтеза стабилизирующего управления по	Собеседование

	обеспечения для решения задач научной деятельности	<p>состоянию и по выходу для динамических систем.</p> <p>3. Строить фазовое пространство модели управляемой системы.</p> <p>4. Применять метод изоклин.</p> <p>5. Решать линейные матричные неравенства.</p> <p>6. использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Математические модели систем с управлением»: Строить математическую модель управляемой системы. Оценивать адекватность построенной модели управляемой системы.</p>	
<b>ПК-12.</b> Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач производственно-технологической деятельности	<b>ПК-12.1.</b> Знает основные методы разработки математических методов, системного и прикладного программного обеспечения для решения задач производственно-технологической деятельности	<b>Знать</b> основные математические методы, применяемые при решении задач производственно-технологической деятельности	Собеседование Тест
	<b>ПК-12.2.</b> Умеет оценивать трудоемкость разработки программных средств для решения задач производственно-технологической деятельности	<b>Уметь</b> оценивать трудозатраты, связанные с разработкой программных средств, применяемых при решении производственных задач	Собеседование

	<b>ПК-12.3.</b> Имеет навыки разработки системного программного обеспечения для решения задач производственно-технологической деятельности	<b>Владеть:</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Владеть навыками ведения аналитической деятельности</li> <li>2. Владеть математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры в области управления.</li> <li>3. Навыками построения математической модели управляемой системы</li> <li>4. Навыками применения методов приближенного решения линейных матричных неравенств.</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Навыками использования универсальных математических пакетов для выполнения исследования динамических моделей..</li> </ol>	Собеседование Тест
--	---	---	-----------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>Очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа - занятия лабораторного типа - текущий контроль (КСР)	<b>33</b> <b>16</b> <b>0</b> <b>16</b> <b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>зачет</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	

<p><b>Тема 1.МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ</b></p> <p>1.1. Понятие математическая модель. Этапы построения математической модели.</p> <p>1.2. Построение математической модели однозвенного перевернутого маятника</p> <p>1.3. Построение математической модели двухзвенного перевернутого маятника</p>	20	4	0	4	8	12
<p><b>Тема 2.МОДЕЛИ, ОПИСЫВАЕМЫЕ СИСТЕМАМИ ДВУХ АВТОНОМНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ</b></p> <p>2.1. Фазовая плоскость. Фазовый портрет. Метод изоклин. Главные изоклины.</p> <p>2.2. Устойчивость решения дифференциального уравнения по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость стационарного состояния.</p> <p>2.3. Линейные системы. Типы особых точек: узел, седло, фокус, центр. Бифуркационная диаграмма.</p> <p>2.4. Пример построения фазового портрета системы.</p>	10	2	0	2	4	6
<p><b>Тема 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ</b></p> <p>3.1. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица. Матричное уравнение Ляпунова.</p>	5	1	0	0	1	4
<p><b>Тема 4. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ</b></p> <p>4.1. Математические модели управляемых систем.</p> <p>4.2. Постановка задачи стабилизации по состоянию. Решение задачи на примерах однозвенного и двухзвенного перевернутых маятников.</p> <p>4.3. Постановка задачи стабилизации по выходу. Решение задачи на примерах однозвенного и двухзвенного перевернутых маятников.</p>	8	2	0	2	4	4
<p><b>Тема 5. ЛИНЕЙНЫЕ МАТРИЧНЫЕ НЕРАВЕНСТВА</b></p> <p>5.1. Понятие линейные матричные неравенства.</p> <p>5.2. Лемма Шура.</p> <p>5.3. Неравенство <math>YA'+AY+YQ'B'+BQY&lt;0</math>. Два способа его решения.</p>	7	2	0	2	4	3
<p><b>Тема 6. АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ВЗАИМНООБРАТНЫХ МАТРИЦ</b></p> <p>6.1. Q алгоритм поиска взаимнообратных матриц.</p> <p>6.2. Алгоритм минимизации следа матрицы.</p>	9	2	0	2	4	5
<p><b>Тема 7. СИСТЕМА ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ MATLAB</b></p> <p>7.1. Общая информация о системе MATLAB.</p> <p>7.2. Матричные операции. Основные функции.</p> <p>7.3. Система LMIEDIT для решения линейных матричных неравенств.</p> <p>7.4. Графика в системе MATLAB.</p> <p>7.5. Численное решение задачи стабилизации по состоянию однозвенного перевернутого маятника.</p> <p>7.6. Численное решение задачи стабилизации по выходу</p>	12	3	0	4	7	5

двухзвенного перевернутого маятника.						
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>16</b>	<b>0</b>	<b>16</b>	<b>33</b>	<b>39</b>

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий лабораторного типа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- знаний базовых структур данных и алгоритмов (компетенция -ПК-5).
- системного и прикладного программного обеспечения для решения задач производственно-технологической деятельности (ПК-12)

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины «Математические модели систем с управлением» включает выполнение заданий под контролем преподавателя, подготовку отчетов по лабораторным работам и подготовку к зачету.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные	Продemonstrированы основные умения. Решены типовые	Продemonstrированы все основные умения. Решены все основные	Продemonstrированы все основные умения. Решены все основные	Продemonstrированы все основные умения, решены все основные	Продemonstrированы все основные умения, решены все основные

	наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	умения.  Имели место грубые ошибки.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы к собеседованию на зачете

вопросы	Код формируемой компетенции
Дайте определение понятию математическая модель.	ПК-5
Сформулируйте цели и задачи математического моделирования	ПК-5

Нарисуйте структурную схему этапов построения математической модели.	ПК-5
Дайте определение понятию динамическая система.	ПК-5
Что называют состоянием динамической системы?	ПК-5
Сформулируйте понятие фазовое пространство.	ПК-5
В чем отличие фазовой траектории системы от интегральной кривой?	ПК-5
Как найти состояния равновесия динамической системы?	ПК-5
Сформулируйте определение устойчивости решения дифференциального уравнения по Ляпунову.	ПК-5
Сформулируйте определение асимптотической устойчивости решения дифференциального уравнения.	ПК-5
Перечислите типы устойчивых состояний равновесия.	ПК-5
Перечислите типы неустойчивых состояний равновесия.	ПК-5
Является ли состояние равновесия типа центр устойчивым?	ПК-5
Является ли состояние равновесия типа центр асимптотически устойчивым?	ПК-5
Является ли состояние равновесия седло устойчивым?	ПК-5
Является ли состояние равновесия седло асимптотически устойчивым?	ПК-5
Нарисуйте состояние равновесия типа центр на фазовой плоскости.	ПК-5
Нарисуйте состояние равновесия типа устойчивый узел на фазовой плоскости.	ПК-5
Нарисуйте состояние равновесия типа неустойчивый узел на фазовой плоскости.	ПК-5
Нарисуйте состояние равновесия типа седло на фазовой плоскости.	ПК-5
Нарисуйте состояние равновесия типа устойчивый фокус на фазовой плоскости.	ПК-5
Нарисуйте состояние равновесия типа неустойчивый фокус на фазовой плоскости.	ПК-5
Привести определение линейного матричного неравенства.	ПК-5
Является ли множество решений линейного матричного неравенства выпуклым?	ПК-5
Сформулируйте лемму Шура.	ПК-5
Что называют характеристическим уравнением системы.	ПК-5
Сформулируйте критерий устойчивости Рауса-Гурвица.	ПК-5
В чем состоит метод изоклин?	ПК-12
Что такое главные изоклины системы?	ПК-12
Что такое изоклина горизонтальных касательных?	ПК-12
Что такое изоклина вертикальных касательных?	ПК-12
Дайте определение понятию бифуркационная диаграмма.	ПК-12
В чем состоит Q алгоритм поиска взаимнообратных матриц?	ПК-12
В чем состоит алгоритм минимизации следа матрицы?	ПК-12
Вызвать в MATLAB помощь для функции ones.	ПК-12
Что в MATLAB делает команда whos?	ПК-12
Задать в MATLAB матрицу размером 2x3.	ПК-12
Найти в MATLAB собственные числа матрицы?	ПК-12
Найти в MATLAB собственные вектора матрицы?	ПК-12
Умножить в MATLAB матрицу на вектор.	ПК-12
Перемножить в MATLAB по компонентно две матрицы.	ПК-12
Задать в MATLAB единичную матрицу.	ПК-12
Задать в MATLAB нулевую матрицу.	ПК-12
Построить в MATLAB график функции $y=\sin(x)$ .	ПК-12
Изменить в MATLAB цвет линии графика.	ПК-12
Изменить в MATLAB тип линии графика.	ПК-12
Наложить в MATLAB один график на другой.	ПК-12
Какая функция в MATLAB позволяет решать обыкновенные дифференциальные уравнения?	ПК-12



дифференциальные уравнения?	
Решить в MATLAB обыкновенное дифференциальное уравнение.	ПК-12
Какую задачу в MATLAB решает функция feasp?	ПК-12
Какую задачу в MATLAB решает функция mincx?	ПК-12
Какую задачу в MATLAB решает функция gevp?	ПК-12

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-12

1. Замкнутые системы управления.

- а) Любые системы управления.
- б) Системы с программным управлением.
- в) Нелинейные системы управления.
- + г) Системы с обратной связью.

2. Математическая модель линейной динамической системы управления.

- +а)  $dx / dt = Ax + Bu$ .
- б)  $dx / dt = f(x, u, t)$ .
- в)  $dx / dt = f(x, u, t)$ .
- г)  $dx / dt = xTx + uTu$ .

### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-5

1. Поставить задачу синтеза системы управления в общем виде.
2. В чем идея стабилизации нелинейных объектов посредством их линеаризации с последующим применением линейной обратной связи?
3. Нарисовать обобщенную структурную схему системы управления с регулятором в обратной связи по состоянию.
4. Нарисовать обобщенную структурную схему системы управления с регулятором в обратной связи по выходу.
5. Свести задачу стабилизации по состоянию к решению линейного матричного неравенства.
6. Свести задачу стабилизации по выходу к решению системы билинейных матричных неравенств.

### 5.2.4. Темы лабораторных работ

1. Численное решение задачи стабилизации по состоянию однозвенного перевернутого маятника.
2. Численное решение задачи стабилизации по состоянию двухзвенного перевернутого маятника в системе MATLAB.
3. Численное решение задачи стабилизации по выходу однозвенного перевернутого маятника в системе MATLAB.
4. Численное решение задачи стабилизации по выходу двухзвенного перевернутого маятника в системе MATLAB.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. В.Г. Болтянский. Математические методы оптимального управления. М.:Наука, 1969. 36 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=70838&DB=1>
2. Васильев Ф. П. - Численные методы решения экстремальных задач: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Приклад. математика". - М.: Наука, 1988. - 549 с. 222 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=342139&DB=1>

б) дополнительная литература:

1. А.А. Федюков Стабилизация по измеряемому выходу двухзвенного перевернутого маятника // Вестник ННГУ, Нижний Новгород, Издательство ННГУ, 2012, No 2, С 177-183. – URL: [http://www.unn.ru/pages/e-library/vestnik/99999999\\_West\\_2012\\_2\(1\)/27.pdf](http://www.unn.ru/pages/e-library/vestnik/99999999_West_2012_2(1)/27.pdf)
2. А.А. Федюков Синтез динамических регуляторов, обеспечивающих стабилизацию систем с ограничениями на фазовые переменные //Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2013. № 2. С. 152. – URL: [http://www.unn.ru/pages/e-library/vestnik/99999999\\_West\\_2013\\_2\(1\)/28.pdf](http://www.unn.ru/pages/e-library/vestnik/99999999_West_2013_2(1)/28.pdf)
3. Ю.И. Неймарк Динамические системы и управляемые процессы. М.: Наука, 1978. 336 с. 41 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=381303&DB=1>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. Научная электронная библиотека  
<http://e-library/>
2. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов // <http://scholl-collection.edu.ru/>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Учебная и научная литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре дифференциальных уравнений, математического и численного анализа, лицензионное программное обеспечение MATLAB, терминал класс оснащенный персональными компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Автор (ы) \_\_ к.ф.-м.н., преподаватель Федюков А.А.

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_ д.ф.-м.н. Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.